

Il passaporto numerico:
un percorso "italmatico" alla
scuola dell'infanzia

Sofia Franscella e Lara Ponzio

Interazioni conversazionali, manipola-
zioni linguistiche e emergenza di
abilità logiche in attività matematiche

*Cristina Coppola, Antonio Iannaccone,
Monica Mollo e Tiziana Pacelli*

Un percorso integrato di matematica
e italiano in continuità dalla scuola
dell'infanzia alla scuola secondaria
di primo grado

Lorella Campolucci e Danila Maori

L'interpretazione dei testi matematici
tra processi cooperativi e modelli
logici: il caso dei connettivi

Pier Luigi Ferrari

DdM

Numero speciale

09

Didattica della matematica

Dalla ricerca alle pratiche d'aula

Educare alla "matematizzazione e
modellizzazione" nella scuola media

Lorenzo Cantaluppi

Le modalità logico-argomentative nei
testi scolastici di geometria della scuola
elementare e media in lingua italiana

*Silvia Sbaragli, Michele Canducci
e Silvia Demartini*

La Lingua Matematica: un'esperienza
didattica nel Liceo Matematico

*Giuseppa Rita Cirri, Salvatore
D'Asero e Maria Flavia Mammana*

Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula

Dipartimento formazione e apprendimento,
Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana (SUPSI).
Dipartimento dell'educazione della cultura e dello sport (DECS),
Repubblica e Cantone Ticino.

Direzione scientifica:

Prof. Silvia Sbaragli, responsabile Centro competenze didattica della matematica (DDM)
del Dipartimento formazione e apprendimento, SUPSI.

Comitato di redazione:

Servizio comunicazione
del Dipartimento formazione e apprendimento, SUPSI, Locarno, Svizzera.
Gianfranco Arrigo (Società matematica della Svizzera italiana, Lugano, Svizzera).
Michele Canducci, Gemma Carotenuto, Amos Cattaneo, Corrado Guidi
(Dipartimento formazione e apprendimento, SUPSI, Locarno, Svizzera).

Comitato scientifico:

Samuele Antonini (Università di Pavia, Italia).
Gianfranco Arrigo (Società matematica della Svizzera italiana, Lugano, Svizzera).
Giorgio Bolondi (Libera Università di Bolzano, Italia).
Bruno D'Amore (Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia).
Emanuele Delucchi (Università di Friburgo, Svizzera).
Pietro Di Martino (Università di Pisa, Italia).
Benedetto Di Paola (Università di Palermo, Italia).
Pier Luigi Ferrari (Università del Piemonte Orientale, Italia).
Elena Franchini (Dipartimento formazione e apprendimento, SUPSI, Locarno, Svizzera).
Athanasios Gagatsis (University of Cyprus, Nicosia, Cipro).
Juan D. Godino (Universidad de Granada, Spagna).
Colette Laborde (Université de Grenoble, Francia).
Salvador Llinares (Universidad de Alicante, Spagna).
Mirko Maracci (Università di Pavia, Italia).
Claire Margolinas (ACTÉ, Université Clermont-Auvergne, Francia).
Maria Alessandra Mariotti (Università di Siena, Italia).
Maria Mellone (Università di Napoli Federico II, Italia).
Monica Panero (Dipartimento formazione e apprendimento, SUPSI, Locarno, Svizzera).
Alberto Piatti (Dipartimento formazione e apprendimento, SUPSI, Locarno, Svizzera).
Cristina Sabena (Università di Torino, Italia).
Silvia Sbaragli (Dipartimento formazione e apprendimento, SUPSI, Locarno, Svizzera).
Annarosa Serpe (Università della Calabria, Italia).

Grafica:

Jessica Gallarate
Servizio comunicazione
del Dipartimento formazione e apprendimento, SUPSI.

Impaginazione:

Luca Belfiore



© 2021 by the author(s).

Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula
è distribuito con Licenza Creative Commons
Attribuzione 4.0 Internazionale

Maggio 2021

[Editoriale / Editorial](#)

I / III

Riflessione e ricerca

[Interazioni conversazionali, manipolazioni linguistiche e emergenza di abilità logiche in attività matematiche](#)

Cristina Coppola, Antonio Iannaccone, Monica Mollo e Tiziana Pacelli

09

[L'interpretazione dei testi matematici tra processi cooperativi e modelli logici: il caso dei connettivi](#)

Pier Luigi Ferrari

32

[Le modalità logico-argomentative nei testi scolastici di geometria della scuola elementare e media in lingua italiana](#)

Silvia Sbaragli, Michele Canducci e Silvia Demartini

44

Esperienze didattiche

[Un percorso integrato di matematica e italiano in continuità dalla scuola dell'infanzia alla scuola secondaria di primo grado](#)

Lorella Campolucci e Danila Maori

73

[Educare alla "matematizzazione e modellizzazione" nella scuola media](#)

Lorenzo Cantaluppi

103

[La Lingua Matematica: un'esperienza didattica nel Liceo Matematico](#)

Giuseppa Rita Cirimi, Salvatore D'Asero e Maria Flavia Mammana

127

[Il passaporto numerico: un percorso "italmatico" alla scuola dell'infanzia](#)

Sofia Franscella e Lara Ponzio

139

Recensioni

[100 albi illustrati fra italiano e matematica: una bibliografia con spunti didattici](#)

Silvia Demartini e Silvia Sbaragli

169

[Sei libri tra scienza e letteratura](#)

Stefano Beccastrini e Maria Paola Nannicini

233

Editoriale

«Sovente ho messo piede sui ponti che uniscono (o dovrebbero unire) la cultura scientifica con quella letteraria scavalcando un crepaccio che mi è sempre sembrato assurdo. C'è chi si torce le mani e lo definisce un abisso, ma non fa nulla per colmarlo; c'è anche chi si adopera per allargarlo, quasi che lo scienziato e il letterato appartenessero a due sottospecie umane diverse, reciprocamente alloclotte, destinate ad ignorarsi e non interfeconde. È una schisi innaturale, non necessaria, nociva [...]».

(Primo Levi, 1985, p. 14)

Così scriveva Primo Levi per sottolineare l'irragionevolezza di una separazione radicata tra cultura scientifica e cultura umanistica. Siamo d'accordo con lo scrittore: si tratta davvero di un'irragionevole separazione, e intendiamo metterci dalla parte di coloro che provano a fare qualcosa, per quanto piccolo, per colmare l'abisso.

Così, il numero 9 della rivista, primo numero speciale, cerca di fornire spunti per unire i due “mondi” evocati nella citazione, scegliendo due particolari discipline: la matematica e la lingua italiana, troppo a lungo erroneamente intese come separate sia sul piano scientifico, sia su quello didattico. Pur essendo molti i contributi che si sono susseguiti nella storia per far cogliere l'importanza di un lavoro congiunto tra le discipline – anche a livello didattico tramite le raccomandazioni presenti nei vari piani di studio dei diversi paesi – tale unione non ha mai trovato una diffusa e generalizzata applicazione. Va però segnalato che sono diversi i gruppi di ricercatori e di docenti che in ambito didattico se ne sono occupati in modi e in forme diverse, mettendo sempre in evidenza la forza e l'utilità di tale incontro. È proprio su questi incontri, avvenuti sia nel mondo della ricerca sia in quello scolastico, che è importante far leva per sensibilizzare sempre di più l'attenzione su questo importante tema in modo che le riflessioni e le sperimentazioni non rimangano sporadiche, ma diventino sempre più diffuse. Si è così scelto di raccogliere alcuni contributi rivolti a tutti i livelli scolastici che potessero risultare significativi sia per i ricercatori sia per i docenti, dai quali potesse emergere l'importanza di un lavoro sinergico dal punto di vista didattico tra il mondo della matematica e quello della lingua italiana.

La sezione *Riflessione e ricerca* si compone come al solito di tre articoli. Il primo contributo presenta interessanti riflessioni emerse da un insieme di ricerche che esplorano le relazioni tra linguaggio e sviluppo di abilità logiche. La ricerca ha promosso la progettazione e l'implementazione di un dispositivo educativo articolato in attività linguistico-manipolative realizzate in classi quarte di scuola primaria,¹ delle quali sono presentate analisi qualitative che mostrano le modalità di elaborazione messe in atto dai bambini per risolvere le varie situazioni proposte. Anche il secondo contributo si occupa delle relazioni tra linguaggio e logica, ma si riferisce al livello della scuola secondaria di secondo grado italiana² e a quello universitario. Nell'articolo vengono discussi, attraverso l'analisi di esempi, i processi di interpretazione dei testi matematici in linguaggio verbale, e il potenziale conflitto tra i meccanismi interpretativi propri delle notazioni simboliche della matematica e quelli usuali delle lingue, giungendo alla conclusione che la diversità dei processi interpretativi tra lingua e linguaggi della logica sconsiglia di proporre attività che richiedono l'interpretazione logica di testi verbali al di fuori dei contesti in cui questa sia giustificata. Nell'ultimo contributo della sezio-

1. La scuola primaria in Italia dura cinque anni e corrisponde alla scuola elementare nel Canton Ticino.

2. La scuola secondaria di secondo grado in Italia dura cinque anni e corrisponde all'ultimo anno di scuola media e alla scuola media superiore o alle scuole professionali nel Canton Ticino.

ne, infine, viene presentata una ricerca condotta all'interno del progetto *Italmatica. Comprendere la matematica a scuola, tra lingua comune e linguaggio specialistico*. L'articolo focalizza l'attenzione su porzioni di testi scolastici di geometria italiani e svizzeri rivolti alla scuola elementare e alla scuola media inerenti al tema dei poligoni, in cui vengono indagati in modo strettamente interdisciplinare i diversi tipi di movimenti testuali logico-argomentativi (legati al far "fare", al far "immaginare" e al far "astrarre"); in particolare, vengono svolte analisi qualitative e quantitative su tali movimenti, esplicitando possibili implicazioni didattiche.

Nella sezione *Esperienze didattiche* sono presenti quattro contributi, riferiti alla scuola obbligatoria e post-obbligatoria. Nel primo contributo si raccontano alcune esperienze realizzate da un gruppo eterogeneo di docenti di scuola dell'infanzia, primaria e secondaria di primo grado³ basate su percorsi interdisciplinari di matematica e italiano. Tali esperienze riguardano numerosi aspetti: la lettura, la comprensione e la formulazione di problemi; l'uso di narrazioni per raccontare la matematica; la ludolinguistica come strumento per favorire un approccio positivo all'errore e per potenziare il lessico e le capacità comunicative. Il secondo contributo presenta un percorso didattico svolto in una classe di seconda media ticinese, il cui scopo è di indagare lo sviluppo delle convinzioni degli allievi riguardo agli elementi e ai processi efficaci da attuare al fine di una risoluzione ottimale di un problema matematico. Nell'articolo viene descritto l'itinerario e vengono presentati i risultati, grazie ai quali si evidenzia uno spostamento di attenzione da parte degli allievi dal risultato matematico ottenuto ai processi quali ad esempio il ruolo della lettura, l'importanza della comprensione del testo e dell'interpretazione del risultato nel contesto reale. Il terzo contributo presenta un modulo didattico dal titolo *La Lingua Matematica*, rivolto a studenti del primo anno di scuola secondaria di secondo grado e proposto all'interno di classi di *Liceo Matematico*; il modulo verte su due obiettivi principali: introdurre questioni relative a matematica e linguaggio e introdurre i concetti di teorema e dimostrazione. Nell'articolo si mette in luce come il percorso abbia condotto gli alunni a confrontarsi, elaborare ipotesi e produrre argomentazioni. L'ultimo contributo, infine, si occupa invece di scuola dell'infanzia, e ha lo scopo di descrivere un itinerario interdisciplinare tra matematica e italiano. Nell'articolo viene presentato un percorso laboratoriale basato sulla realizzazione di un passaporto numerico, grazie al quale gli allievi hanno l'opportunità di confrontarsi con attività contestualizzate nell'ambito del reale, sviluppando le proprie competenze linguistiche e matematiche in modo ricco e positivo.

Anche le *Recensioni* sono state curate con l'ottica di essere dedicate all'incontro tra i due mondi. Vengono proposte 100 recensioni di albi illustrati che possono essere efficacemente utilizzati in continuità tra la scuola dell'infanzia e la scuola elementare per favorire percorsi didattici integrati tra matematica e lingua italiana. Le recensioni sono accompagnate da commenti didattici per aiutare il docente a inserirli all'interno di un percorso. Sono inoltre presenti anche recensioni per i più grandi: vengono offerti alcuni esempi di libri scritti da autori che, pur non essendo "letterati di professione", portano avanti con convinzione un nuovo umanesimo, fatto di scienza e arte, di razionalità e immaginazione, di calcolo e fantasia.

Prof. Silvia Sbaragli
Dipartimento formazione e apprendimento, SUPSI

Bibliografia

Levi, P. (1985). *L'altrui mestiere*. Einaudi.

3. La scuola secondaria di primo grado in Italia dura tre anni e corrisponde ai primi tre anni di scuola media nel Canton Ticino.

Editorial

«I have often stepped on bridges that unite (or should unite) scientific and literary culture by crossing a crevice that has always seemed absurd to me. There are those who wring their hands and call it an abyss but do nothing to fill it. There are also those who strive to enlarge it, as if the scientist and the man of letters belonged to two different human subspecies, mutually alloglot, destined to ignore each other and not to be interfecund. It's an unnatural, unnecessary, harmful cleft [...]».

(Primo Levi, 1985, p. 14, translation by the author)

This is how Primo Levi wrote to underline the unreasonableness of a deep-rooted separation between scientific and humanistic culture. We agree with the writer: this is really an unreasonable separation, and we want to take the side of those who are trying to do something, however small, to bridge the abyss.

Thus, the ninth issue of the journal, the first special issue, tries to provide ideas for uniting the two “worlds” evoked in the quotation, choosing two specific disciplines: mathematics and the Italian language, which have been for too long mistakenly understood as separate at both the scientific and the didactic level. Although many contributions throughout history have aimed to highlight the importance of joint work between disciplines – also at the teaching level through the recommendations in the various curricula of the different countries – this union has never been widely and universally applied. It should be pointed out, however, that there are several groups of researchers and teachers who have dealt with it in different ways and forms, always highlighting the strength and usefulness of such an encounter. It is precisely on these encounters, which have taken place both in the world of research and in the world of school, that it is important to lean to raise awareness of this important subject so that reflections and experiments do not remain sporadic but become increasingly widespread. Therefore, we decided to collect some contributions addressed to all levels of school that could be significant for both researchers and teachers, and from which the importance of synergistic didactic work between the world of mathematics and that of the Italian language could emerge.

The section *Riflessione e ricerca* is composed as usual of three articles. The first contribution presents interesting reflections emerging from a set of researches exploring the relationship between language and the development of logical abilities. The research has promoted the design and implementation of an educational device articulated in linguistic-manipulatory activities carried out in grade 4 classes of primary school.¹ Qualitative analyses are presented showing the elaboration methods implemented by children to solve the various situations proposed. The second contribution also deals with the relationship between language and logic, but refers to the level of Italian upper secondary school² and the university level. Through the analysis of some examples, the article discusses the processes of interpretation of mathematical texts in verbal language, and the potential conflict between the interpretative mechanisms inherent in the symbolic notations of mathematics and in those that are usual of languages. It is concluded that the diversity of the interpretative processes between language and languages of logic advises against proposing activities requiring logical interpretation of verbal texts outside the contexts in which this is justified. Finally, the last contribution of the section reports on a research carried out within the project *Italmatica. Comprendere la matematica*

1. The primary school in Italy lasts five years and corresponds to the grades from 1 to 5.

2. The upper secondary school in Italy lasts five years and corresponds to the grades from 9 to 13.

a scuola, tra lingua comune e linguaggio specialistico. The article focuses on portions of Italian and Swiss geometry textbooks addressed to primary and lower secondary schools³ on the theme of polygons, in which the different types of logical-argumentative textual movements (related to making “do”, making “imagine” and making “abstract”) are investigated in a strictly interdisciplinary way. In particular, qualitative and quantitative analyses of these movements are carried out, with explication of possible didactic implications.

In the section *Esperienze didattiche* there are four contributions, related to compulsory and post-compulsory education. The first contribution describes some of the experiences realized by a heterogeneous group of teachers in kindergarten, primary and lower secondary schools based on interdisciplinary didactic paths in mathematics and Italian language. These experiences cover several aspects: reading, understanding and formulating problems; the use of narratives to tell mathematics; ludolinguistics as a tool to encourage a positive approach to the error and to strengthen vocabulary and communication skills. The second contribution presents a didactic path carried out in a class of lower secondary school in Ticino with the aim of investigating the development of the students' beliefs regarding the effective elements and processes that can be implemented to achieve an optimal solution of a mathematical problem. The paper describes the itinerary and presents the results, which show a shift of attention from the mathematical result to processes such as the role of reading, the importance of understanding the text and the interpretation of the result in the real context. The third contribution presents a teaching module entitled *La Lingua Matematica*, aimed at grade 9 students and offered within classes of the *Liceo Matematico*; the module has two main objectives: to introduce questions related to mathematics and language, and to introduce the concepts of theorem and proof. The article highlights how the path has led students to confront each other, develop hypotheses and produce arguments. The last contribution, finally, deals with kindergarten school, and aims to describe an interdisciplinary itinerary between mathematics and Italian language. The article presents a laboratory path based on the creation of a “numerical passport”, thanks to which students have the opportunity to confront themselves with contextualized activities in the real world, developing their linguistic and mathematical skills in a rich and positive way.

Even the *Recensioni* have been written for being dedicated to the meeting between the two worlds. We propose 100 reviews of illustrated books that can be effectively used in continuity between kindergarten and primary school to promote teaching paths integrating mathematics and Italian language. The reviews are accompanied by didactic comments to help teachers to insert them within a learning path. There are also reviews for older readers: they offer examples of books written by authors who, although not “literati by profession”, defend the conviction of a new humanism made up of science and art, rationality and imagination, calculation and fantasy.

Prof. Silvia Sbaragli
Dipartimento formazione e apprendimento, SUPSI

Bibliography

Levi, P. (1985). *L'altrui mestiere*. Einaudi.

3. The lower secondary school in Italy lasts three years and corresponds to the grades from 6 to 8.

Riflessione e ricerca

DdM

Interazioni conversazionali, manipolazioni linguistiche e emergenza di abilità logiche in attività matematiche

Conversational interactions, language manipulations and the emergence of logical abilities in mathematical activities

Cristina Coppola*, Antonio Iannaccone[‡], Monica Mollo[°] e Tiziana Pacelli[•]

*Dipartimento di Matematica, Università degli Studi di Salerno – Italia

‡Institut de psychologie et éducation, Université de Neuchâtel – Svizzera

°Dipartimento di Scienze Filosofiche Umane e della Formazione, Università degli Studi di Salerno – Italia

•Dipartimento di Matematica e Applicazioni “R. Caccioppoli”, Università degli Studi di Napoli “Federico II” – Italia

✉ ccoppola@unisa.it, antonio.iannaccone@unine.ch, mmollo@unisa.it, tiziana.pacelli@unina.it

Sunto / In questo lavoro, in accordo con la prospettiva vygotkiana e focalizzando su alcuni aspetti della logica matematica, viene presentata una riflessione derivante da un insieme di ricerche che esplorano le relazioni tra linguaggio e sviluppo di abilità logiche. Si descrive la progettazione/implementazione di un dispositivo educativo, articolato in attività linguistico-manipolative realizzate in classi quarte di scuola primaria. Le attività si basano sulla costruzione e manipolazione di un linguaggio simbolico, socialmente condiviso, nato per far muovere un “bambino-robot” in una stanza. L'analisi qualitativa degli scambi sociali e del contenuto delle interviste di esplicitazione ha permesso di evidenziare come, attraverso il confronto dei diversi punti di vista, i bambini realizzano un processo dinamico di costruzione e negoziazione di significati matematici. In particolare, sono presentati alcuni temi comuni emersi dalle interviste che mostrano le modalità di elaborare le attività da parte dei bambini, collegate ad aspetti interindividuali e intraindividuali.

Parole chiave: linguaggio; abilità logiche; manipolazione di oggetti linguistici; sintassi e semantica; interazioni sociali.

Abstract / In this paper, according to the Vygotskian perspective and focusing on some aspects of mathematical logic, a reflection is presented based on some studies exploring the relationships between language and development of logical skills. We describe the design/implementation of an educational device, consisting of linguistic-manipulative activities carried out in 4th grade school classes. The activities are based on the construction and manipulation of a symbolic language, socially shared, created to make a “child-robot” move in a room. The qualitative analysis of the social exchanges and of the content of the explicitation interviews allowed to highlight how, through the comparison among different points of view, children carry out a dynamic process of construction and negotiation of mathematical meanings. In particular, some main topics emerging from the interviews are presented, showing the ways in which children process activities, linked to inter-individual and intra-individual aspects.

Keywords: language; logical abilities; manipulation of linguistic objects; syntax and semantics; social interactions.

1 Introduzione

In questo lavoro presenteremo una riflessione sul legame tra *linguaggio* e *sviluppo di abilità logiche* in situazioni di interazione sociale, che si basa su diversi studi effettuati nel corso degli anni, legati ad una indagine nata dall'incontro tra due gruppi di ricerca, uno in didattica della matematica e l'altro in psicologia dell'educazione.

La cornice teorica rimanda ai lavori classici del costruzionismo sociale genetico (Doise et al., 1975; Iannaccone, 1984; Iannaccone & Ligorio, 2001; Perret-Clermont, 1979), ai contributi della scuola storico-culturale di Vygotskij (1990, 1997) e ai numerosi studi in educazione matematica che evidenziano l'influenza del linguaggio e delle competenze linguistiche nei processi di insegnamento e apprendimento della matematica e nelle pratiche sociali della classe (ad esempio, Ferrari, 2002, 2021; Planas, 2018; Planas et al., 2018).

L'importanza del ruolo svolto dal linguaggio nei processi di insegnamento e apprendimento della matematica viene evidenziata, in Italia, anche nelle Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione (Ministero dell'istruzione, dell'università e della ricerca [MIUR], 2012). In esse si sottolineano diversi aspetti, come ad esempio: la centralità di attività in cui siano presenti la discussione e l'argomentazione; l'apprendimento visto come un processo, in cui sono coinvolte la negoziazione e la costruzione di significati, o cambiamenti di punti di vista; il linguaggio usato non solo per comunicare informazioni, ma anche come strumento per riflettere, operare, discutere e collaborare; la considerazione che alcune difficoltà di apprendimento della matematica siano dovute a difficoltà linguistiche (Ferrari, 2021).

In accordo con tali prospettive, nel corso degli anni sono state progettate e realizzate attività matematiche centrate sulla manipolazione linguistica e sull'interazione in classi di scuola primaria, focalizzando l'attenzione sullo studio di alcuni aspetti del linguaggio che sono tipici della logica matematica, come ad esempio gli aspetti sintattici e semantici.

Le attività hanno riguardato sia gli aspetti procedurali sia quelli assertivi del linguaggio, che giocano un ruolo fondamentale nello sviluppo del pensiero matematico dei bambini (ad esempio, Coppola et al., 2010, 2011a, 2011b, 2014, 2015, 2019). Gli aspetti procedurali sono, infatti, collegati ai processi di riconoscimento-produzione di un linguaggio (basti considerare, ad esempio, le grammatiche), all'abilità di "contare all'infinito", alle procedure di ricorsione e induzione che sottendono le operazioni aritmetiche (Gerla et al., 1990). Gli aspetti assertivi del linguaggio, invece, sono quelli relativi, ad esempio, allo studio delle proprietà dei numeri e dello spazio, alla proposta di assiomi, alla dimostrazione di un teorema. Gli studi su cui si riflette in questo articolo riguardano le attività basate sulla manipolazione di linguaggi procedurali.

In particolare, questo lavoro, si articola in due parti. Nella prima parte viene messo in evidenza lo scopo che accomuna le ricerche, in accordo con la prospettiva teorica – l'analisi della relazione tra linguaggio, visto come un oggetto da manipolare sul piano sociale e su cui riflettere, e l'emergenza di abilità logiche nei bambini. Nella seconda parte viene presentata la progettazione di quello che chiamiamo "dispositivo educativo", ovvero il design di un insieme di attività orientate a tale scopo, sulla base delle nostre riflessioni riguardanti i diversi studi fatti negli anni e gli effetti osservati nel corso delle sue implementazioni.

Dopo avere descritto la prospettiva teorica che guida la ricerca, illustreremo il dispositivo educativo progettato e implementato nel corso degli anni, e ci soffermeremo sull'analisi dei processi messi in atto da bambini di una classe coinvolti in alcune attività svolte nei primi anni della nostra ricerca. In particolare, discuteremo alcuni risultati, emersi dall'analisi effettuata sui diversi livelli possibili delle interazioni sociali e dialogiche (Doise, 1986; Doise et al., 1992), provenienti dall'osservazione delle attività e dall'analisi delle interviste a posteriori fatte ai bambini. L'intervista si ispira ad alcuni presupposti del colloquio di esplicitazione di Vermersch (1994/2005), metodologia che offre l'opportunità

di raccogliere utili resoconti dell'esperienza vissuta. In campo educativo la verbalizzazione dell'esperienza vissuta costituisce un approccio conversazionale che sembra favorire negli allievi un'attività di riflessione del proprio operato e del proprio ruolo di attore.

2 La cornice teorica

2.1 Linguaggio e attività cognitiva

In psicologia si attribuisce una notevole importanza al linguaggio in quanto espressione di una dimensione simbolica, un dispositivo della mente per mediare i simboli, per comunicare e per interagire (Bruner, 2002; Vygotskij, 1990). Le ricerche in psicologia di matrice socio-costruttivista (Doise & Mugny, 1981; Iannaccone, 2010; Iannaccone & Perret-Clermont, 1993; Perret-Clermont, 1979) hanno posto in evidenza l'importanza delle pratiche relazionali, sociali e conversazionali nel processo educativo. La costruzione della conoscenza è un processo collettivo condiviso dai partecipanti, le capacità di ragionamento aumentano nell'interazione con i pari o con adulti più esperti. Nel suo modello, Vygotskij (1990) fa dipendere lo sviluppo cognitivo del bambino dalla interiorizzazione delle conoscenze che il bambino acquisisce nel corso delle interazioni sociali alle quali prende parte. In relazione con l'altro (adulto/bambino; bambino/bambino) e in funzione del contesto socioculturale di riferimento, vengono stabiliti sul piano sociale gli strumenti per comprendere, organizzare e sistematizzare la conoscenza. Il dialogo rappresenta un'occasione importante di *scaffolding*, in quanto consente al bambino, insieme ai suoi partners, non solo di acquisire quel sistema di criteri per comprendere e interpretare l'esperienza, ma anche di sistematizzare le conoscenze già possedute, che sono però ancora disorganizzate e irrazionali: i concetti (o pseudoconcetti), posseduti dal bambino, vengono messi a confronto con altri livelli di categorizzazione della realtà esibiti dai partner e che possono assumere anche la forma di veri e propri concetti che rispettano i criteri di logicità del pensiero razionale.

L'emergenza nello spazio semantico collettivo di forme di concettualizzazione più evolute offrirà al bambino nuovi strumenti di concettualizzazione che saranno progressivamente interiorizzati. Si attiva così un processo di presa di coscienza e padronanza. L'interiorizzazione di concetti e di significati rappresenta per un bambino un atto di pensiero complesso che sostiene una serie di funzioni (come attenzione volontaria, memoria logica, l'astrazione, confronto ecc.) e al tempo stesso richiede livelli progressivamente più elevati di presa di coscienza. Appare chiaro come «i concetti scientifici non sono assimilati e non sono appresi dal bambino, non sono imparati a memoria, ma nascono e si formano per la grandissima tensione di tutta l'attività del suo pensiero» (Vygotskij, 1990, p. 215). Il linguaggio stesso è un elemento integrante di tale attività, è «parte di un'attività multimodale che coinvolge anche azioni e percezioni» (Arzarello & Robutti, 2009, p. 245). D'altra parte «il pensiero può essere concettualizzato come un caso di comunicazione, cioè come comunicazione con sé stessi» ed esso «sorge come versione privata modificata della comunicazione interpersonale» (Sfard, 2001, p. 26). Veicolando l'interiorizzazione delle relazioni sociali e delle conoscenze costruite all'interno di tali relazioni, il linguaggio rappresenterà un artefatto culturale, sotto forma di una «ricostruzione interna di un'operazione esterna» (Vygotskij, 1978, p. 56) che descrive «il processo di costruzione della conoscenza individuale come generata da esperienze socialmente condivise» (Bartolini Bussi & Mariotti, 2009, p. 277). La *logica dell'azione* precede la *logica del pensiero*, in quanto lo sviluppo della mente (passaggio dall'*intersichico* all'*intrapichico*) passa attraverso situazioni concrete, tangibili e strettamente connesse con l'esperienza e con il contesto socioculturale di riferimento (Coppola et al., 2019; Vygotskij, 1990).

2.2 Logica, linguaggio e insegnamento

Nel nostro studio, non guardiamo alla logica matematica come strumento per i fondamenti della matematica – come è stata considerata storicamente – ma come espressione esplicita di alcuni aspetti riguardanti il linguaggio, il cui ruolo è stato enfatizzato con la nascita della moderna logica matematica, all’inizio del ventesimo secolo. L’attenzione al linguaggio matematico, alla distinzione tra linguaggio e metalinguaggio e alla nozione di interpretazione fa della logica uno strumento culturale di insegnamento a ogni livello scolastico (Ferrari & Gerla, 2015). D’altra parte, il linguaggio, in tutte le sue forme, ha un ruolo fondamentale nei processi di apprendimento e nelle pratiche sociali delle classi, come è stato ampiamente riconosciuto (si veda ad esempio, Ferrari, 2004, 2021; Planas, 2018; Planas et al., 2018).

In particolare, focalizziamo l’attenzione sui seguenti aspetti: il linguaggio, che da strumento di comunicazione diventa anche oggetto di manipolazione e di riflessione; l’interpretazione del linguaggio, che può non essere univoca; gli oggetti matematici che nascono non solo tramite processi di astrazione dall’esperienza diretta, ma anche dall’oggettivazione del linguaggio, l’intuizione di una equivalenza tra diverse procedure e l’individuazione di regole di manipolazione di oggetti linguistici in accordo con questa equivalenza (Coppola et al., 2011b, 2014; Gerla, 1988).

Dal punto di vista didattico, la trasformazione del linguaggio in un oggetto da manipolare può essere realizzata attraverso attività linguistico-manipolative, in cui gli oggetti matematici nascono dalla manipolazione del linguaggio e del metalinguaggio. La manipolazione di oggetti linguistici, “costruiti” dopo una negoziazione comunicativa, a partire da situazioni problematiche, può stimolare nei bambini coinvolti l’apprendimento dell’uso di segni come simboli. I simboli sono intesi come “strumenti” che supportano la realizzazione di azioni nel contesto in cui i bambini agiscono e aiutano a trovare strategie per risolvere problemi. «Da un lato, funzionano come strumenti che permettono agli individui di impegnarsi nella prassi cognitiva. Dall’altro, fanno parte di quei sistemi che trascendono l’individuo e attraverso i quali si oggettiva una realtà sociale» (Radford, 2000, p. 241).

Inoltre, l’idea che sia importante gettare le basi per un’alfabetizzazione simbolica già nella scuola primaria, è supportata dalla convinzione di diversi ricercatori che alcune delle difficoltà degli studenti nell’apprendimento della matematica siano legate alle difficoltà nell’acquisizione della rappresentazione simbolica dei contenuti e delle operazioni matematiche. In tal senso, l’acquisizione di una competenza simbolica, attraverso attività di manipolazione, potrebbe promuovere negli studenti una migliore abilità di astrazione. La nozione di astrazione in matematica può avere diverse interpretazioni: come generalizzazione, come decontestualizzazione, come reificazione. Molte ricerche sottolineano che queste tre componenti sono fondamentali e intervengono in modi diversi a seconda che ci si riferisca all’organizzazione di conoscenze già disponibili o allo sviluppo di idee matematiche (Ferrari, 2003). D’altra parte, anche la prospettiva bruneriana (Bruner, 1977, 1990), riguardante il passaggio dal *pensiero esecutivo* a quello *simbolico* e poi *astratto* sostiene che, per raggiungere l’astrazione, il bambino deve passare attraverso la manipolazione dell’oggetto reale, poi la manipolazione della sua rappresentazione.

La progettazione di un dispositivo educativo, incentrato su una serie di attività collaborative ad hoc, segue una precisa architettura, che favorisce il passaggio da una esperienza pratica e diretta – attraverso una serie di attività proposte dai ricercatori – ad una conoscenza riflessiva di concetti matematici (Coppola et al., 2019). Tale passaggio è reso possibile dalla creazione di uno *spazio dialogico di confronto* tra gli alunni, capace di attivare cambiamenti concettuali (Bakhtin, 1981; Vygotskij, 1990), che evolve continuamente in una dimensione temporale (nella dimensione della micro-storia del dialogo) e che diviene, a sua volta, uno *spazio per il pensiero* (Mollo, 2018; Perret-Clermont, 2005, 2015). Tali cambiamenti passano attraverso azioni concrete, confronto e dialogo tra alunni e ricercatori (Coppola et al., 2019). La creazione di un linguaggio condiviso, all’interno di uno spazio dialogico di confronto, e la sua manipolazione permettono di acquisire la consapevolezza che “il simbolo” presume un accordo nella comunità dei destinatari e che dipende in generale dal contesto d’uso. In

questo senso, il pensiero, e, quindi, il pensiero matematico, non può essere considerato come una elaborazione individuale di informazioni, ma costituisce una vera e propria “forma di pratica sociale” (Radford et al., 2005; Wartofsky, 1979) da interiorizzare.

3 La ricerca

Lo scopo principale che accomuna le ricerche, in accordo con la prospettiva teorica delineata, è quello di analizzare la relazione tra linguaggio, visto come un oggetto da manipolare sul piano sociale e su cui riflettere, e l'emergenza di abilità logiche nei bambini. Il design delle attività del dispositivo educativo (che sarà descritto più nel dettaglio nel paragrafo successivo) prevede la creazione e la manipolazione di semplici linguaggi simbolici, come risposta alla proposta di situazioni problematiche, in una continua articolazione tra sintassi e semantica.

Il lavoro dei bambini vede alternarsi momenti di lavoro in gruppo e momenti di discussione collettiva. Si è cercato di realizzare, come setting per le attività, una sorta di “luogo sicuro” che facilitasse il confronto tra punti di vista diversi, le interazioni sociali e la manipolazione di oggetti linguistici. Dal nostro punto di vista, e in accordo con le teorie socio-costruttiviste, la creazione di uno spazio (Bakhtin, 1981; Coppola et al., 2019; Iannaccone & Zittoun, 2014; Perret-Clermont, 2001, 2004) all'interno del quale i bambini si confrontano su ciò che a loro è sconosciuto/ignoto oppure su elementi che destabilizzano le loro opinioni, rappresenta per i partecipanti una fonte di riflessione, presa di coscienza di sé e delle proprie conoscenze. In quest'ottica, tale *spazio* va considerato all'interno di una *dimensione dialogica delle interazioni* (Bakhtin, 1981) e va inteso anche in termini di *spazio per il pensiero* (Perret-Clermont, 2001).

In questo caso, l'elaborazione della conoscenza da parte dei bambini avviene attraverso un processo induttivo (bottom-up) che parte dalla manipolazione “collettiva” del linguaggio. L'attività di manipolazione del linguaggio consiste nel comporre, scomporre, ricombinare e confrontare il linguaggio al fine di individuare, in quel determinato contesto, un linguaggio simbolico condiviso da tutti i bambini. L'attività, in linea con la prospettiva teorica, consiste nell'individuare regole condivise di manipolazione di oggetti linguistici.

La situazione problematica di partenza prevede quello che abbiamo chiamato “il task del bambino-robot”: uno dei bambini della classe svolge il ruolo di un robot che si muove liberamente all'interno dell'aula. Gli altri bambini hanno il compito di trovare delle “istruzioni” per descrivere i movimenti del bambino-robot. A partire da questa situazione iniziale, attraverso successive consegne e discussioni, lo scopo è quello di far costruire ai bambini un semplice linguaggio simbolico, in cui ogni simbolo rappresenta un'istruzione per il robot e, dunque, ogni simbolo ha come significato un movimento elementare del robot. In questo linguaggio, una parola, ovvero una sequenza di simboli, rappresenta una sequenza di movimenti per il robot. Successivamente, i compiti proposti hanno come obiettivo quello di far manipolare il linguaggio creato, sulla base di regole ed interpretazioni legate al contesto per far riflettere su diverse nozioni matematiche, come ad esempio il concetto di equivalenza (Coppola et al., 2011b, 2014). Tutto ciò avviene sempre in un continuo “andirivieni” tra sintassi e semantica, che comporta anche una riflessione generale su questi concetti e sul fatto che uno stesso linguaggio possa avere interpretazioni diverse.

La domanda più generale da cui siamo partiti vuole indagare se attività riguardanti la manipolazione di “oggetti linguistici”, ambientate in un contesto di interazione sociale e negoziazione di significati, all'interno di uno *spazio dialogico di confronto* (Bakhtin, 1981; Vygotskij, 1990), possano supportare nei bambini un cambiamento nella rappresentazione del linguaggio, da solo strumento di comunicazione ad oggetto di manipolazione.

Più nello specifico delle attività e, dunque, riguardo a nozioni specifiche che ne sono state l'obiettivo didattico, le domande che hanno guidato i nostri studi sono state:

- In che modo, attraverso la creazione e la manipolazione “collettiva” dei simboli del linguaggio, i bambini possono appropriarsi della nozione di equivalenza?
- In che modo, opportunamente guidati e stimolati, i bambini possono riflettere sulla possibilità che uno stesso linguaggio possa avere interpretazioni diverse e, dunque, su alcuni aspetti della differenza tra sintassi e semantica?

4 La metodologia: partecipanti, design delle attività, approccio ai dati

4.1 Partecipanti e metodologia di lavoro

Nel corso di vari anni il nostro studio ha coinvolto classi quarte di diverse scuole primarie¹ della provincia di Salerno, Italia, con la partecipazione alle attività progettate di bambini di età compresa tra gli 8 e i 10 anni. Le attività sono sempre state svolte durante le ore curricolari, con la presenza in classe di (tre) ricercatori e di un insegnante, in alcuni casi di matematica, in altri di italiano.

In accordo con la prospettiva vygotkiana, secondo cui le capacità di ragionamento dipendono in larga misura dall'interazione tra pari e con persone più esperte (Vygotskij, 1990), i bambini partecipavano alle attività in gruppi cooperativi. La cooperazione può essere l'origine di almeno tre trasformazioni del pensiero dell'individuo: in primo luogo, può essere utile per prendere coscienza di sé stessi; innalza la distinzione tra il soggettivo e l'oggettivo; infine, è fonte di regolazione. Queste trasformazioni permettono al bambino di superare l'egocentrismo (in senso piagetiano), portandolo a discernere altri punti di vista esistenti e diverse soluzioni dello stesso problema (Carugati & Selleri, 2005). Inoltre, tale scelta metodologica è anche legata all'idea di progettare attività che stimolassero la comunicazione, in accordo con le ricerche che attribuiscono un ruolo importante ai processi comunicativi nello sviluppo del pensiero matematico (Sfard, 2001).

Più in particolare, l'organizzazione dello svolgimento delle attività si è ispirato ai *cicli didattici* (Bartolini Bussi & Mariotti, 2009), con l'alternanza di varie fasi: esplorazione dell'artefatto, lavoro in gruppi con compiti mirati, discussione collettiva guidata da uno dei ricercatori. L'artefatto al centro delle attività non è da considerarsi un “artefatto materiale”, ma un artefatto concettuale: il linguaggio costruito dai bambini che diventa oggetto da manipolare.

Il ruolo dell'insegnante durante le attività è stato di coordinatore, mentre i ricercatori hanno svolto il ruolo di *scaffolders* (Wood et al., 1976), supportando i processi di pensiero durante la risoluzione dei compiti proposti, attraverso la proposta di domande e di spunti di riflessione, cercando di non intervenire troppo nella gestione delle attività e nel processo di risoluzione della situazione problematica.

4.2 Design del dispositivo educativo

Il dispositivo educativo è stato organizzato in attività “goal-oriented”, focalizzate sulla creazione e manipolazione di semplici linguaggi simbolici procedurali, con una continua articolazione tra sintassi e semantica. Sono previste diverse fasi, per ognuna delle quali sono forniti compiti che i bambini devono risolvere a partire da situazioni problematiche.

L'idea iniziale che ha ispirato il design del dispositivo educativo, da implementare nelle scuole primarie, è stata quella che caratterizza il *Logo* di Seymour Papert (1980), uno dei primi linguaggi di

1. La scuola primaria in Italia dura cinque anni e corrisponde alla scuola elementare nel Canton Ticino.

programmazione orientato all'educazione dei bambini. L'idea del *Logo* era quella di far muovere una tartaruga-robot visibile sullo schermo del computer dando delle semplici istruzioni. Nel nostro caso, il tema ricorrente nelle attività del dispositivo educativo è il "bambino-robot": il ruolo del robot che deve muoversi realmente in una stanza viene affidato ad uno o più bambini.

Un'altra idea chiave a cui si è fatto riferimento nell'ideazione del dispositivo educativo è stata quella che guida il paradigma dell'*informatica povera* (Coppola et al., 2011a), secondo cui è possibile usare "materiale povero", come ad esempio cartoncini, al posto di un software e di un computer. L'obiettivo principale di questo paradigma è quello di supportare nei bambini lo sviluppo di alcune abilità, come, ad esempio, individuare i problemi, escogitare un linguaggio più o meno formale per codificarli, identificare le procedure adeguate a risolverli, descrivere queste procedure in modo univoco (Gerla, 1988; Gerla et al., 1990). In accordo con tale prospettiva, le istruzioni vengono date ed eseguite dai bambini che partecipano alle attività. Il linguaggio, usato per le istruzioni, è costruito dai bambini stessi grazie a processi di interazione sociale, negoziazione e di argomentazione delle scelte. In questo modo i bambini possono svolgere il ruolo di creatori, manipolatori e interpreti di un programma basato su quel linguaggio.

Le attività del dispositivo educativo sono state progettate pensando a tre fasi principali: *creazione del linguaggio, manipolazione del linguaggio, interpretazione del linguaggio*.

Fase 1: creazione del linguaggio

Relativamente alla prima fase sono state progettate diverse tipologie di attività il cui scopo è la creazione di un semplice linguaggio procedurale, partendo da una data situazione e per risolvere un dato problema. Nel corso degli anni si è deciso di lasciare inalterate queste attività, in quanto, sulla base delle analisi effettuate, il loro design sembrava adatto per raggiungere lo scopo che ci eravamo prefissati. In questa fase i bambini vengono divisi in gruppi. In una *prima attività* viene scelto da loro un bambino che deve svolgere il ruolo di "bambino-robot". Il compito di questo bambino è di muoversi liberamente nell'aula, facendo dei passi sul pavimento quadrettato (i pavimenti delle aule sono sempre ricoperti da mattonelle), e di arrivare ad una fissata posizione, partendo da un'altra posizione prestabilita. Il compito del resto della classe, divisa in gruppi, è descrivere su un foglio i movimenti del bambino-robot, facendo corrispondere una descrizione ad ogni movimento. Nel corso degli anni si è osservato che in questa prima attività i bambini tendono sempre ad usare inizialmente il linguaggio quotidiano per descrivere i vari movimenti del bambino-robot. Inoltre, le istruzioni create sono strettamente collegate al punto di vista "soggettivo" dei bambini che osservano e che scrivono. Ad esempio, tra le espressioni più usate si ritrovano *gira a destra, gira a sinistra*, in cui l'uso esplicito di destra e sinistra mostra la dipendenza dalla posizione dell'osservatore.

In una *seconda attività* viene proposta una nuova situazione problematica: vengono scelti due bambini-robot, che vengono posizionati inizialmente uno di fronte all'altro come in uno specchio. Il compito per ogni gruppo, ora, è di dare a turno una singola istruzione ai due robot con lo scopo di far raggiungere loro contemporaneamente una stessa posizione prestabilita. Anche relativamente allo svolgimento di questa attività, nel corso degli anni è stato osservato un comportamento simile: il compito stesso, per la sua stessa struttura, induce nei bambini un momento di crisi.² Infatti, i bambini si rendono conto che, usando le istruzioni elaborate nell'attività precedente, non sono in grado di trovare una soluzione alla nuova situazione problematica loro proposta. Hanno bisogno di un linguaggio diverso che sia meno legato al contesto della situazione stessa, in cui in quel momento sono immersi. La discussione collettiva guidata dai ricercatori permette di negoziare la scelta delle istruzioni e di risolvere il compito proposto. Nelle nostre esperienze, i bambini sostituiscono un riferimento interno (ovvero legato al proprio punto di vista), come destra e sinistra, con uno esterno, come i punti cardi-

² Per *momento di crisi* intendiamo un momento in cui i bambini hanno difficoltà a capire il problema e a condividere la decisione per la soluzione.

nali. La scelta di usare i punti cardinali non è casuale, nel senso che generalmente vengono introdotti e studiati proprio in quegli anni scolastici. Inoltre, una prassi comune delle scuole in cui sono state svolte le attività, consisteva nell'etichettare le pareti delle aule con il punto cardinale corrispondente. In una conclusiva *terza attività* si attua il processo di istituzionalizzazione, atto sociale fondamentale affinché gli alunni, coinvolti precedentemente nelle situazioni problematiche in cui hanno costruito in interazione il linguaggio, riconoscano, guidati dal ricercatore, l'utilità e l'universalità del sapere costruito (D'Amore, 1999). «L'istituzionalizzazione della consegna è l'atto sociale attraverso il quale il maestro e l'allievo riconoscono la devoluzione» (Brousseau, citato da Perrin-Glorian, 1994, p. 128). In questa attività i simboli o le parole, creati dai vari gruppi, che descrivono i movimenti del robot, attraverso una discussione collettiva e continue negoziazioni, vengono trasformati in istruzioni di base per dare vita ad un unico linguaggio più sintetico, condiviso dall'intera classe. Il linguaggio finale viene istituzionalizzato attraverso la scrittura su un cartellone dei simboli scelti. Dalle osservazioni effettuate in questi anni è emerso che in questa attività i bambini compiono un passaggio graduale dal linguaggio quotidiano ad uno "simbolico". Di seguito riportiamo le immagini di due cartelloni con due esempi di linguaggi creati in due diverse classi (Figura 1, Figura 2).

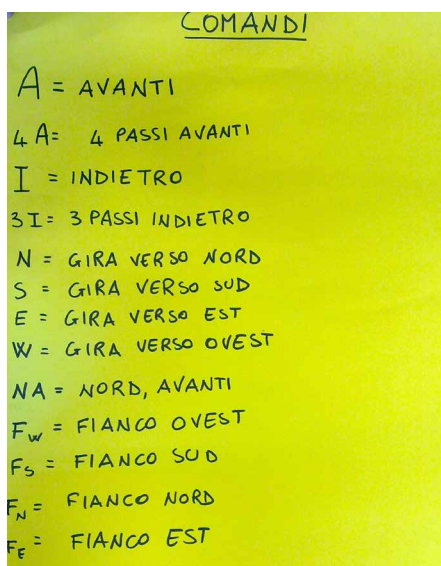


Figura 1. I simboli di un linguaggio creato e relativa interpretazione.

Con il simbolo *N* i bambini intendevano l'istruzione per far girare il bambino-robot con lo sguardo rivolto verso Nord, rimanendo sulla stessa mattonella (analogamente per i simboli *S*, *E*, *W*). L'interpretazione attribuita al simbolo *F_w* era quella legata al movimento del bambino-robot verso Ovest, senza girarsi, rimanendo cioè con lo sguardo nella stessa direzione in cui già si trovava (analogamente per i simboli *F_e*, *F_N* e *F_S*). Come possiamo osservare, in questo caso i bambini sul cartellone non scrivono solo le istruzioni elementari, ma anche alcune abbreviazioni, come ad esempio *3I* che abbrevia la parola³ *III* (utilizzando conoscenze pregresse) ed alcune parole brevi, come ad esempio *NA*, composta dall'accostamento dei due simboli *N* ed *A*.

Da sottolineare che in attività di questo tipo, svolte in classi diverse, si sono ottenuti risultati simili

3. Con il termine *parola* intendiamo un "programma" costituito da una sequenza di simboli che possono essere interpretati come una successione temporale di istruzioni elementari. Ad esempio, *AAIS* è una parola costituita da quattro simboli che corrisponde ad una sequenza temporale di quattro istruzioni elementari e, quindi, di quattro azioni che il robot dovrebbe compiere: *fai un passo avanti, fai un passo avanti, fai un passo indietro, gira verso sud*.

ma non identici. Questo dipende dal fatto che, essendo un'attività situata, legata al contesto in cui sono immersi i bambini, la scelta dei simboli – e la relativa interpretazione – è frutto di negoziazioni, di argomentazioni legate al contesto in cui si sta svolgendo l'attività, ai movimenti del robot e a ciò che i bambini, in quel contesto, hanno ritenuto importante per raggiungere lo scopo e per risolvere la situazione problematica. Ad esempio, i bambini di un'altra classe, coinvolta in un altro momento nell'implementazione delle attività, hanno prodotto il linguaggio che possiamo osservare nella Figura 2.

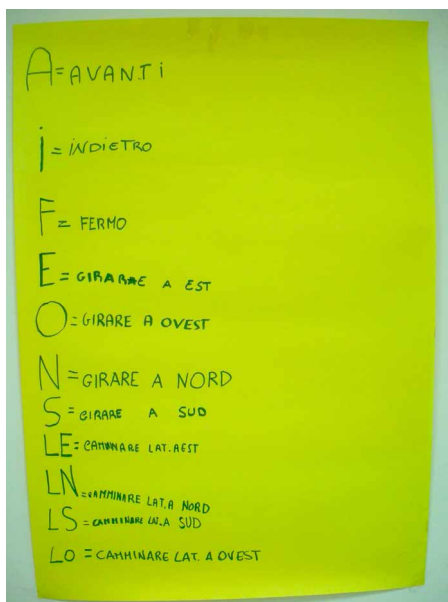


Figura 2. I simboli di un linguaggio creato e relativa interpretazione.

Con il simbolo L_N i bambini intendevano descrivere un particolare movimento: il bambino-robot, senza cambiare la direzione verso cui è rivolto con lo sguardo, si sposta lateralmente di una mattonella verso il punto cardinale Nord. Analogo discorso vale per i simboli L_S , L_E , L_O . In entrambe queste esperienze i bambini hanno scelto in modo spontaneo di usare i punti cardinali osservando l'ambiente in cui stavano svolgendo l'attività. In un contesto diverso, potrebbero scegliere un riferimento diverso.

Fase 2: manipolazione del linguaggio

Per la Fase 2 sono state progettate attività il cui scopo generale è quello di permettere ai bambini di manipolare il linguaggio costruito nella Fase 1 in un continuo andirivieni tra la sintassi del linguaggio e la sua semantica (interpretazione dei simboli e delle parole in riferimento al contesto). In particolare, per queste attività si è puntato sulla nozione di equivalenza. In accordo con alcuni studi, infatti, (ad esempio, Kieran, 1992; MacGregor & Stacey, 1997) si ritiene fondamentale per uno studente riuscire a gestirla correttamente. Inoltre, la sua comprensione rappresenta un prerequisito fondamentale per l'apprendimento di nozioni matematiche più avanzate. Pertanto, lo scopo delle attività è quello di far riconoscere alcune *regole di equivalenza* del linguaggio costruito, per poi far sviluppare una maggiore abilità nella loro manipolazione. Bisogna precisare che, in questo contesto, due *sequenze di simboli* sono considerate *equivalenti* se rappresentano percorsi che, partendo da una stessa posizione iniziale, permettono al bambino-robot di arrivare in una stessa posizione finale. Una *regola di equivalenza* è, dunque, una regola sintattica, che permette di identificare due sequenze di simboli come equivalenti. Ad esempio, una regola di equivalenza può essere $AI = F$, poiché entrambe le sequenze di simboli producono lo stesso risultato per quanto riguarda la posizione finale, e considerando una stessa posizione iniziale. Di conseguenza, la parola $AIAA$ è equivalente alla parola AA . Il termine

“equivalente” è stato negoziato con i bambini, partendo dall’osservazione dell’effetto causato sui percorsi del robot dalle sequenze nei compiti dati. Anche in questa fase i bambini lavorano in gruppo ed ogni attività è caratterizzata da discussioni collettive finali, in cui, attraverso argomentazioni varie, i bambini, guidati dai ricercatori, negoziano il compito e le soluzioni ad esso.

Una prima attività progettata ed implementata riguarda la *costruzione delle regole di equivalenza*. Ogni gruppo riceve un foglio di carta (Figura 3) su cui è disegnata una griglia (che simula il pavimento dell’aula), sulla quale viene indicato un punto di partenza e viene scritta una sequenza di simboli del linguaggio costruito nella Fase 1. Sul foglio sono indicati anche i punti cardinali: *N, S, O, E*. In questo esempio ci si riferisce al linguaggio creato visibile nella Figura 2.

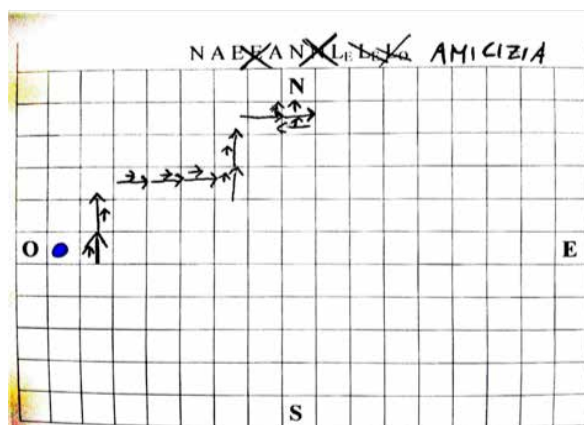


Figura 3. Esempio di rappresentazione su un foglio quadrettato dell’attività della Fase 2.

Il compito di ogni gruppo è rispondere alle seguenti domande:

- Disegna il percorso (corrispondente alla sequenza) e indica il punto di arrivo.
- Il percorso che hai disegnato per il robot è il più breve per raggiungere il punto d’arrivo?
- Puoi renderlo più breve eliminando alcune istruzioni?
- Cosa cancelli e come mai?
- Puoi sostituire alcune istruzioni con altre? Con quali? Come mai?

Un esempio di sequenza di simboli proposta ai bambini è la seguente:

$N A A I A A E A I F_E F_W A A A$

Questa sequenza può essere resa più breve, per esempio, eliminando le sequenze di simboli *AI* oppure ($F_E F_W$) entrambe equivalenti a *F*, in quanto le interpretazioni di tutte è “nessun movimento”. In tal modo si arriva alla sequenza

$N A (A I) A A E A I (F_E F_W) A A A$
 $N A A A E A I A A A$

Nella Figura 3 possiamo osservare un altro esempio di sequenza di simboli proposta e come un gruppo di bambini (Gruppo Amicizia) l’ha rappresentata graficamente e ha effettuato le elisioni di alcuni simboli per renderla più breve.

Fase 3: interpretazione del linguaggio

Per questa fase sono state progettate attività il cui scopo è quello di far riflettere sulla differenza tra sintassi e semantica del linguaggio creato e, in particolare, sul fatto che uno stesso linguaggio possa avere interpretazioni diverse. A questo scopo sono state progettate e realizzate nel corso di più anni due attività diverse: *la caccia al tesoro* e *il gioco dei mondi*.

La caccia al tesoro

In un primo studio (Coppola et al., 2011a) è stata progettata e implementata un’attività molto simile

a una caccia al tesoro. Durante questa attività i bambini sono divisi in due gruppi, che chiamiamo Gruppo A e Gruppo B. Inizialmente i due gruppi lavorano in aule diverse e hanno compiti diversi. Per il Gruppo A il compito è di nascondere il “tesoro” nell’aula e di creare una sequenza di simboli del linguaggio (di lunghezza limitata) che rappresenti un percorso che conduce al tesoro. La sequenza deve essere scritta su una griglia di carta. Si può suggerire che, poiché la sequenza creata sarà consegnata al Gruppo B, che la interpreterà per trovare il tesoro, il Gruppo A può trarre vantaggio dal creare una sequenza lunga con stringhe di simboli che possono essere semplificate. Per il Gruppo B, il compito è di manipolare ed eventualmente semplificare la sequenza di simboli ricevuti dal Gruppo A. La sequenza finale, ottenuta dopo la manipolazione, deve essere dettata da un membro del Gruppo B a un altro dello stesso gruppo, che svolgerà il ruolo di robot per trovare il tesoro. Prima della dettatura, il bambino-robot non conosce né la sequenza iniziale ricevuta dal suo gruppo né quella finale. Per raggiungere il tesoro, il bambino-robot deve eseguire il percorso solo sulla base delle informazioni che scrive sul suo foglio durante il dettato.

Il gioco dei mondi

In questa attività – descritta e analizzata nel dettaglio in (Coppola et al., 2015, 2019) - vengono proposte due o più interpretazioni diverse dei simboli di uno stesso linguaggio creato e manipolato nelle fasi precedenti. Vengono usati cartelloni di diversi colori per presentare diverse interpretazioni del linguaggio costruito (in Figura 4 un esempio relativo al linguaggio della Figura 2). In questa attività sono stati previsti sia momenti in cui i bambini-robot possono eseguire i comandi dei nuovi mondi, sia compiti da svolgere nei gruppi.

Linguaggio	Interpretazione “mondo arancione”	Interpretazione “mondo blu”
A	Avanti	Avanti
I	Indietro	Indietro
N	Gira a Sud	Alza la mano destra
S	Gira a Nord	Abbassa la mano destra
E	Gira a Ovest	Alza la mano sinistra
O	Gira a Est	Abbassa la mano sinistra
L_N	Cammina lateralmente a Sud	Gira a Nord
L_S	Cammina lateralmente a Nord	Gira a Sud
L_E	Cammina lateralmente a Ovest	Gira a Est
L_O	Cammina lateralmente a Est	Gira a Ovest
F	Fermo	Fermo

Figura 4. Esempi di interpretazioni diverse di uno stesso linguaggio.

Sono stati proposti più compiti con lo scopo di far costruire regole di equivalenza valide per i due nuovi mondi e di verificare se l’equivalenza è una proprietà che si conserva nel passaggio da un mondo a un altro, cioè se due sequenze di simboli, equivalenti in un mondo, continuano ad essere equivalenti anche in un altro mondo. In queste attività il focus risulta essere il continuo andirivieni tra sintassi e semantica dei simboli del linguaggio. Grazie alla loro struttura, i compiti (un esempio è presentato in Figura 5) permettono ai bambini di riflettere sul fatto che due sequenze sintatticamente identiche possono avere una semantica diversa a seconda del “mondo” in cui vengono usate e, di conseguenza, in un mondo possono valere delle regole di equivalenza e in un altro mondo altre regole. Nella progettazione sono state scelte interpretazioni opportune in modo che il mondo di partenza fosse isomorfo ad uno dei due mondi nuovi e non isomorfo all’altro. Per esempio, considerando come mondo di partenza (mondo giallo) quello con il linguaggio rappresentato in Figura 2, risulta che sia nel mondo di partenza che in quello arancione (Figura 4), la regola di equivalenza $L_E L_O = F$ vale, mentre questa regola non vale nel mondo blu (Figura 4). Pertanto, le parole $L_E L_O$ e F sono equivalenti sia nel mondo giallo che in quello arancione, ma non sono equivalenti nel mondo blu.

Leggete queste due sequenze di comandi:

$$\begin{array}{c} N A I A L_E L_0 \\ N F A F \end{array}$$

1) Utilizzando le REGOLE del mondo GIALLO, le due sequenze sono equivalenti?
2) Utilizzando le REGOLE del mondo ARANCIONE, le due sequenze sono equivalenti?

Figura 5. Esempio di attività della Fase 3.

Nel prossimo paragrafo, dopo aver illustrato quali dati si sono ottenuti e come sono stati raccolti nel corso degli anni, ci soffermeremo sull'analisi e sui risultati riguardanti una delle prime progettazioni/ implementazioni del dispositivo educativo, ai quali si sono però aggiunti ulteriori risultati dovuti a studi successivi, di cui discuteremo solo nel paragrafo finale.

4.3 Approccio ai dati

Raccolta dati

Nel corso degli anni sono stati raccolti dati attraverso video-registrazioni, audio-registrazioni,⁴ successivamente trascritte, note osservative e tracce osservabili⁵ (Vermersch, 1994/2005).

Inoltre, in itinere e alla fine dell'implementazione del dispositivo educativo, i bambini sono stati sottoposti individualmente a una intervista narrativa, semi-strutturata con domande aperte, ispirata sia al costruito dell'intervista di esplicitazione (Vermersch, 1994/2005) sia al resoconto biografico (Bruner, 1990). Per la loro stessa natura, non è mai stata fissata una durata prestabilita delle interviste. Tutte le interviste sono state audio-registrate e trascritte.

Sul piano metodologico appare essenziale un esplicito riferimento alla *dimensione narrativa* (Bruner, 2002) come modalità cognitiva attraverso cui i bambini organizzano e attribuiscono senso all'esperienza, interpretando la realtà al fine di rappresentare gli eventi e trasformarli in oggetto di riflessione (intrapsoichico). Inoltre, l'intervista di esplicitazione ci è sembrata uno strumento adatto per raccogliere dati utili per il nostro studio, in quanto permette di verbalizzare l'azione: l'azione è intesa come esecuzione di un compito e, quindi, con l'espressione "verbalizzare l'azione" si intende l'operazione di trasformare in parole il processo messo in atto per svolgere un compito. Tale metodo, infatti, si basa su particolari tecniche di formulazione dei rilanci (domande, riformulazioni, silenzi) mirate a facilitare e assistere la verbalizzazione a posteriori di un particolare aspetto di una esperienza vissuta. In ogni attività che comporta l'esecuzione di compiti – come nel nostro caso – è fondamentale conoscere in dettaglio le modalità di esecuzione del compito stesso, perché la sola conoscenza del risultato finale del compito non è sufficiente per diagnosticare la natura e la causa di un fallimento o di un successo. Lo sviluppo dell'azione è l'unica fonte affidabile di inferenze. La sua conoscenza è necessaria per diversi aspetti: evidenziare i ragionamenti effettivamente svolti; identificare gli obiettivi effettivamente perseguiti (che spesso possono essere diversi da quelli che si suppone di perseguire); rintracciare le conoscenze teoriche che sono state effettivamente utilizzate nella pratica (che spesso possono essere diverse da quelle padroneggiate solo da un punto di vista teorico); evidenziare le rappresentazioni errate o i preconcetti che sono causa di problemi.

4. I bambini non hanno mai mostrato di essere a disagio per la presenza dei ricercatori e delle telecamere.

5. In accordo con Vermersch (1994/2005) le tracce sono i segni "concreti" prodotti dai bambini durante le attività, come note e compiti scritti nel corso e alla fine delle attività.

Analisi dei dati

L'analisi dei dati, in questi anni, è stata di tipo qualitativo ed interpretativo ed è stata articolata in modo da considerare sia l'analisi del discorso e delle conversazioni dei bambini – avvenute durante lo svolgimento delle attività – che l'analisi delle loro narrazioni esplicitate attraverso le interviste.

In particolare, l'analisi del discorso e delle conversazioni riguarda gli *scambi sociali* (analisi di video e audio registrazioni), ovvero le modalità attraverso cui i bambini, in interazione, hanno co-costruito le soluzioni ai compiti loro proposti. Quest'analisi è stata portata avanti con vari strumenti teorici, ad esempio utilizzando la *teoria dell'attività* (Coppola et al., 2014), secondo cui tutti i processi psicologici si sviluppano nell'attività e l'azione, sempre mediata dagli strumenti culturali, rappresenta l'unica unità di analisi possibile (Leont'ev, 1975). L'analisi non mira tanto a comprendere il significato alla base dell'agire ma a studiare le attività orientate verso un obiettivo. Le attività si articolano in una serie di azioni, che sono intraprese consapevolmente per raggiungere uno scopo attraverso una serie di operazioni generate dall'azione che sono automatiche e indipendenti dalle caratteristiche dell'attività stessa. Pertanto, ogni attività è di per sé motivata da un oggetto che dà forma alla stessa attività, che si articola in azioni che generano operazioni all'interno di un determinato contesto sociale (Leont'ev, 1975; Ligorio & Pontecorvo, 2010; Zucchermaglio, 1996).

L'analisi delle narrazioni, di cui un esempio è presentato in questo lavoro, concerne l'elaborazione cognitiva delle attività (passaggio vygotkiano dall'*intersichico* all'*intrapichico*) (Vygotskij, 1990), elaborata dai bambini, prima socialmente e poi individualmente, durante e alla fine delle attività. In particolare, è stata effettuata sulle trascrizioni delle interviste un'*analisi del contenuto* (Berelson, 1952; Blanchet, 1985), interpretando le modalità di risposta dei bambini. I ricercatori hanno prodotto separatamente le loro interpretazioni, assumendo il ruolo di giudici indipendenti. La procedura ha richiesto, come primo passo, l'individuazione nei resoconti delle interviste di unità lessicali che si riferiscono ad uno stesso tema o argomento. Queste sono state successivamente classificate in unità semantiche dando vita a dei *temi*. In caso di disaccordo per l'attribuzione delle unità lessicali ai temi, i giudici hanno discusso fino a raggiungere un pieno accordo. Nella costruzione dei temi è stato necessario rispettare alcune regole di classificazione: unicità del criterio di classificazione, esclusività reciproca dei temi, esaustività dell'insieme degli argomenti. Successivamente sono state valutate le frequenze delle unità lessicali in tutti i temi per poter prendere in considerazione i temi principali, cioè i temi con la frequenza più alta di unità lessicali.

5 I risultati di una prima implementazione del dispositivo educativo

Dopo la panoramica dei paragrafi precedenti sulla struttura delle ricerche e su come sono state articolate, ci soffermiamo sulla presentazione di una delle prime esperienze legate all'implementazione del dispositivo educativo e sull'analisi effettuata (Coppola et al., 2011a).

Nell'implementazione di cui parliamo è stata coinvolta una classe di quarta primaria dell'Istituto Comprensivo di Fisciano, Salerno. Hanno partecipato alle attività proposte 19 bambini di età compresa tra 8 e 9 anni. Le tre fasi sono state implementate in 3 giorni, uno per ogni fase. Ogni incontro è durato circa 3 ore e si è svolto nell'orario scolastico.

Le attività svolte sono quelle descritte nel par. 4.2. In particolare, la Fase 3, in questo caso, ha riguardato *La caccia al tesoro*. Le attività si sono svolte, come progettato per tutto il dispositivo, in un'alternanza di lavoro in gruppo e discussioni collettive, con la presenza del docente di matematica o di quello di italiano e di 3 ricercatori (tre degli autori di questo lavoro). Il ruolo degli insegnanti è stato di coordinatori, mentre i ricercatori hanno svolto il ruolo di *scaffolders* (Wood et al., 1976), concretizzandosi nel dare input iniziali per lo svolgimento delle consegne, per poi lasciare che i bambini

interagissero tra loro per giungere alla soluzione del compito proposto, fungendo da guida durante le attività e, in particolare, nelle discussioni collettive finali.

Durante l'implementazione del dispositivo educativo è stata effettuata una prima osservazione che ha portato a raccogliere dati tramite note osservative e tracce osservabili, riguardante i processi di interazione e negoziazione, che ha permesso di rilevare come tutti i bambini siano stati coinvolti nello svolgimento delle diverse attività didattiche, anche se con un diverso livello di partecipazione. L'osservazione delle attività ci ha portato, inoltre, a focalizzare l'attenzione su vari aspetti da analizzare successivamente, come, ad esempio, la procedura di costruzione del linguaggio da parte dei bambini, la modalità di manipolazione del linguaggio costruito e la gestione delle interpretazioni attribuite al linguaggio creato.

In un secondo momento è stata effettuata l'analisi qualitativa degli altri dati collezionati (video-registrazioni, audio-registrazioni delle attività e delle interviste), che ha fatto emergere in che modo i bambini hanno creato scenari di riferimento "spontanei", risultanti dalla libera discussione tra i partecipanti durante le attività. Nello studio che presentiamo i bambini sono stati intervistati in itinere, dopo le prime due fasi, e alla fine del percorso.

I risultati che discutiamo derivano sia dall'osservazione delle attività che dall'analisi del contenuto effettuata sulle trascrizioni delle interviste (Berelson, 1952; Blanchet, 1985). Questo tipo di analisi ha fatto emergere il modo di elaborare e ridefinire le attività da parte dei bambini. L'analisi è stata condotta su tre livelli (Doise, 1986; Doise et al., 1992):

1. analisi degli *aspetti interindividuali*: le modalità di apprendimento, le rappresentazioni delle attività e dei compiti derivanti dal lavoro in gruppo;
2. analisi degli *aspetti intraindividuali*: le procedure attraverso cui i bambini, individualmente, elaborano a livello cognitivo le attività;
3. analisi delle *relazioni* tra gli *aspetti interindividuali* e *intraindividuali*: se e come gli aspetti interindividuali e quelli intraindividuali sono legati tra loro.

In particolare, relativamente a questi tre livelli, sono emersi quattro temi principali, che indichiamo con TP1, TP2, TP3, TP4 (Tabella 1).

Temi principali emersi dall'analisi delle interviste
TP1 Mancanza di accordo comunicativo
TP2 Elaborazione sociale ed individuale delle attività
TP3 Produzione dei simboli
TP4 Trasformazione del pensiero individuale

Tabella 1. Temi principali.

Il primo tema principale, TP1 *Mancanza di accordo comunicativo*, rientra nel livello interindividuale; i successivi due, TP2 *Elaborazione sociale ed individuale delle attività* e TP3 *Produzione dei simboli*, appartengono al terzo livello di analisi, poiché riguardano sia il livello interindividuale che quello intraindividuale; infine, nel livello intraindividuale ritroviamo il TP4 *Trasformazione del pensiero individuale*, come conseguenza di una attività sociale.

5.1 Mancanza di accordo comunicativo

A un livello interindividuale sembra che la cooperazione e la competizione (i bambini vengono divisi

in gruppi che sono in competizione tra loro) giochino un ruolo importante. Questo tipo di attività permette al bambino di riconoscere e comprendere l'esistenza di altri punti di vista e di soluzioni differenti dello stesso problema, senza imposizioni di regole dall'esterno (Carugati & Sella, 2005). Inoltre, la creazione condivisa di un linguaggio e la sua manipolazione permettono di acquisire la consapevolezza che i simboli dipendono dal contesto d'uso e che presuppongono un accordo nella comunità dei ricevitori (Ferrari, 2002).

Dall'analisi è emerso che in alcuni momenti critici delle attività ci sono stati dei fallimenti che sembrano siano dovuti proprio ad una *mananza di accordo comunicativo*. Questo emerge in particolare dalle interviste riguardanti le attività della Fase 3. Durante lo svolgimento della *caccia al tesoro* c'è stato un momento in cui un bambino doveva dettare a un altro una sequenza di simboli del linguaggio costruito e manipolato nelle fasi precedenti. Il bambino che riceveva la sequenza doveva usarla per raggiungere un obiettivo (trovare il tesoro), ma non ci è riuscito. Da sottolineare che in questa fase non erano state date istruzioni esplicite su se e come raggiungere un accordo. Riportiamo di seguito alcuni stralci delle interviste⁶ riguardanti questo tema principale.

Prot. 2 - IV primaria, F (*mananza di accordo comunicativo*)

21. I: «E secondo te come mai non era in grado di dare i comandi?»

22. P: «Perché (.) Perché (.) non sono arrivati a un accordo su nord sud e (.) sulla posizione da cui dovevano partire».

Prot. 4 - IV primaria, M (*mananza di accordo comunicativo*)

14. P: «(.) eravamo girati di spalle io e M. e le ho detto alcune cose (.) ma lei non sapeva dove fosse il nord sud est ovest».

Nel primo stralcio c'è la testimonianza di una bambina che ha osservato dall'esterno lo svolgimento della comunicazione della sequenza, che sottolinea un mancato accordo su due fattori importanti: la posizione iniziale di partenza e la posizione dei punti cardinali. Nel secondo stralcio, invece, il bambino intervistato è quello che ha dovuto dettare alla sua compagna di classe M. la sequenza dei simboli. L'intervistato evidenzia come M. non si sia accordata con lui su come posizionare i punti cardinali sul foglio. In entrambi i casi emerge che i bambini sono consapevoli del fallimento riguardante questo episodio e nel descriverlo lo hanno attribuito proprio a un non accordo nella comunicazione – in particolare sulla posizione dei punti cardinali – tra i due bambini impegnati nella caccia al tesoro (colui che comunica e colui che riceve la sequenza di simboli).

Da sottolineare che questi primi risultati ci hanno spinto a progettare un dispositivo educativo che includesse ulteriori attività, il cui obiettivo fosse supportare nei bambini lo sviluppo di una maggiore consapevolezza sulla non unicità dell'interpretazione e sull'importanza di accordi comunicativi all'interno di una comunità che utilizza quel linguaggio (Coppola et al., 2015, 2019).

5.2 Elaborazione sociale e individuale delle attività

Unendo i livelli di analisi interindividuale e intraindividuale, è emerso un altro tema principale, che chiamiamo *elaborazione sociale e individuale delle attività*. Grazie all'analisi effettuata è stato possibile osservare un cambiamento nel pensiero individuale dei bambini, essenzialmente basato sull'attivazione di un processo di rielaborazione – prima sociale e poi personale – dei concetti coinvolti, e su una rappresentazione dell'importanza della collaborazione/cooperazione nello svolgimento dei

6. Le interviste sono state trascritte integralmente utilizzando una versione alleggerita del sistema jeffersoniano. Sono stati utilizzati solo alcuni codici di trascrizione quali: (.) per indicare una micro pausa; (0.5) per indicare la durata di una pausa espressa in decimi di secondo (Jefferson, 1985).

compiti. I bambini hanno elaborato a livello intraindividuale i compiti, cercando di superare i problemi attraverso la collaborazione con gli altri.

Nel progettare e implementare il dispositivo educativo ci aspettavamo che i bambini aderissero a un modello condiviso e che creassero un linguaggio attraverso una negoziazione. In tal modo volevamo provocare una riflessione dei bambini sui diversi modi di rappresentare un movimento del robot (linguaggio quotidiano, simboli, rappresentazione grafica) e, viceversa, su come interpretare i simboli di un linguaggio. Dall'analisi è emerso che i bambini hanno elaborato le attività e hanno utilizzato diverse rappresentazioni per eseguire il compito e giungere ad una soluzione della situazione problematica.

Prot. 2 - IV primaria, F (*elaborazione sociale e individuale delle attività*)

37. I: «Riprendendo il percorso ti ricordi che ad un certo momento ti chiediamo di scrivere e disegnare il percorso su un foglio (.) hai notato qualche differenza tra il momento in cui dovevi disegnare il percorso su un foglio ed il momento in cui dovevi descriverlo parlando?»

38. P: «Era più facile disegnarlo (.) sì (.)».

39. I: «Come mai dici che era più facile disegnarlo?»

40. P: «Perché vedi com'è il percorso (.) com'è e poi lo disegni sul terreno (.) cioè (.) è come se lo disegnassi e poi vedi se il robot può arrivare al punto».

Prot. 1 - IV primaria, M (*elaborazione sociale e individuale delle attività*)

31. I: «Ti ricordi la penultima volta che ci siamo incontrati ti abbiamo detto di disegnare le istruzioni su un foglio (0.5) era più facile o più difficile dirle a voce o disegnarle?»

32. P: «Era più facile disegnarle su un foglio perché dopo (.) puoi anche dimenticarle (.)».

In entrambi gli stralci di intervista i bambini affermano che è più facile disegnare le istruzioni sul loro foglio che raccontarle a voce. Il primo bambino ha bisogno di scrivere perché il disegno lo aiuta a "vedere" il percorso. Il secondo dice che il disegno alleggerisce il suo lavoro nel ricordare le istruzioni. Ciò che risulta evidente da questi stralci è il bisogno dei bambini di ricorrere ancora a una rappresentazione grafica (il disegno) per manipolare i simboli del linguaggio costruito. Il disegno, che simula il percorso del robot, li aiuta a "vedere se il robot può arrivare al punto" e quindi a ricordare il significato – legato al contesto delle attività – dei simboli del linguaggio creato. I bambini passano dalla sintassi alla semantica del linguaggio – cioè dai simboli al loro significato (il movimento del robot) – appoggiandosi ad un altro modo di rappresentare lo stesso significato (la rappresentazione grafica).

5.3 Produzione di simboli

Dalla nostra osservazione sembra che sia la negoziazione dei significati dei simboli del linguaggio creato sia la condivisione degli scopi delle attività, abbiano favorito la comprensione della funzione svolta dai simboli – in relazione a quel contesto – e supportato la loro manipolazione. In accordo con la prospettiva vygotskiana, il linguaggio è stato costruito come risposta a vincoli comunicativi e rappresentativi (Ferrari, 2004; Halliday, 1985) e non in conformità a pattern prestabiliti. Le attività proposte avevano come scopo anche quello di supportare nei bambini una maggiore flessibilità nell'uso dei linguaggi. Secondo Ferrari (2002, p. 354) pensiamo che questo tipo di attività «forzano un uso sempre più raffinato della lingua come risposta a specifiche esigenze e vincoli posti esplicitamente dal contesto». Dall'osservazione emerge come il linguaggio finale sia stato costruito dai bambini in modo abbastanza spontaneo, attraverso un passaggio graduale dal linguaggio quotidiano ad un sistema simbolico. Questo cambiamento è stato stimolato attraverso compiti progettati ad hoc. Nella prima fase del dispositivo educativo, così come descritto nel par. 4.2, è stato chiesto a tutti i gruppi di bambini di descrivere con alcune istruzioni i passi del "bambino-robot" in movimento nella stanza.

In un primo momento i bambini hanno usato il linguaggio quotidiano per descrivere i movimenti del robot, usando espressioni come *fare un passo avanti, girare a destra, fare un passo a sinistra* e così via. Dopo un po' hanno trovato il linguaggio usato scomodo per il loro scopo, cioè far muovere il robot e raggiungere la soluzione al problema velocemente. Questo momento ha prodotto nei bambini un bisogno di sintesi. Così hanno deciso di usare un simbolo per ogni istruzione, per esempio: *A* per indicare l'istruzione *fare un passo avanti*, *I* per indicare *fare un passo indietro* e così via. I ricercatori non hanno dato suggerimenti sulla scelta dei simboli. Il TP3 *produzione di simboli* è collegato proprio a queste osservazioni.

Prot.1 - IV primaria, M (*produzione di simboli*)

23. I: «Quando l'istruzione da più lunga è diventata più breve, giocare era più difficile o più facile?»

24. P: «Con l'istruzione più breve era più facile (.).»

25. I: «Come mai?»

26. P: «Perché dobbiamo scrivere più piccolo (.) ed era più facile da capire (.) ed era possibile risparmiare spazio».

In quest'ultimo stralcio appare come i bambini abbiano trovato più facile gestire il linguaggio simbolico invece del linguaggio quotidiano per risolvere la situazione problematica. Usando i simboli, riferendosi alle attività della Fase 2, sono riusciti anche a semplificare alcune parole (sequenze) della nuova lingua da loro creata. Durante lo svolgimento delle attività i simboli manipolati sono stati intesi dai bambini come "strumenti" per supportare l'esecuzione dei compiti nel contesto in cui stavano agendo (Radford, 2000), come è possibile osservare nello stralcio seguente:

Prot.2 - IV primaria, F (*produzione di simboli*)

23. I: «Ti ricordi che i comandi erano lunghi? Poi abbiamo giocato un po' con loro e li abbiamo fatti diventare più piccoli (.). Cosa ne pensi? Quando sono diventati più piccoli (.) era più facile o più difficile?»

24. P: «Sì, è diventato più facile perché siamo stati in grado di semplificarli».

25. I: «Così con la semplificazione il gioco è diventato più facile».

26. P: «Sì (.) sì».

5.4 Trasformazione del pensiero individuale

Il TP4 *trasformazione del pensiero individuale* riguarda il modo in cui i bambini hanno elaborato e interiorizzato le attività. A un livello di analisi intraindividuale sembra che ci sia stata una trasformazione del pensiero individuale dei bambini (superamento del pensiero egocentrico) come conseguenza delle attività di manipolazione sociale e linguistica (livello interindividuale). I bambini sono diventati consapevoli dell'esistenza di punti di vista diversi e di opinioni diverse dalle loro.

Nelle interviste i bambini hanno dichiarato di aver vissuto un "momento di crisi", quando, in una delle attività della Fase 1, è stato introdotto un secondo robot. In questa attività i due robot erano collocati in posizioni speculari. Ai gruppi è stato chiesto di dare istruzioni ai due robot per far sì che raggiungessero simultaneamente la stessa posizione fissata. Questo compito è stato progettato con l'obiettivo di stimolare uno slittamento dal punto di vista dell'unico robot inizialmente coinvolto a quello dei due robot ora in movimento. La crisi era dovuta al fatto che i bambini non erano in grado di far raggiungere ai due robot la stessa posizione fissata, simultaneamente. Questa nuova situazione problematica ha fatto nascere nei bambini la necessità di rendere il linguaggio più oggettivo e indipendente dal robot, eliminando i riferimenti troppo espliciti al bambino che si muoveva. In tal modo si è passati ad un linguaggio simbolico con un livello maggiore di astrazione dal contesto. I bambini

hanno anche dichiarato che, grazie al lavoro di squadra e alla cooperazione, hanno superato il momento critico attraverso l'introduzione dei punti cardinali Nord, Sud, Est e Ovest (riferimenti esterni), al posto dei riferimenti interni (come sinistra, destra) relativi a un singolo bambino e legati al contesto.

Prot.1 - IV primaria, M (*trasformazione del pensiero individuale*)

13. I: «Ad un certo punto se ti ricordi (.) i robot sono diventati due e c'è stato un momento di crisi tra i tuoi compagni (.) secondo te come mai?».

14. P: «Perché io ero qui (.) e l'altro robot era lì (0.5) e uno stava a destra e l'altro a sinistra e per arrivare io e Y. abbiamo fatto dei passi uguali (.) ma ci trovavamo sempre in posizioni diverse (.) quindi abbiamo inventato nord sud est e ovest».

Nello stralcio precedente (intervento 14), il bambino, che era uno dei due robot, ha usato l'espressione "abbiamo inventato il nord, il sud, l'est e l'ovest" come se nord, sud, est e ovest non fossero oggetti già esistenti da poter usare anche in quel contesto, ma nuove istruzioni costruite da loro per superare il loro problema.

Di seguito c'è un altro estratto riguardante questo "momento di crisi" e la modalità di superamento messa in atto dai bambini:

Prot.2 - IV primaria, F (*trasformazione del pensiero individuale*)

9. I: «Ripensa a questo momento (.) quando ha dato gli ordini (.) inizialmente c'era solo un robot che era R. (.) poi a un certo punto si è deciso di introdurre un altro robot e ce n'erano due (.) in quel momento (.) è cambiato qualcosa?».

10. P: «Sì».

11. I: «Cosa?»

12. P: «Perché erano in due posizioni diverse (.) quindi non si poteva farli arrivare bene (.) entrambi (.) allo stesso punto».

13. I: «E quando hai dato gli ordini quali difficoltà ha osservato?».

14. P: «(.) perché (.) uno si girava da un lato e un altro da un altro (.) quindi (.) non si poteva metterli entrambi sullo stesso lato».

15. I: «E poi abbiamo risolto questo problema?»

16. P: «Sì».

17. I: «E come l'abbiamo risolto?»

18. P: «Con le istruzioni nord e sud (.) est e ovest (0.5)».

6 Discussione e conclusioni

In questo lavoro abbiamo presentato una serie di riflessioni alla luce di diversi studi effettuati in questi anni sul legame tra linguaggio e sviluppo di abilità logiche. In queste riflessioni abbiamo anche voluto sottolineare l'importanza della progettazione del dispositivo educativo, basato su attività linguistico-manipolative. Per noi ricercatori è stata fondamentale l'analisi derivante dall'implementazione di un primo dispositivo educativo progettato per una quarta classe primaria, descritta in questo lavoro, grazie alla quale sono emersi quattro temi principali riguardanti le modalità di rielaborazione delle attività, che risultano dall'intreccio di aspetti individuali, relazionali e contestuali.

Tali risultati hanno costituito una base di partenza per rimodulare e/o modificare alcune attività, sperimentate in altre classi negli anni successivi (Coppola et al., 2011b, 2014, 2015, 2019). In ogni implementazione il design delle attività è sempre stato funzionale all'apprendimento della matema-

tica. Infatti, il focus delle attività ha riguardato non solo lo sviluppo di una competenza simbolica nei bambini coinvolti, ma anche l'apprendimento di alcune nozioni matematiche particolari – come il concetto di equivalenza (Coppola et al., 2011b, 2014) – in una continua interazione tra sintassi e semantica del linguaggio, che, in accordo con molti studi, è fondamentale per lo sviluppo del pensiero logico matematico. L'analisi qualitativa ed interpretativa dei dati raccolti si è focalizzata prevalentemente su come i bambini hanno elaborato le attività linguistico-manipolative, in cui erano immersi. Da essa sembra emergere come le attività progettate – e la modalità con cui sono state organizzate – abbiano stimolato interazioni sociali, discussioni e negoziazioni. I bambini sono stati liberi di interpretare le attività e i compiti e di prendere, di conseguenza, iniziative: sono riusciti, in poco tempo, a scegliere, di volta in volta, la strategia adatta per risolvere una situazione problematica. In particolare, hanno negoziato i significati da attribuire al linguaggio simbolico creato, in base al contesto d'uso (Ferrari, 2002), diventando più abili nella manipolazione del linguaggio stesso, che a sua volta è diventato uno strumento per portare a compimento le azioni richieste dal contesto e dalle attività in cui erano impegnati (Radford, 2000). Sembra che nelle attività ci sia stato un cambiamento nel ruolo del linguaggio che da strumento di comunicazione è diventato un oggetto da manipolare per i bambini per risolvere i compiti loro assegnati.

Dall'analisi delle interviste sembra che ci sia stato quello che Vygotskij (1990) definisce il passaggio dall'intersichico all'intrapsichico: lavorando in gruppo e manipolando collettivamente il linguaggio, in particolare i suoi simboli, assegnandogli nuovi significati, i bambini hanno potuto elaborare prima socialmente il problema, trovando una soluzione che ha ampliato i loro schemi di conoscenza; successivamente, si sono appropriati dei concetti e li hanno rielaborati in modo individuale.

Più in generale, nel corso degli anni, abbiamo, infatti, osservato (ad esempio, Coppola et al., 2019) che attività basate sulla manipolazione di oggetti linguistici, ambientate in uno spazio dialogico di confronto che favorisca scambi comunicativi (Bakhtin, 1981; Vygotskij, 1990), interazioni e negoziazioni, possono essere in grado di attivare nei bambini processi di riflessione sulla conoscenza matematica. Attraverso le discussioni (alunno-alunno; alunno-insegnante; alunno-ricercatore), infatti, i bambini hanno messo in atto modalità di negoziazione e forme di mediazione che hanno portato a un processo di co-costruzione delle conoscenze (Bruner, 1990; Vygotskij, 1978), trasformando lo spazio in uno spazio per il pensiero (Mollo, 2018; Perret-Clermont, 2001, 2005, 2015). Il linguaggio stesso, creato e manipolato dai bambini, è diventato uno strumento di mediazione che ha permesso di attivare in loro una appropriazione dei concetti in gioco, che potrebbe successivamente aiutarli nel relativo processo di interiorizzazione (Bartolini Bussi & Mariotti, 2009; Vygotskij, 1990).

L'analisi dei dati ha evidenziato come molti dei bambini che hanno partecipato alle nostre ricerche abbiano mostrato di aver raggiunto un buon livello di consapevolezza riguardo all'uso dei simboli, alla differenza tra i simboli del linguaggio ed il loro significato, le regole per combinarli e manipolarli, e riguardo all'idea che uno stesso linguaggio può avere interpretazioni diverse. La costruzione di sistemi di simboli via via meno legati al contesto, attraverso l'interiorizzazione di punti di vista differenti dai propri ha permesso il raggiungimento di un livello di astrazione del linguaggio più elevato rispetto all'inizio.

Sono stati spesso osservati, durante l'implementazione delle attività, momenti che i bambini stessi hanno riconosciuto come "momenti di crisi". Si pensi, per esempio, al momento in cui si è passati da un solo robot a due robot messi a specchio oppure al momento in cui un compito non è stato portato a termine completamente nell'attività della caccia al tesoro, entrambi descritti in questo lavoro. Nel primo momento di crisi l'esecuzione del compito ha reso i bambini consapevoli del fallimento, dovuto, in questo caso, all'applicazione di schemi cognitivi insufficienti per fornire una risposta corretta. Ma è stata proprio tale situazione che ha determinato un conflitto cognitivo (Piaget, 1923), portandoli ad una trasformazione del pensiero individuale. Da sottolineare che, dalle interviste risulta che solo grazie alla collaborazione con gli altri è stato possibile superare il momento di "impasse" ed a far nascere nei bambini il bisogno di produrre simboli legati ad un linguaggio più oggettivo

e indipendente dal contesto. Nel secondo caso, invece, sebbene il momento di crisi non sia stato superato durante lo svolgimento dell'attività, emerge dall'analisi delle interviste di esplicitazione il raggiungimento di una certa consapevolezza da parte dei bambini del loro fallimento, interpretato come una mancanza di accordo comunicativo tra i membri del gruppo. Questo ci porta ad affermare come le interviste realizzate abbiano rappresentato uno strumento utile non solo per noi ricercatori ma anche per i bambini, permettendo di ricostruire tutti i processi messi in atto durante la risoluzione delle situazioni problematiche. In tal senso le interviste potrebbero rappresentare un utile strumento didattico anche per gli educatori e gli insegnanti per poter comprendere la natura e la causa di un fallimento o di un successo dei propri studenti.

Per quanto riguarda il design del dispositivo educativo ci sono aspetti che potrebbero essere modificati e migliorati. Ad esempio, in accordo con le ricerche che evidenziano come possa essere importante lo storytelling nell'insegnamento e apprendimento della matematica (Zazkis & Liljedahl, 2009), sarebbe interessante arricchire e rendere più consistente la cornice narrativa, in modo da ottenere un background per l'intero percorso che possa supportare i processi di apprendimento.

D'altra parte, riteniamo che il dispositivo educativo, insieme alle riflessioni sorte in seguito all'osservazione della sua implementazione – descritte in questo lavoro – possano rappresentare uno spunto per docenti ed educatori che vogliono svolgere attività di manipolazione del linguaggio. Si tratta, ovviamente, di studi qualitativi e situati che, dunque, in un contesto diverso potrebbero fornire risultati diversi. Tuttavia, le attività descritte, e i relativi risultati, potrebbero fornire indicazioni agli insegnanti per stimolare i bambini ad inventare un sistema di segni, che risponda a scopi condivisi, per risolvere problemi.

«L'introduzione delle notazioni matematiche come prodotto esistente non è quindi la migliore occasione di costruire i legami tra testi e scopi, perché questi ultimi sono troppo lontani o sfuggenti. La capacità di mettere insieme tali legami deve essere quindi costruita prima, senza spaventarsi se gli studenti costruiscono notazioni diverse da quelle standard».

(Ferrari, 2021, p. 161)

Ringraziamenti

Desideriamo ringraziare il Prof. Giangiacomo Gerla per i preziosi spunti e le interessanti discussioni che hanno accompagnato la nascita di queste ricerche.

Bibliografia

- Arzarello, F., & Robutti, O. (2009). Embodiment e multimodalità dell'apprendimento della matematica. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 32A-B(3), 243–268.
- Bakhtin, M. M. (1981). *The dialogical imagination: four essays by M.M. Bakhtin*. University of Texas Press.
- Bartolini Bussi, M. G., & Mariotti, M. A. (2009). Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 32A-B, 270–294.
- Berelson, B. (1952). *Content Analysis in Communication Research*. Free Press.
- Blanchet, A. (1985). *L'entretien dans les sciences sociales: l'écoute la parole et le sens*. Bordas.
- Bruner, J. S. (1977). Early social interaction and language acquisition. In H. R. Schaffer (Ed.), *Studies in Mother-infant interaction* (pp. 271–289). Accademy Press.

- Bruner, J. S. (1990). *Acts of meaning*. Harvard University Press.
- Bruner, J. S. (2002). *La fabbrica delle storie. Diritto, letteratura, vita*. Laterza.
- Carugati, F., & Selleri, P. (2005). *Psicologia dell'educazione*. Il Mulino.
- Coppola, C., Mollo, M., & Pacelli, T. (2010). Deduzione come manipolazione linguistica: un'esperienza in una scuola primaria. *L'educazione matematica, Anno XXXI, serie 1, 2(3)*, 5–22.
- Coppola, C., Mollo, M., & Pacelli, T. (2011a). An experience of social rising of logical tools: the role of language. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*. <https://www.cimt.org.uk/journal/coppola.pdf>
- Coppola, C., Mollo, M., & Pacelli, T. (2011b). The concept of equivalence in a socially constructed language in a primary school class. In M. Pytlak, T. Roland & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of CERME 7* (pp. 1302–1312). University of Rzeszów, Poland.
- Coppola, C., Mollo, M., & Pacelli, T. (2014). Manipolazione di un linguaggio socialmente costruito in una classe di scuola primaria: costruzione del concetto di equivalenza. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate, 37A (1)*, 7–33.
- Coppola, C., Mollo, M., & Pacelli, T. (2015). The development of logical tools through socially constructed and culturally based activities. In G. Marsico, M. V. Dazzani, M. Ristum & A. C. Bastos (Eds.), *Educational contexts and borders through a cultural lens – Looking inside. Viewing outside. Cultural Psychology of Education, 1* (pp. 163–176). Springer.
- Coppola, C., Mollo, M., & Pacelli, T. (2019). The *worlds' game*: collective language manipulation as a space to develop logical abilities in a primary school classroom. *European Journal of Psychology of Education, 34(4)*, 783–799. Springer Netherlands.
- D'Amore, B. (1999). Scolarizzazione del sapere e delle relazioni: effetti sull'apprendimento della matematica. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate, 22A(3)*, 247–276.
- Doise, W. (1986). *Levels of explanation in social psychology*. Cambridge University Press.
- Doise, W., Clémence, A., & Lorenzi Cioldi, F. (1992). *Représentations sociales et analyses de données*. Presses Universitaires de Grenoble.
- Doise, W., & Mugny, G. (1981). *Le développement social de l'intelligence*. Interéditions.
- Doise, W., Mugny, G., & Perret-Clermont, A. N. (1975). Social interaction and development of cognitive operations. *European Journal of Social Psychology, 5*, 367–383.
- Ferrari, P. L. (2002). Developing language through communication and conversion of semiotic systems. In A. D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education vol.2* (pp. 353–360).
- Ferrari, P. L. (2003). Abstraction in Mathematics. In L. Saitta (Ed.), *The abstraction paths: from experience to concept Vol.358, N. 1435* (pp. 1225–1230). Phil.Trans.R.Soc.Lond. B.
- Ferrari, P. L. (2004). *Matematica e linguaggio. Quadro teorico per la didattica*. Pitagora.
- Ferrari, P. L. (2021). *Educazione matematica, lingua, linguaggi. Costruire, condividere e comunicare matematica in classe*. UTET Università.
- Ferrari, P. L., & Gerla, G. (2015). Logica e Didattica della Matematica. *La ricerca logica italiana*. Collana Centro De Giorgi, Edizioni della Normale.
- Gerla, G. (1988). L'insegnamento della logica nelle scuole elementari e medie. *La logica matematica nella didattica, Atti del XII Incontro AILA*.

- Gerla, G., Sestito, L., & Vescia, S. (1990). Linguaggi algebrico-procedurali nella scuola elementare: un progetto di ricerca. *La matematica e la sua didattica*, 4, 39–48.
- Halliday, M. A. K. (1985). *An introduction to functional grammar*. Arnold.
- Iannaccone, A. (1984). Il conflitto socio-cognitivo. *Età Evolutiva*, 19, 119–124.
- Iannaccone, A. (2010). *Le condizioni sociali del pensiero*. Unicopli.
- Iannaccone, A., & Perret-Clermont, A. N. (1993). Qu'est-ce que s'apprend? Qu'est-ce que se développe? In J. Wassmann & P. R. Dasen (Eds.), *Everyday Cognition* (pp. 235–260). Freiburg Universitätsverlag.
- Iannaccone, A., & Ligorio, B. (2001). La Situated Cognition in Italia. *Revue Suisse de Psychologie de l'éducation*, 439–452.
- Iannaccone, A., & Zittoun, T. (2014). Overview: the activity of thinking on social spaces. In T. Zittoun & A. Iannaccone (Eds.), *Activities of thinking in social spaces* (pp. 1–12). Nova Science Publishers.
- Jefferson, G. (1985). An Exercise in the Transcription and Analysis of Laughter. In T. Van Dijk (Ed.), *Handbook of Discourse Analysis*, 3 (pp. 25–34). Academic Press.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390–419). Simon & Schuster.
- Leont'ev, A. N. (1978). *Activity, consciousness, and personality*. Prentice-Hall. (Titolo originale: *Dejatel'nost, Soznanie, Lichnosf* pubblicato nel 1975).
- Ligorio, M. B., & Pontecorvo, C. (2010). *La scuola come contesto*. Carocci.
- Ministero dell'istruzione, dell'università e della ricerca. (2012). *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione*. <http://www.indicazioninazionali.it/2018/08/26/indicazioni-2012/>
- MacGregor, M., & Stacey, K. (1997). Students' understanding of algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics*, 33(1), 1–19.
- Mollo, M. (2018). Il potere intrinseco dell'argomentazione nei processi di apprendimento. In P. Maturi, F. Piro, L. M. Sicca, M. Squillante & M. Striano (A cura di), *Sfide didattiche. Il pensiero critico nella scuola e nell'università* (pp. 121–142). Editoriale Scientifica.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas*. Basic Books.
- Piaget, J. (1923). *Le langage et la pensée chez l'enfant*. Delachaux et Niestlé.
- Perret-Clermont, A. N. (1979). *La construction de l'intelligence dans l'interaction sociale*. Peter Lang, coll. Exploration.
- Perret-Clermont, A. N. (2001). Psychologie sociale de la construction de l'espace de pensée. In J. J. Ducret (Ed.), *Actes du Colloque «Constructivismes: usages et perspectives en éducation»*, 8, (pp. 65–82). Service de la recherche en éducation.
- Perret-Clermont, A. N. (2004). The thinking spaces of the young. In A. N. Perret-Clermont, C. Pontecorvo, L. Resnick, T. Zittoun & B. Burge (Eds.), *Joining society: social interactions and learning in adolescence and youth* (pp. 3–10). Cambridge University Press.
- Perret-Clermont, A. N. (2005). Lo spazio per il pensare. In C. Pontecorvo (A cura di), *Discorso e apprendimento. Una proposta per l'autoformazione degli insegnanti* (pp. 21–34). Carocci Editore.

- Perret-Clermont, A. N. (2015). The architecture of social relationships and thinking spaces for growth. In C. Psaltis, A. Gillespie & A. N. Perret-Clermont (Eds.), *Social Relations in Human and Societal Development* (pp. 51–70). Palgrave Macmillan.
- Perrin-Glorian M. J. (1994). Théorie des situations didactiques: naissance, développement, perspectives. In M. Artigue, R. Gras, C. Laborde & P. Tavnogot (Eds.), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France. Hommage à Guy Brousseau et Gérard Vergnaud* (pp. 97–148). La Pensée Sauvage.
- Planas, N. (2018). Language as resource: a key notion for understanding the complexity of mathematics learning. *Educational Studies in Mathematics*, 98, 215–229.
- Planas, N., Morgan, C., & Schütte, M. (2018). Mathematics and language: lessons and directions from two decades of research. *ERME Handbook*. Routledge.
- Radford, L. (2000). Signs and meanings in students' emergent algebraic thinking: a semiotic Analysis. *Educational Studies in Mathematics*, 42, 237–268.
- Radford, L., Bardini, C., Sabena, C., Diallo, P., & Simbagoye, A. (2005). On embodiment, artifacts, and signs: a semiotic cultural perspective of mathematical thinking. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proc. of the 29th Conf. of the Intern. Group for the Psychology of Math. Education*, 4 (pp. 113–120). PME.
- Sfard, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics*, 46, 13–57.
- Vermersch, P. (2005). *Descrivere il lavoro*. Carocci Editore. (Titolo originale: *L'entretien d'explicitation* pubblicato nel 1994).
- Vygotskij, L. S. (1978). *Mind in Society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
- Vygotskij, L. S. (1990). *Pensiero e Linguaggio*. Laterza.
- Vygotskij, L. S. (1997). The history of the development of higher mental functions. In R. W. Rieber & A. S. Carton (Eds.), *The collected works of L.S. Vygotskij Vol. 4*. Plenum Press.
- Wartofsky, M. (1979). *Models*. D. Reidel.
- Wood, D. J., Bruner, J. S., & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychiatry and Psychology*, 17(2), 89–100.
- Zazkis, R., & Liljedahl, P. (2009). *Teaching mathematics as storytelling*. Sense Publishers.
- Zucchermaglio, C. (1996). *Vygotskij in azienda. Apprendimento e comunicazione nei contesti lavorativi*. Carocci.

L'interpretazione dei testi matematici tra processi cooperativi e modelli logici: il caso dei connettivi

The interpretation of mathematical texts between cooperative processes and logical models: the case of connectives

Pier Luigi Ferrari

Università del Piemonte Orientale – Italia

✉ pierluigi.ferrari@uniupo.it

Sunto / Il tema delle competenze logiche richieste per capire la matematica è stato quasi sempre oggetto di controversie sul piano educativo, tra i sostenitori dell'insegnamento della logica come disciplina e quelli che la guardano come una competenza trasversale. Il problema viene spesso sollevato nel corso della scuola secondaria di secondo grado e all'inizio dei corsi universitari. In questo contributo si discutono i processi di interpretazione dei testi matematici in linguaggio verbale, e il potenziale conflitto tra i meccanismi interpretativi propri delle notazioni simboliche della matematica e quelli usuali delle lingue. Viene affrontato in particolare il tema dell'interpretazione dei condizionali, anche attraverso l'esame di due teorie opposte. Vengono poi illustrati alcuni esempi a proposito di altri connettivi proposizionali. La conclusione è che la diversità dei processi interpretativi tra lingua e linguaggi della logica sconsiglia di proporre attività che richiedono l'interpretazione logica di testi verbali al di fuori dei contesti in cui questa sia giustificata.

Parole chiave: lingua; logica; principi di cooperazione; connettivi; bicondizionale.

Abstract / The subject of the logical competency required to understand mathematics has almost always been the subject of educational controversies, between supporters of teaching logic as a subject and those who look at it as a transversal competency. The problem is often raised in upper secondary school and at the beginning of university courses. This paper discusses the processes of interpretation of mathematical texts in language, and the potential conflict between the mechanisms of interpretation of the symbolic notations of mathematics and the usual ones of languages. In particular, the topic of the interpretation of conditionals is addressed, also through the examination of two opposite theories. Some examples are then illustrated about other propositional connectives. The conclusion is that the diversity of interpretative processes between language and languages of logic does not recommend proposing activities that require the logical interpretation of verbal texts outside the contexts in which this is justified.

Keywords: language; logic; cooperative principles; connectives; biconditional.

1 Introduzione

Il tema del cosiddetto «pensiero logico» e dei suoi rapporti con l'apprendimento della matematica è stato a lungo, ed è ancora, molto controverso e ha originato impostazioni didattiche e linee di ricerca molto distanti fra loro. Questo può dipendere dalla polisemia della parola «logica», che nella storia del pensiero occidentale ha avuto svariate interpretazioni, da Aristotele ai logici matematici del Novecento, passando per Port-Royal e Hegel. Questo mette in gioco anche i complessi rapporti fra la matematica e la sua didattica, che sono oggetto di diverse interpretazioni che spaziano fra due posizioni estreme: l'approccio pedagogico o psicologico (ma anche filosofico o giuridico ...) che tiene poco conto delle caratteristiche del dominio matematico, e l'identificazione della didattica della matematica con la divulgazione di temi matematici ritenuti intriganti, tenendo poco conto dei processi e delle difficoltà di comunicazione e di apprendimento che intervengono.

Questo tema si ripropone anche in relazione alla pratica di preparare e somministrare prove di vario genere durante gli ultimi anni della secondaria di secondo grado¹ o all'inizio dell'università (ammissione a determinati corsi, valutazione delle competenze iniziali, ...). Queste prove talvolta sono poco correlate alle Indicazioni Nazionali o alle Linee Guida. In ogni caso, l'esigenza di non dipendere troppo dai curricula della scuola secondaria spinge verso la formulazione di quesiti di vario tipo etichettati come "logici" e anche verso la formulazione di problemi di logica nel linguaggio verbale.

Uno dei punti critici sono i legami tra lo sviluppo del pensiero logico e la logica matematica come disciplina: secondo alcuni l'apprendimento di qualche elemento di logica matematica è un passaggio fondamentale o comunque molto utile per lo sviluppo del pensiero logico. Altri invece contestano questa posizione, e anche le Indicazioni Nazionali per il primo e il secondo ciclo non sembrano suggerire l'insegnamento di elementi di logica matematica. Questa diversità di posizioni è ben illustrata dal titolo di un contributo di Freudenthal (1988) a un convegno sull'insegnamento della logica, tenutosi a Roma nel secolo scorso: *Logic as a subject or as an attitude?* (La logica come disciplina o come atteggiamento?).² Freudenthal, coerentemente con la sua impostazione realistica, si è schierato nettamente per la seconda opzione. Più di recente è aumentato il numero di chi considera la logica come un tema trasversale. Questo non ha eliminato del tutto le differenze tra le diverse sensibilità. Un punto critico è il funzionamento dei linguaggi che si adottano. Secondo taluni le lingue sono "ambigue", e quindi le notazioni simboliche della logica (o l'uso delle parole corrispondenti in modo conforme alle definizioni logiche) sarebbero più adatte per costruire nuovi enunciati in modo non ambiguo. Questa opinione ha spesso come conseguenza l'introduzione, più o meno formalizzata, di alcune notazioni della logica simbolica, in particolare dei connettivi e delle loro definizioni vero-funzionali, cioè basate sulle tavole di verità. In questo modo pezzetti di logica "come disciplina" rientrano dalla finestra. In questo contributo cercherò di far vedere che è improprio etichettare le lingue come ambigue, mettendo in luce che hanno funzioni diverse dalle notazioni simboliche, o comunque dai linguaggi specifici della logica, funzioni che realizzano, ovviamente, con strumenti diversi. Saranno discusse in via preliminare le Indicazioni Nazionali per il primo e il secondo ciclo per quanto riguarda i temi collegati alla logica. Infine, saranno discussi i diversi usi di alcuni termini che in logica vengono chiamati *connettivi* e nelle lingue possono appartenere a categorie grammaticali diverse.

1. La scuola secondaria di secondo grado in Italia dura cinque anni e corrisponde all'ultimo anno di scuola media e alla scuola media superiore o scuole professionali nel Canton Ticino.

2. Freudenthal usava la parola «attitude» («atteggiamento») in un senso più ampio rispetto a quello specifico prevalente nell'educazione matematica odierna.

2 Le Indicazioni Nazionali

Nelle Indicazioni Nazionali non vi è nessun riferimento all'insegnamento della logica come disciplina. Può essere interessante andare a vedere come viene usato l'aggettivo *logico* nelle sue declinazioni di genere e numero.

Nelle Indicazioni Nazionali per il primo ciclo l'aggettivo logico compare 11 volte, in un caso al plurale. 8 occorrenze sono collocate in paragrafi che riguardano l'apprendimento linguistico, spesso in combinazione con altri aggettivi: «pensiero logico e creativo»; «strutturazione logico-concettuale»; «organizzazione logico-sintattica» (4 volte); «ordine cronologico e logico» (2 volte). Una occorrenza («pensiero logico e spaziale») è una citazione a piè di pagina delle competenze-chiave elencate nella Raccomandazione del Parlamento europeo e del Consiglio del 18 dicembre 2006 e un'altra («Dimostra prime abilità di tipo logico») riguarda le competenze di base attese alla fine della scuola dell'infanzia. Infine, nei *Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola primaria* per la matematica, si trova «Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici». Nelle Indicazioni Nazionali per il secondo ciclo, se ci limitiamo a un solo percorso liceale, l'aggettivo logico, nelle sue varie declinazioni, compare 11 volte, 2 delle quali nella nota introduttiva (area «logico-argomentativa», «ragionare con rigore logico»), 3 tra le linee generali e competenze o gli obiettivi specifici di apprendimento di filosofia («problemi logici», «logica moderna», «sviluppi della logica»), 4 tra le linee generali e competenze di lingua e letteratura italiana (competenze «logico-argomentative», «coerenza logico-argomentativa», «organizzazione logica», «relazioni logiche interne») e 2 nelle linee generali di scienze («connessioni logiche» e un riferimento alla logica non lineare delle tappe di un percorso di apprendimento).

È quindi evidente che la dimensione logica viene proposta come trasversale e legata in primo luogo all'educazione linguistica, ma anche alla filosofia, alle scienze e alla matematica. È anche rilevante che nel secondo ciclo venga considerata un'area «logico-argomentativa» autonoma rispetto a quella «linguistica e comunicativa», a quella «storico-umanistica» e a quella «scientifica, matematica e tecnologica».

3 Le lingue sono ambigue?

Come accennato nell'introduzione, il tema dei rapporti tra sviluppo del pensiero logico e insegnamento di elementi di logica matematica si ripropone anche in relazione alle prove di vario genere somministrate all'inizio dell'università. In queste prove spesso problemi di logica sono formulati in linguaggio verbale. In questi ultimi casi il problema dell'interpretazione dei testi verbali di natura logica si pone apertamente, dato che i meccanismi interpretativi delle lingue e dei linguaggi simbolici della logica sono diversi. In logica matematica è fondamentale poter applicare algoritmi alle espressioni. Per i linguaggi simbolici, come i linguaggi del primo ordine, quelli più ampiamente usati in logica, vale il teorema di leggibilità unica, che stabilisce che data una sequenza finita di simboli è possibile determinare un modo univoco se la sequenza è una formula, qual è la sua struttura e quali sono le sue sottoformule.³ Senza un teorema di unicità di lettura sarebbe problematico svolgere le numerose dimostrazioni per induzione di proprietà dei linguaggi del primo ordine.

Le lingue non dispongono di un teorema di leggibilità unica ma hanno altri strumenti potenti per

3. Si veda ad esempio Lolli (1991, p. 35).

disambiguare i testi quando è necessario, e per non renderli inutilmente prolissi quando non serve. Bisogna rendersi conto che le lingue hanno sia la funzione di trasmettere informazioni, ma anche di intrattenere rapporti con gli altri, esprimere le proprie emozioni, dare ordini, mettere in atto decisioni. Inoltre, le lingue costruiscono i significati non solo attraverso il lessico e i connettivi vero-funzionali ma anche in altri modi, come ad esempio l'organizzazione del testo o anche strumenti non testuali (come il tono della voce o l'espressione del viso). Riguardo al primo caso, due enunciati come

«Quel ristorante è caro ma buono»

e

«Quel ristorante è buono ma caro»

sono equivalenti dal punto di vista logico (entrambi esprimono la congiunzione logica degli stessi enunciati) ma comunicano messaggi diversi.

Considerare le caratteristiche delle lingue significa tener conto del fatto che sono configurate per operare in contesti diversi e per realizzare funzioni diverse, fra le quali anche quelle logiche. Questo mette inevitabilmente in gioco la loro dimensione pragmatica. I temi classici della pragmatica, che, forse non casualmente, sono tutti collegati a questioni studiate in educazione matematica, sono gli indicali, gli atti linguistici e la cooperazione comunicativa.

Gli indicali sono parole la cui interpretazione richiede informazioni sia sul contesto costituito dal testo sia da quello extralinguistico. Il contesto extralinguistico comprende il tempo in cui il testo viene prodotto (oggi, domani, l'anno scorso...), gli interlocutori (io, tu, noi...) e la collocazione spaziale (questo, quello, laggiù, qui). In altri casi il riferimento è a una parte precedente del testo. Nella frase «Siamo stati a Venezia. La città è attraversata da numerosi canali», l'espressione «La città» è riferita a Venezia, e l'enunciato «La città è attraversata da numerosi canali» è vero. Se la frase fosse «Siamo stati ad Asti. La città è attraversata da numerosi canali», il riferimento di «La città» sarebbe Asti, e l'enunciato «La città è attraversata da numerosi canali» sarebbe falso. Per approfondimenti su questi aspetti, e anche sulla pragmatica in generale, si veda il lavoro di Bazzanella (2008).

Un *atto linguistico* è legato al fatto di produrre un enunciato in un determinato contesto. Esso riguarda anche le frasi non dichiarative (interiezioni, ordini, domande, ...) e comprende il fatto di produrre quell'enunciato in quelle circostanze; può quindi esprimere atteggiamenti, convinzioni, impegni, azioni del parlante o modificare atteggiamenti, convinzioni, comportamenti del ricevente. Una proposizione è quindi quella componente del significato di un enunciato che consente di identificare i referenti e stabilire se l'enunciato è vero o falso. Ad esempio, dire «Piove» a qualcuno che sta uscendo non comunica solo un'informazione (vera o falsa che sia) ma può essere un invito a prendere l'ombrello. Un atto linguistico non è caratterizzato soltanto dalla sua verità o falsità, ma anche dalla sua adeguatezza rispetto al contesto. Dire «Piove» a qualcuno che è appena entrato in casa bagnato fradicio potrebbe essere un atto linguistico inadeguato, in quanto comunicherebbe un'informazione inutile, ancorché vera. La teoria degli atti linguistici è dovuta ad Austin (1962). Per approfondimenti si veda anche la raccolta curata da Sbisà (1978).

La *cooperazione comunicativa* è un fenomeno messo in luce da Grice (1975), che ha formulato il Principio di Cooperazione. Secondo tale principio ogni partecipante a uno scambio conforma il proprio contributo a quanto è richiesto, nel momento in cui avviene, dall'intento comune accettato o dalla direzione dello scambio verbale in cui è impegnato. Il principio si articola in quattro massime: della quantità («Dai un contributo appropriato sotto il profilo della quantità di informazioni»); della qualità («Non dire cose che credi false o che non hai ragione di credere vere»); della relazione («Dai un contributo pertinente a ogni stadio della comunicazione»); del modo («Esprimiti in modo chiaro, breve, ordinato»). Il principio di Grice è un principio descrittivo, che spiega come i partecipanti si comportano durante un dialogo e può essere applicato in modi diversi, in base agli scopi. Essendo una descrizione di ciò che accade può essere anche disatteso, violato o persino contraddetto. La violazione del principio produce in ogni caso effetti comunicativi.

Quando un enunciato è prodotto o ricevuto in un contesto (cioè, sempre) i fenomeni pragmatici si

innescano inevitabilmente, che piaccia o no. Essi non sono da considerarsi deviazioni o sgradite eccezioni, perché sono il motore stesso della comunicazione: senza di essi sarebbe impossibile comunicare. Il principio fondamentale che regola gli scambi fra persone non è quindi la verità degli enunciati in gioco ma la loro adeguatezza rispetto a un contesto. Nessuna persona assennata si sognerebbe di telefonare a qualcuno alle tre del mattino per dirgli che Parigi è la capitale della Francia. La proposizione associata sarebbe certamente vera, ma l'atto linguistico sarebbe del tutto inadeguato. Se io ricevessi una telefonata a quell'ora mi preoccuperei molto, perché, assumendo (come si fa sempre, con rare eccezioni) che chi chiama (chiunque sia) rispetti il principio di cooperazione, dovrei aspettarmi una notizia cattiva e grave. L'alternativa è che la telefonata sia dovuta a un errore, nel qual caso la violazione del principio di cooperazione sarebbe non intenzionale e quindi non informativa.

Va comunque detto che i fenomeni pragmatici avvengono con diversi livelli di consapevolezza dei partecipanti. Ad esempio, l'applicazione o la violazione del Principio di Cooperazione non sono sempre consapevoli. Gombert (1990) ha studiato diversi aspetti della consapevolezza nell'uso della lingua, come ad esempio le reazioni di bambini dai 4 ai 6 anni esposti a enunciati non cooperativi prodotti da adulti.

Nei testi di vario tipo che trattano questi temi il linguaggio della logica viene interpretato, più o meno consapevolmente, come un modello di linguaggio rigoroso. Le lingue vengono invece etichettate come ambigue. Talvolta la presunta ambiguità delle lingue viene motivata con esempi di frasi la cui struttura sintattica non è univoca, come

«Una vecchia porta la sbarra» (1)

in cui alcune parole possono appartenere a categorie grammaticali diverse: «vecchia» può essere nome o aggettivo, «porta» verbo o nome, «la» articolo o pronome, «sbarra» nome o verbo. Altre volte vengono proposti esempi in cui la struttura sintattica è univoca ma alcune parole hanno più significati, come

«Il delfino nuotò allegramente in piscina il giorno in cui suo padre perse la testa» (2)

Esempi di questo tipo non sono a mio giudizio particolarmente significativi. Bisogna prendere atto che le lingue dispongono di strumenti molto potenti per disambiguare le espressioni, sia in fase di produzione, sia in fase di ricezione.

Una frase come la (1), che può essere letta in due modi grammaticalmente corretti, difficilmente potrebbe generare confusione, nei contesti in cui sono normalmente usate le lingue. Un emittente cooperativo avrebbe a disposizione svariate possibilità per rendere la frase univoca, e se non le sfruttasse violerebbe il principio di cooperazione. Ad esempio, con «Una vecchietta porta la sbarra» potrebbe suggerire una delle due interpretazioni e con «Una porta vecchia la sbarra» l'altra. Nel parlato, la frase sarebbe pronunciata con diverso posizionamento delle pause. Allo stesso modo un ricevente potrebbe interpretare la frase basandosi sul contesto, che dovrebbe comunque essere definito per consentire l'interpretazione di «la», articolo o pronome che sia. Allo stesso modo, una «D» maiuscola nel caso di testo scritto sarebbe sufficiente per disambiguare la (2), e in ogni caso la netta differenza di contesti renderebbe molto improbabili gli equivoci. Occorre accettare l'idea che le lingue vengono usate comunemente e quasi sempre felicemente per comunicare e che funzionano in modi diversi rispetto ai sistemi simbolici della matematica, per raggiungere i loro scopi, che sono diversi. La presunta ambiguità delle lingue deriva in parte dal fatto che non godono delle stesse proprietà di decidibilità dei linguaggi simbolici della logica, in parte dalle difficoltà di conversione da linguaggio verbale a linguaggi logici. Quindi chi sostiene che le lingue sono ambigue probabilmente sta applicando a esse i criteri usati per i sistemi simbolici. Se, simmetricamente, applicassimo a questi ultimi i criteri di funzionamento delle lingue, dovremmo dire che violano platealmente i principi cooperativi. Va inoltre aggiunto che un qualche contesto è comunque necessario per ricostruire il significato tanto dei testi verbali come delle espressioni simboliche anche quando siano leggibili in modo univoco. Una frase come «Ho lasciato la macchina dal gommista» è grammaticalmente univoca, ma solo attraverso inferenze basate sul contesto è possibile determinarne il significato. La frase non dice di quale

macchina si tratta (automobile, o macchina per cucire, o macchina di Turing?) né di quale gommista. Analogamente, per sapere se una formula come

$$x^2+1 = 0$$

è soddisfacibile avremmo bisogno di conoscere il dominio in cui può variare la x .

Tornando al tema di questo paragrafo, è quindi opportuno abbandonare l'idea che il linguaggio quotidiano sia costituito da un'ossatura logica rigorosa, con l'aggiunta di ambiguità, imprecisioni ed eccezioni, magari attribuiti a ragioni psicologiche o storiche, che ne danneggiano la correttezza o l'eleganza. Se vogliamo andare oltre gli stereotipi e cominciare a capire il ruolo delle lingue in educazione matematica, dobbiamo adottare la prospettiva opposta: nella quasi totalità delle situazioni, compresa la maggior parte di quelle in cui si fa matematica, le lingue funzionano sulla base dei principi pragmatici.⁴ In alcuni casi vengono utilizzati linguaggi specifici, come ad esempio le notazioni matematiche, con funzionamenti e scopi diversi, come ad esempio il calcolo, numerico o simbolico. Anche le lingue possono essere usate adottando alcune caratteristiche dei linguaggi simbolici, ma i fenomeni pragmatici di cui sopra rimangono comunque attivi.

Un confronto più approfondito fra le lingue e i linguaggi della matematica è stato sviluppato da Ferrari (2021).

4 I condizionali

4.1 L'ipotesi del bicondizionale

La riflessione riguardo alle influenze del linguaggio ordinario e dei suoi schemi interpretativi sulla risoluzione di problemi di logica è stata stimolata dai tentativi di spiegare alcuni errori nell'uso delle costruzioni condizionali.

Vediamo un esempio, preso da Romain et al. (1983), del tipo «Negazione dell'antecedente» (NA). Se P è l'enunciato

«Nella scatola c'è un cane»

e Q è

«Nella scatola c'è una mela»,

da «Se P allora Q » e «Non P » numerosi soggetti, bambini e adulti, ricavano la conclusione logicamente sbagliata «Non Q ».

Analogamente, nei problemi del tipo «Affermazione del conseguente» (AC), da «Se P allora Q » e « Q », un numero analogo di soggetti ricava la conclusione sbagliata « P ».

La spiegazione dominante era la cosiddetta teoria del bicondizionale (Matalon, 1962; Peel, 1967; Taplin et al., 1974) secondo la quale l'errore stava nel fatto che il condizionale veniva interpretato come se fosse un bicondizionale (cioè, « P se e solo se Q »). L'errore era quindi collocato nel piano logico e non si riteneva che la difficoltà fosse collegata anche all'interpretazione del testo. Una diversa, e più convincente, spiegazione è stata offerta da Romain et al. (1983), secondo i quali i processi di comprensione colloquiali sono all'origine dei comportamenti rilevati. In altre parole, un enunciato come

«Se nella scatola c'è un cane allora nella scatola c'è una mela»

suggerirebbe l'inferenza

«Se nella scatola non c'è un cane allora nella scatola non c'è una mela».

Le inferenze suggerite possono essere chiamate, con quello che allora era considerato un neologi-

4. Non mi riferisco al solo principio di cooperazione di Grice ma anche ad altri, come il principio di rilevanza di Sperber e Wilson (1986).

smo,⁵ *implicature conversazionali*. Un'implicatura conversazionale è quella parte di informazione ricavabile da un testo che non deriva dal suo contenuto dichiarativo ma piuttosto dall'ipotesi che il testo sia adeguato al contesto. Il fatto che sia citata la presenza del cane nella scatola come condizione per la presenza della mela porta a ritenere che tale condizione sia rilevante (come avviene usualmente nella comunicazione fra persone) e che in sua assenza venga meno anche la conclusione. Nei loro esperimenti gli autori utilizzano diversi accorgimenti per disinnescare le inferenze suggerite, ad esempio aggiungendo premesse maggiori. Se si assumono le tre premesse:

1. «Se nella scatola c'è un cane allora nella scatola c'è una mela»
2. «Se nella scatola c'è un gatto allora nella scatola c'è una pera»
3. «Se nella scatola c'è un coniglio allora nella scatola c'è una mela»

l'informazione

«Nella scatola non c'è un cane»

non porterebbe più così frequentemente alla conclusione

«Nella scatola non c'è una mela»

in quanto la premessa 3 disinnescerebbe il suggerimento implicito nella condizione

«Nella scatola c'è un cane».

È evidente che secondo l'ipotesi del bicondizionale l'aggiunta di premesse non dovrebbe provocare variazioni nelle risposte. I risultati sperimentali hanno confermato le ipotesi. L'interesse dello studio di Romain et al. (1983), comunque, sta più nell'idea di chiamare in causa il linguaggio che nell'apparato sperimentale o nel quadro di riferimento: i condizionali esaminati rappresentano comunque relazioni arbitrarie fra enunciati, mentre nella vita quotidiana i condizionali si usano prevalentemente per esprimere connessioni semantiche. Questo aspetto è stato studiato anche attraverso il famoso test di Wason,⁶ in cui si è richiesto ad alcuni soggetti di applicare una regola arbitraria, come nella versione che segue.

Viene mostrata una serie di quattro carte posizionate su un tavolo, ognuna delle quali ha un numero su una faccia e un colore sull'altra. Le facce visibili delle carte mostrano «3», «8», «rosso» e «marrone». Si richiede al soggetto di stabilire quale carta o carte deve girare per verificare la verità della seguente proposizione: se una carta mostra un numero pari su una faccia, allora la sua faccia opposta è rossa. Meno del 10% dei soggetti ha dato la risposta appropriata, e cioè che bisogna girare la carta con 8 e quella con la faccia marrone. Successivi esperimenti hanno messo in luce come problemi logicamente equivalenti ma immersi in un contesto in cui la regola diventava significativa e socialmente accettata ricevevano un numero di risposte corrette molto superiore. L'esperimento di Wason è stato ampiamente discusso soprattutto in ambito psicologico. A noi serve essenzialmente a confermare che l'arbitrarietà dei legami tra antecedente e conseguente è un fattore che influenza pesantemente l'interpretazione dei condizionali. Questo non dipende soltanto dalle situazioni in cui sono collocati gli esperimenti e la loro maggiore o minore familiarità, ma anche dalla formulazione dei testi.

L'esempio che segue può aiutare a chiarire le idee.

Un esame consiste nel sostenere due prove a quiz. Il punteggio di ogni quiz è un numero intero da 0 a 10. Si supera l'esame se e solo se la somma dei due punteggi è non inferiore a 12.

Caso 1

Lo studente A guarda il risultato della prima prova e dice «Se nella seconda prendo 8 ho superato l'esame». Sappiamo che nella prima prova ha preso 4. L'affermazione di A è vera?

La risposta è sì. Su questo normalmente c'è ampio consenso.

5. Il lavoro di Romain et al. è successivo di soli otto anni all'edizione inglese del lavoro di Grice (1975) in cui viene discussa l'idea di implicatura conversazionale.

6. Si vedano Johnson-Laird (1983) e Cosmides e Tooby (1992) per panoramiche sul test e alcune ricerche successive, o anche Houdé et al. (1992) per un'analisi dal punto di vista delle neuroscienze.

Caso 2

Lo studente A guarda il risultato della prima prova e dice «Se nella seconda prendo 8 ho superato l'esame». Sappiamo che nella prima prova ha preso 6. L'affermazione di A è vera?

La risposta è ancora sì, anche se qui si viola il principio di cooperazione. Qui diversi studenti sarebbero indotti a rispondere che non è vera, in quanto l'affermazione di A contiene un elemento arbitrario (perché proprio 8?). La condizione contenuta nell'antecedente è solo sufficiente, ma questo accadeva anche nel caso 1. La differenza è che nel caso 1 la scelta di "8" non era arbitraria, essendo il minimo voto utile, mentre nel caso 2 si verifica il contrario.

Caso 3

Lo studente A guarda il risultato della prima prova, che è 6, e chiede al professore se ha già corretto la seconda prova. Il professore dice: «Sì, l'ho corretta. Non ricordo bene ma mi sembra che il tuo voto nella seconda prova sia 8». Lo studente A replica: «Se nella seconda ho preso 8 ho superato l'esame». L'affermazione di A è vera?

La risposta è ancora sì, e qui normalmente gli studenti non hanno esitazioni. Infatti, il principio di cooperazione non è violato in quanto l'enunciato del professore, anche se non dà alcun contributo informativo affidabile, rende tuttavia rilevante l'enunciato finale di A, eliminando l'arbitrarietà che di fatto violava la massima della relazione.

4.2 Il condizionale nella lingua

In logica il condizionale «Se P allora Q (chiamato in ambito filosofico *implicazione materiale*) è un enunciato che è vero in tutti i casi in cui P è falso oppure Q è vero. Questo vale anche in assenza di legami semantici fra P e Q .

Nella maggior parte delle lingue il condizionale svolge funzioni diverse e più complesse. In primo luogo, nelle lingue esistono modi e tempi, quindi può accadere che gli enunciati messi in relazione avvengano in tempi diversi, o con gradi di certezza diversi, originando asimmetrie che in logica non ci sono. In secondo luogo, nelle lingue non ci sono solo proposizioni che possono essere vere o false ma, come visto nel par. 3, atti linguistici.

Vediamo qualche esempio. Nel caso più semplice abbiamo un evento che ne causa o influenza un altro, come nell'enunciato

«Se piove allora Mario ha l'ombrello aperto».

In questo caso abbiamo un legame tra due fatti, la pioggia induce Mario ad aprire l'ombrello.

Invece il condizionale

«Se Mario ha l'ombrello aperto allora piove»

non è l'inverso del precedente. Qui il parlante non intende affermare che l'apertura dell'ombrello di Mario provoca la pioggia ma che da quella è possibile ricavare l'informazione che piove. Qui il legame è tra un fatto e la conoscenza di un altro fatto (condizionale epistemico).

Un altro gruppo di condizionali si ha quando la condizione riguarda non il contenuto proposizionale ma l'atto linguistico, come nel classico esempio

«Se hai fame c'è della torta in frigo».

In questo caso è evidente che la torta in frigo c'è o non c'è indipendentemente dalla fame dell'interlocutore. La condizione «Se hai fame» non ha a che fare con la verità del conseguente («c'è della torta in frigo») ma con l'adeguatezza dell'atto linguistico. La semplice affermazione «C'è della torta in frigo» potrebbe apparire irrilevante, specie se l'interlocutore non avesse fame. Quindi il «Se hai fame» potrebbe essere parafrasato da «Attenzione: quello che sto per dirti ha senso se hai fame». Allo stesso modo un condizionale può essere usato in risposta a una richiesta non chiara. A uno studente che sapeva di non essere stato ammesso all'orale ma insisteva per conoscere «l'esito» del suo scritto mi è capitato di rispondere qualcosa come «se per "esito" intende il voto, allora è 12».

In questo caso il voto è comunque 12, l'antecedente del condizionale serve solamente a delimitare il dominio di adeguatezza del conseguente.

5 Altri connettivi

5.1 La negazione

Fenomeni simili avvengono con la negazione. Spesso i confronti fra le lingue e le notazioni della logica si focalizzano sul problema della doppia negazione. Tuttavia, è difficile sviluppare seriamente paragoni tra una notazione che dispone esclusivamente di un operatore unario di negazione e una lingua che dispone di svariati modi per negare un enunciato, o per graduarne verità, affidabilità o adeguatezza secondo una scala di valori ricca di sfumature e che va ben al di là della scelta fra vero e falso. D'altra parte, anche nei linguaggi del primo ordine due negazioni non sempre si annullano. Se usiamo « \neg » come operatore unario di negazione e « P » è un enunciato, allora « P » e « $\neg\neg P$ » sono equivalenti, almeno in logica classica. Ma se le occorrenze della negazione non sono consecutive, l'equivalenza potrebbe saltare. Ad esempio l'enunciato

« $\neg\forall x\neg P(x)$ » («Non per tutti gli x vale non $P(x)$ ») (1)

in generale non è equivalente a

« $\forall x P(x)$ » («Per tutti gli x vale $P(x)$ »). (2)

Quindi la regola (o proverbio?) «due negazioni affermano» va presa con le molle anche in logica matematica.

Nelle lingue la negazione non è sempre vero-funzionale, cioè non sempre trasforma un enunciato in un altro il cui valore di verità è opposto (qualunque cosa voglia dire "opposto").

Due enunciati come

«Questo quadro è bello» (3)

e

«Questo quadro non è bello, è orribile» (4)

esprimono sostanzialmente giudizi opposti o, quanto meno, incompatibili. Invece l'enunciato

«Questo quadro non è bello, è un capolavoro» (5)

non esprime un giudizio opposto rispetto a (3) e non intendere mettere in dubbio la bellezza del quadro. Quello che viene messo in dubbio è l'adeguatezza dell'atto linguistico collegato a (3).

In qualche altro caso la negazione può mettere in discussione la forma dell'enunciato, come in

«Tu non vai a scuola, vai a scuola» (6),

dove viene messa in discussione la grafia di una parola, oppure

«Mario non è il padre di Roberta, è Roberta la figlia di Mario» (7)

in cui viene messa in discussione l'organizzazione testuale di un qualche precedente enunciato. In questo caso, per chi conosce Mario ma non Roberta è più informativo pensare a Roberta come alla figlia di Mario, mentre per chi conosce Roberta ma non Mario avrebbe più senso la scelta simmetrica. Nel linguaggio verbale, quindi, la negazione è caratterizzata da una complessità molto maggiore (sono svariati i modi di negare, lessicali o no) e anche dal fatto che gli enunciati sono inseriti, piaccia o non piaccia, in atti linguistici, e negare gli uni o gli altri non è sempre equivalente.

5.2 La congiunzione logica

La congiunzione logica è associata usualmente alla congiunzione «e», che però in italiano ha svariati usi. Nel caso di predicati di due o più argomenti la «e» può giocare il ruolo di separatore fra questi ultimi, come nel caso

«7 è la media di 5 e 9» (8)

che ovviamente non è la congiunzione logica di «7 è la media di 5» e «7 è la media di 9». Nella stessa categoria rientrano anche gli esempi, tristemente diffusi nei testi ai tempi della “matematica moderna”, come

«Ho un maglione giallo e rosso» (9)

che ovviamente non è la congiunzione logica di

«Ho un maglione giallo» (10)

e

«Ho un maglione rosso». (11)

Talvolta la «e» può prendere un significato molto simile alla «o» come nel caso:

«Vino e grappa mi provocano mal di stomaco» (12),

dove probabilmente si fa riferimento all'assunzione di una cosa qualunque fra vino e grappa, e non a quella di una bevanda che li contenga entrambi in associazione. Altre volte la «e» può essere utilizzata per costruire forme assimilabili a dei condizionali, come in

«Studia e sarai promosso» (13).

Ci si è spesso soffermati sul fatto che in moltissimi casi nelle lingue la «e» non è commutativa, come accade invece in logica. Un esempio classico è la coppia

«Ho cambiato strada e ho visto Gianni» (14)

e

«Ho visto Gianni e ho cambiato strada» (15)

in cui l'inversione dell'ordine provoca una drastica variazione nel significato. Questo può dipendere dal fattore tempo (sia quello degli eventi narrati, sia i tempi connessi alle azioni di scrivere, pronunciare, leggere o ascoltare un testo) che in logica classica è assente, o anche da altri fattori. In qualche caso viene cambiato non solo il significato dell'enunciato composto ma anche la sua adeguatezza, come nella coppia

«Sono arrivato in stazione e ho preso il treno» (16)

e

«Ho preso il treno e sono arrivato in stazione» (17).

L'enunciato (16) dà informazioni che in alcuni contesti possono essere rilevanti. Non dice qual è la stazione e nemmeno qual è il treno, ma queste informazioni potrebbero essere (ritenute) irrilevanti, o, in caso contrario, il ricevente potrebbe ricavarle dal contesto. Però dice che è andato in stazione (e non è rimasto a casa, o non è andato al mare) e che vi è andato per prendere un treno (e non per prendere un giornale all'edicola o un caffè al bar). Invece la (17), in un'interpretazione standard, è priva di informazioni rilevanti. La prima interpretazione che salta in mente è che l'emittente abbia prima preso un treno e poi sia arrivato in una stazione. In questo caso l'informazione è poco rilevante: è normale per chi prende un treno arrivare in una stazione, la massima della quantità, qui evidentemente violata, richiederebbe di specificare almeno la località di arrivo.

Le differenze tra la congiunzione logica e l'uso di «e» nella lingua dipendono quindi da diversi fattori: la presenza del tempo (come visto sopra) ma anche l'organizzazione testuale. Anche questi fattori sono usati con profitto a scopi comunicativi.

5.3 La disgiunzione

L'uso prevalente della «o» inclusiva in matematica è probabilmente motivato dalle stesse ragioni per cui in matematica diversi attributi sono usati inclusivamente. In matematica è corretto, e spesso opportuno, denominare «rettangolo» un quadrato, mentre dal punto di vista della comunicazione quotidiana questo potrebbe risultare poco efficace, in quanto dicendo «rettangolo» molto spesso si intende «non quadrato». Questa differenza non sta nella definizione di «rettangolo» (in nessun dizionario c'è scritto che un rettangolo non può essere quadrato), ma nell'uso della parola. Con la

disgiunzione inclusiva accadono fenomeni dello stesso tipo. Sono note le difficoltà da parte di diversi studenti ad accettare formule come

« $3 \leq 100$ »,

che, se convertita in linguaggio verbale diventa

«tre è minore o uguale a 100».

L'uso inclusivo porta quasi inevitabilmente a violare la massima della quantità: l'aggiunta

«o uguale»

aumenta la complessità dell'enunciato e allo stesso tempo ne riduce il grado di informatività. Naturalmente esistono contesti in cui tale uso non viola i principi cooperativi. In genere sono contesti in cui esistono regole precise e motivate. Ad esempio, davanti a un dipartimento universitario, in tempi di Covid-19, era affisso un cartello con il testo seguente:

«Possono accedere al terzo piano solo gli studenti che siano iscritti all'esame di Istologia oppure dotati di autorizzazione di accesso ai laboratori».

In questo caso dal contesto è chiaro che potrebbero esserci studenti in possesso di uno solo dei due requisiti, o anche di entrambi.

Nel caso della disgiunzione entrano pesantemente in gioco i principi cooperativi: ci sono situazioni in cui l'uso della disgiunzione inclusiva in luogo di altre forme li viola.

6 Conclusioni

Con questa carrellata di esempi si è cercato di mettere in luce come i meccanismi di interpretazione delle lingue e dei sistemi simbolici della matematica siano diversi, anche se non contrapposti. Ferrari (2021) ha evidenziato che gli usi matematici sono forme estreme di *registri colti*, cioè delle varietà d'uso della lingua adottate usualmente nella comunicazione scientifica e in molti altri contesti. Vi è quindi continuità tra le due forme di interpretazione, ma anche qualche differenza. Le differenze si basano sulle diverse funzioni dei linguaggi. Per questo la scelta migliore non è quella di presentare le due modalità come contrapposte, magari suggerendo che le lingue siano ambigue o vaghe, mentre le notazioni matematiche sarebbero rigorose e precise. È preferibile invece da un lato prendere atto della diversità di funzioni e magari rifletterci sopra, e dall'altro scegliere come terreno per i primi incontri con la logica quei contesti in cui le interpretazioni logiche e quelle usuali della lingua non siano in netto contrasto.

Bibliografia

Austin, J. L. (1962). *How to do things with words*. Harvard U. P.

Bazzanella, C. (2008). *Linguistica e pragmatica del linguaggio. Un'introduzione*. Laterza.

Cosmides, L., & Tooby, J. (1992). *Evolutionary psychology: A Primer*. <https://www.cep.ucsb.edu/primer.html>

Ferrari, P. L. (2021). *Educazione matematica, lingua, linguaggi. Costruire, condividere e comunicare matematica in classe*. Utet.

Freudenthal, H. (1988). Logic as a subject or as an attitude? In M. Barra & A. Zanardo (A cura di), *Atti del XII incontro di Logica Matematica. La logica matematica nella didattica* (pp. 27–38).

- Gombert, J. É. (1990). *Le Développement Métalinguistique*. Presses Universitaires de France.
- Grice, H. P. (1975). Logic and conversation. In P. Cole & J. L. Morgan (Eds.), *Syntax and semantics: Vol.3. Speech acts* (pp. 41–58). Academic Press.
- Houdé, O., Zago, L., Mellet, E., Moutier, S., Pineau, A., Mazoyer, B., & Tzourio-Mazoyer, N. (2000). Shifting from the perceptual brain to the logical brain: the neural impact of cognitive inhibition training. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 12(5), 721–728.
- Johnson-Laird, P. N. (1983). *Mental Models. Towards a Cognitive Science of Language, Inference and Consciousness*. Cambridge University Press.
- Lolli, G. (1991). *Introduzione alla logica formale*. il Mulino.
- Matalon, B. (1962). Etude génétique de l'implication. In E. W. Beth et al. (Eds.), *Implication, formalisation, et logique naturelle*. Presses Universitaires.
- Peel, E. A. (1967). A method for investigating children's understanding of certain logical connectives used in binary propositional thinking. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 20, 81–82.
- Rumain, B., Connell, J., & Braine, M. D. S. (1983). Conversational Comprehension Processes Are Responsible for Reasoning Fallacies in Children As Well As Adults: If Is Not the Biconditional. *Developmental Psychology*, 19(4), 471–481.
- Sbisà, M. (A cura di). (1978). *Gli atti linguistici*. Feltrinelli.
- Sperber, D., & Wilson, D. (1986). *Relevance: communication and cognition*. Basil Blackwell.
- Taplin, J. E., Staudenmayer, H., & Taddonio, J. L. (1974). Developmental changes in conditional reasoning: Linguistic or logical? *Journal of Experimental Child Psychology*, 17, 360–373.
- Villani, V., Bernardi, C., Zocante, S., & Porcaro, R. (2012). *Non solo calcoli. Domande e risposte sui perché della matematica*. Springer.

Le modalità logico-argomentative nei testi scolastici di geometria della scuola elementare e media in lingua italiana

The logical-argumentative modalities in Italian language primary and lower secondary school geometry textbooks

Silvia Sbaragli[•], Michele Canducci^{•*} e Silvia Demartini[•]

[•] Dipartimento formazione e apprendimento, SUPSI – Locarno, Svizzera

^{*} Facoltà di comunicazione, cultura e società, USI – Lugano, Svizzera

✉ silvia.sbaragli@supsi.ch, michele.canducci@supsi.ch, silvia.demartini@supsi.ch

Sunto / In quest'articolo si intende portare l'attenzione sulle modalità logico-argomentative presenti nei testi scolastici di matematica, focalizzandosi sulla parte di geometria e, nello specifico, sul tema *poligoni*, considerando la ricorsività dell'argomento in continuità fra gli ordini scolastici (dalla II elementare alla III media). L'indagine è strettamente interdisciplinare fra matematica e linguistica, con particolare attenzione alla didattica, e si inserisce nei lavori di un più vasto progetto di ricerca in corso. Dopo alcuni paragrafi iniziali dedicati a illustrare il corpus di libri e i criteri di analisi del testo adottati, si passerà a una parte di inquadramento storico-disciplinare del tema, per addentrarsi poi nella descrizione delle diverse modalità logico-argomentative (legate al far “fare”, al far “immaginare” e al far “astrarre”); di queste saranno anche offerti dati quantitativi relativi alla distribuzione nel corpus. Alcune possibili implicazioni didattiche emerse dalle analisi saranno accennate nelle conclusioni.

Parole chiave: argomentazione; libri di testo scolastici di matematica; discorso matematico; poligoni; linguistica testuale.

Abstract / This article analyses the logical-argumentative strategies contained in mathematics schoolbooks, focusing on geometry and, specifically, on *polygons*, considering the recursiveness of the topic in continuity between school orders. The investigation is strictly interdisciplinary between mathematics and linguistics, with particular attention for didactic, and is part of a larger ongoing research project. After some initial paragraphs devoted to describing the corpus and the text analysis criteria, we will move on to a historical-disciplinary framework of the topic, and then to the definition of the different logical-argumentative modes (linked to “doing”, “imagining” and “abstracting”); quantitative data about the distribution in the corpus will also be offered. Some possible teaching implications emerging from the analyses will be mentioned in the conclusions.

Keywords: argumentation; mathematics textbooks; mathematical discourse; polygons; text linguistics.

1 L'oggetto di analisi e il corpus di testi in esame

Il tema trattato in questo contributo si inserisce all'interno del progetto *Italmatica. Comprendere la matematica a scuola, fra lingua comune e linguaggio specialistico* (progetto 176339 del Fondo nazionale svizzero per la ricerca scientifica). Grazie a un gruppo eterogeneo di ricercatori in didattica della matematica, linguistica e computer science, il progetto ha l'obiettivo di individuare, raccogliere e analizzare, dal punto di vista linguistico e matematico, un corpus di libri di testo scolastici di matematica in lingua italiana della scuola elementare e media, al fine di delinearne le caratteristiche e i possibili ostacoli per la comprensione degli alunni.

L'argomento matematico su cui si è concentrata l'attenzione è interno all'ambito geometrico e riguarda i poligoni, in un'ottica di continuità dalla scuola elementare alla scuola media. L'argomento dei poligoni, infatti, permea tutta la scuola dell'obbligo, in accordo con l'idea di percorso a spirale per la costruzione di competenze matematiche, in cui alcuni degli argomenti affrontati dagli allievi nei primi anni di scolarità vengono consolidati e approfonditi in diverse occasioni negli anni successivi. Questa scelta ci ha permesso di raccogliere libri di testo riferiti a sette anni di scolarità, dalla seconda elementare alla terza media, arrivando a comporre una panoramica multiforme e sfaccettata, all'interno della quale convivono elementi di eterogeneità e di unitarietà.

Dal punto di vista classificatorio, il libro di testo sfugge a categorizzazioni nette. A livello di funzione prevalente, è tipicamente considerato un testo di tipo *informativo* (o *espositivo*), o, ancora meglio, «espositivo-esplicativo» (A. Ferrari, 2019, p. 78), e presenta, com'è noto, tratti ricorrenti: veri e propri stilemi e modalità espressive sedimentate nel tempo. È però altrettanto noto che non si tratta di un genere omogeneo al suo interno, ma ibrido: ciò è più che mai evidente nei testi di matematica, che alternano parti caratterizzate da uno stile vicino alla saggistica disciplinare classica a parti più vicine alla lingua comune, dedicate, per esempio, a sollecitare il giovane lettore evocando legami con l'esperienza diretta. Anche a causa delle sue stesse caratteristiche, il testo scolastico, si trova a essere sì un oggetto di riferimento in didattica, ma non sempre funzionale e per questo non pienamente sfruttato dai docenti, o, almeno, non in tutte le sue parti (sull'uso del libro di testo di matematica da parte dei docenti italiani e ticinesi, si vedano Canducci et al., 2020; Sbaragli et al., 2020). Analizzarne più a fondo le modalità comunicative¹ può quindi essere un primo passo per capirne meglio limiti e punti di forza, anche nella prospettiva di rendere più consapevoli i docenti.

In questo contributo, nel par. 2 presenteremo il modello di analisi testuale dei libri scolastici di matematica da noi adottato, cosa che ci permetterà di focalizzare l'attenzione sul tipo di Movimento Testuale oggetto di analisi, da noi chiamato *logico-argomentativo*. Nel par. 3 verrà inquadrato il tema dell'argomentazione in chiave interdisciplinare, mettendo in evidenza alcuni dei tanti risvolti che questo ambito d'indagine ha avuto nella storia del pensiero e della cultura. Ciò nella consapevolezza che l'*argomentazione* è un tema di vastissima portata, su cui sin dall'antichità classica si sono concentrate le riflessioni di filosofi e matematici (le cui figure spesso coincidevano), e con cui, nei secoli e per vari fini, si sono confrontati studiosi di vari ambiti, con crescente attenzione da parte delle diverse discipline. Questa longevità e certe peculiarità della tradizione occidentale (anche rispetto alla prassi scolastica) conferiscono al tema *argomentazione* notevole importanza nella ricerca in didattica, soprattutto negli ultimi decenni, se si considera che la competenza argomentativa è considerata oggi

1. Data la natura interdisciplinare del progetto – che indaga la didattica della matematica attraverso l'esame degli aspetti linguistici in essa coinvolti –, il gruppo di ricerca ha potuto effettuare analisi sui testi a più livelli, di tipo sia quantitativo sia qualitativo. Le analisi dei libri di testo si sono per ora concentrate sulle seguenti dimensioni: aspetti strutturali di architettura testuale dei testi scolastici (Demartini, Sbaragli & Ferrari, 2020); aspetti lessicali e morfosintattici dei testi scolastici (Canducci et al., 2019a, 2019b; Canducci, Demartini & Sbaragli, in stampa; Demartini, Fornara & Sbaragli, 2020; Demartini & Sbaragli, 2019); aspetti legati al rapporto multimodale fra testo e figure nei manuali (Canducci, 2019; Canducci, Rocci & Sbaragli, in stampa).

un traguardo condiviso esplicito dalle varie discipline (e segnatamente dalla matematica) nei vari piani di studio/indicazioni nazionali, e nelle prove standardizzate nazionali e internazionali. Dopo questo quadro storico e interdisciplinare, nel par. 4 verrà presentata l'analisi del Movimento Testuale *logico-argomentativo* peculiare dei testi matematici, esplicitando le sue diverse possibilità di realizzazione osservate nei testi, attraverso l'enucleazione di esempi che consentono di capirne meglio la natura sfaccettata. Verranno in seguito presentati i risultati dell'analisi condotta su tutto il corpus di libri di testo italiani e svizzeri, andando a evidenziare l'evoluzione delle diverse categorie di Movimenti *logico-argomentativi* lungo i sette anni di scolarità considerati per poi giungere alle conclusioni.

2 Analisi testuale dei libri scolastici di matematica

L'analisi dei testi scolastici di matematica si basa su un adattamento del modello di analisi della testualità elaborato dal gruppo di ricerca basilese, descritto in A. Ferrari (2014, 2019). Tale modello considera il testo come composto da una sequenza di unità semantiche, organizzate gerarchicamente su tre livelli (tralasciando, qui, le partizioni di ordine superiore, come i capitoli e i paragrafi): «i Movimenti Testuali, a loro volta segmentati in Enunciati, i quali sono composti da Unità Informative» (A. Ferrari, 2019, p. 34). Il Movimento Testuale consiste in una sequenza di Enunciati nella quale è riconoscibile un'unitarietà dal punto di vista tematico-referenziale o dal punto di vista logico. Esso è il risultato di un macro-atto di composizione testuale, e la sua segnalazione linguistica può variare a seconda del genere di testo considerato; nel caso di un testo scolastico di matematica, i confini di un Movimento Testuale possono essere segnalati da una varietà di espedienti grafici il cui fine è quello di orientare il lettore nell'individuazione di blocchi di testo definiti (Demartini, Sbaragli & Ferrari, 2020).

A livello qualitativo, dall'analisi del corpus si è potuto notare che i Movimenti Testuali presenti in un libro di testo di matematica fanno principalmente riferimento a due intenti comunicativi: *far sapere* qualcosa al lettore e *far fare* qualcosa al lettore. Nel primo caso si parlerà di Movimento *espositivo-esplicativo*, nel secondo di Movimento *direttivo*. A sua volta, il Movimento *espositivo-esplicativo* è stato differenziato in tre tipi, corrispondenti a differenti realizzazioni dell'intento comunicativo: il Movimento *espositivo-esplicativo* di tipo *dichiarativo*, che tipicamente propone una o più asserzioni; il Movimento *espositivo-esplicativo* di tipo *narrativo-descrittivo*, nel quale vengono approfonditi concetti attraverso descrizioni di giochi, excursus storici, inserti etimologici; infine il Movimento *espositivo-esplicativo* di tipo *logico-argomentativo*, cioè

«un macro-atto che non offre semplici dichiarazioni, ma che accompagna il ragionamento del lettore nella costruzione del sapere o che comunque cerca di favorire l'interiorizzazione di esso attraverso prove, sperimentazioni (concrete o simulate) e confronti finalizzati a comprendere e a supportare un'asserzione».

(Demartini, Sbaragli & Ferrari, 2020, p. 168)

Come si è detto, in questo contributo ci concentreremo solo su quest'ultimo tipo di Movimento Testuale, con l'intento di delinearne le caratteristiche, le modalità di realizzazione a livello disciplinare e linguistico, la presenza nei manuali del corpus a livello quantitativo, la sua evoluzione nel corso degli anni di scolarità. Ci concentreremo su di esso consapevoli di quanto la categoria sia scivolosa, soprattutto per i contorni sfumati che spesso assume nei libri di testo, nei quali inevitabilmente possiede simultaneamente un fine argomentativo ma anche esplicativo, ma altrettanto consapevoli di quanto essa sia fondamentale per osservare come i lettori vengano accompagnati nella costruzione concet-

tuale. Non a caso, come si è detto, tali Movimenti appartengono alla famiglia dei macro-atti espositivo-esplicativi, tipici del discorso scientifico disciplinare offerto dai testi per la scuola. Per procedere, è prima utile affrontare in una prospettiva più ampia, seppur brevemente, il tema dell'argomentazione da alcuni punti di vista utili allo scopo dell'articolo.

3 L'argomentazione in chiave interdisciplinare e didattica

3.1 Verso la teoria dell'argomentazione: breve introduzione storico-culturale

La storia della cultura occidentale è contraddistinta da alcuni elementi forti e caratterizzanti, che ne determinano a lungo termine i modi di vedere le cose e anche di impostare la formazione delle giovani generazioni. Tra questi elementi vi sono la retorica e la dialettica (inizialmente viste come discipline distinte, anche se complementari), le cui riflessioni rientrano attualmente all'interno degli studi che orbitano attorno alla *teoria dell'argomentazione*. I primi studi di retorica hanno origine nella Magna Grecia del V secolo a.C. grazie alla nascita di un vasto movimento filosofico che va sotto il nome di sofistica. La retorica, intesa come arte di saper parlare per convincere gli altri delle proprie ragioni (ricorrendo non per forza ad argomenti veri, ma anche solo verosimili), è uno dei capisaldi di tale movimento: mediante la carica persuasiva della parola, infatti, i sofisti hanno insegnato la morale, le leggi, i sistemi politici. A differenza dei filosofi greci precedenti, non si interessano alla cosmologia e alla ricerca dell'arché originario, ma si concentrano, piuttosto, sulla vita umana, diventando così i primi filosofi morali.

Ma sarà solo un secolo più tardi, attraverso il lavoro di sistemazione compiuto da Aristotele nell'*Organon* e nella *Retorica*, che verrà tracciato un solco imprescindibile per tutti gli sviluppi teorici successivi. Nel lavoro di Aristotele si possono distinguere diverse aree di studio: l'*analitica*, nella quale si mettono in luce i meccanismi della deduzione che parte da premesse vere per giungere a conclusioni logicamente fondate e necessariamente vere, e che andranno a costituire la base su cui si svilupperà tutto il pensiero logico-deduttivo matematico (D'Amore & Sbaragli, 2017); la *dialettica*, parallela all'analitica, ma che a differenza di questa non si occupa del necessariamente vero bensì del verosimile, ossia di opinioni, di tesi cui si aderisce con intensità variabile, ed è concepita dallo stesso Aristotele «come l'arte di ragionare partendo da opinioni generalmente accettate» (Perelman & Olbrechts-Tyteca, 1958/2013, p. 7); infine la *retorica*, intesa da Aristotele come complementare alla dialettica, ha come oggetto il ragionamento persuasivo nei confronti di un uditorio, e insegna come si deve dire qualcosa (secondo quali schemi, seguendo quali criteri e con quali cautele) allo scopo di rendere efficace ciò che viene detto-fatto, producendo determinati effetti sull'uditore: convincerlo circa la credibilità di un'opinione, indurlo a compiere o ad astenersi dal compiere una data azione, portarlo a modificare certi suoi atteggiamenti, sentimenti ecc. (Cattani, 1994).

La tradizione retorica ebbe importanti sviluppi per tutta l'antichità classica (Mortara Garavelli, 2003), laddove il discorso persuasivo (quindi un *certo tipo* di argomentazione) rappresentava il cuore del dibattito pubblico e della vita civile.² In particolare, a partire dal II secolo a.C., la diffusione della cultura greca nel mondo occidentale e specificamente in quello latino determina il successo della retorica e la sua presenza nell'iter educativo e formativo delle giovani generazioni che avevano accesso agli studi (Corno, 2011; Marazzini, 2001).³ Dalla tradizione classica ricaviamo numerosi elementi ancora oggi

2. La tradizione è così resistente che molti degli elementi e delle tecniche dell'"arte del dire" individuate nel mondo greco-latino sono ancora alla base degli attuali manuali di comunicazione.

3. Basti pensare a opere come l'*Institutio oratoria* di Quintiliano (c.a. 35/40 – 96): 12 volumi rivolti a educare il futuro oratore, a cominciare dall'infanzia, tramite le tecniche e l'esperienza della migliore tradizione retorica.

significativi da considerare nella composizione di qualsiasi testo, come l'inventio (il reperimento dei contenuti), la *dispositio* (lo schema del discorso, l'ordine degli argomenti) e l'*elocutio* (lo stile, con le sue possibilità espressive che influiscono sulla comunicazione).

Nei secoli, ad affermarsi e ad affinarsi sono stati soprattutto gli aspetti legati all'*elocutio* e nella fattispecie all'*ornatus*, cioè al *come* dire le cose e alle figure retoriche (di cui si trovano ricchissime e dettagliate tassonomie in studi recenti come Lausberg, 1949/1969, Gruppo μ , 1970/1976). Gli eccessi in questo senso hanno portato allo scadimento di certa retorica e, al suo interno, di alcune modalità argomentative, soprattutto di quelle finalizzate a far prevalere opinioni e punti di vista. Basti pensare all'irrigidimento, anche in didattica, di certi schematismi che non favorivano lo sviluppo del pensiero, ma si appiattivano sulla ripetizione stereotipa di strutture codificate: ne sono esempio estremo le cosiddette *macchine retoriche* in voga nella manualistica del '500 (una delle più note è quella proposta da Francesco Alunno nella *Fabrica del mondo* del 1548), che prevedevano schemi combinatori di parole da cui attingere per strutturare discorsi eloquenti. E una simile tendenza all'imitazione e all'appiattimento delle strategie argomentative in didattica si trova confermata anche in ambito matematico almeno fino ai primi decenni del Novecento, quando, anche tramite le nette posizioni antiretoriche dell'idealismo crociano, tutta questa tradizione viene messa in discussione. Essa verrà ripresa, in termini nuovi e critici, solo nella seconda metà del secolo sulla base di nuovi paradigmi linguistici e culturali. Questi paradigmi tentano in primo luogo di guardare all'argomentazione da un punto di vista organico, nel quale convergono tanto la tradizione retorica quanto quella dialettica. Ecco il perché dell'espressione *La nuova retorica*, sottotitolo del celebre *Trattato dell'argomentazione* del 1958 di Perelman e Olbrechts-Tyteca: con questo titolo gli autori volevano intendere che ogni argomentazione, anche quella apparentemente più impersonale, è di tipo retorico, perché «si sviluppa in funzione di un uditorio» (Perelman & Olbrechts-Tyteca, 1958/2013, p. 8). Studi considerati oggi di base come quello già citato di Perelman e Olbrechts-Tyteca, ma anche Toulmin (1958/1975), hanno da un lato contribuito a fondare una nuova disciplina, la *teoria dell'argomentazione*, i cui oggetti di studio sono «le tecniche discorsive atte a provocare o accrescere l'adesione delle menti alle tesi che vengono presentate al loro assenso» (Perelman & Olbrechts-Tyteca, 1958/2013, p. 6); dall'altro, dal nostro punto di vista, hanno fornito la base su cui fondare le discussioni circa i collegamenti fra argomentazione in senso classico e argomentazione nell'apprendimento della matematica. Tali discussioni hanno infatti consentito ai didatti della matematica di riflettere sul ruolo del linguaggio naturale e dell'argomentazione nell'apprendimento di tecniche e di ragionamenti, ma anche, ad esempio, sul problema della possibilità e delle condizioni di un passaggio dall'argomentazione alla dimostrazione.⁴ Insomma, moltissimo è stato detto sull'argomentazione, tuttavia – soprattutto se si vuole tentare di affrontare l'argomento in modo almeno in parte nuovo e non troppo vincolato dalla tradizione e dal suo inevitabile peso – molto resta ancora da dire se si punta lo sguardo alla didattica (laddove resta una competenza trasversale condivisa dalle diverse discipline) per studiarne la resa in luoghi apparentemente secondari ma cruciali per la formazione degli allievi, come possono essere i libri di testo. Nel farlo, teniamo ovviamente conto del fatto che per affrontare l'argomentazione nei testi scolastici di matematica di oggi non è possibile prescindere dal collocarli nella tradizione culturale, didattica e manualistica cui appartengono, per capirne forse meglio certe scelte e certe impostazioni.⁵

4. Non è questa la sede per affrontare l'ampio tema del rapporto fra argomentazione e dimostrazione. Per i nostri scopi, sarà sufficiente ricordare alcuni passaggi, giacché discussioni in seno alla didattica della matematica proseguono da decenni e hanno prodotto una vasta letteratura. Può essere utile ricordare che Duval (1998) e Balacheff (1988) evidenziano distanze rispettivamente di tipo cognitivo e linguistico da un lato, di tipo sociale ed epistemologico dall'altro, fra argomentazione e dimostrazione. Queste innegabili differenze sono state poi rielaborate e integrate, ad esempio, all'interno del costruito dell'Unità Cognitiva (Boero et al., 1996; Garuti, 2003; Mariotti, 2006; Martinez & Pedemonte, 2014; Pedemonte, 2008), con il quale si sono voluti mettere in evidenza alcuni aspetti di continuità riguardanti in particolare la generazione, durante la produzione argomentativa, della congettura, ossia degli elementi che vengono poi utilizzati durante la costruzione della dimostrazione.

5. La prospettiva potrebbe ampliarsi se si aprisse il campo agli studi etnolinguistici (come Cardona, 2006) e etnomatematici (D'Ambrosio, 2002), e alle svariate possibilità comunicative e pragmatiche che le diverse lingue e ancor più le culture offrono, anche a livello di scelte e modalità argomentative.

3.2 Alcune caratteristiche dell'argomentazione in matematica

Da un punto di vista etimologico, il termine "argomentazione" e il sostantivo "argomento" contengono la radice lessicale del verbo latino *arguo*, il cui significato principale è quello di *mettere in evidenza, portare a riconoscere*; ancor più precisamente, nella lingua latina ha preso forma il verbo deponente *argumentor*, «argomentare, dimostrare, ragionare», da cui, appunto, il nostro argomentare.⁶ In altre parole, l'espressione indica «il processo di "aiutare" l'interlocutore a riconoscere qualcosa fornendo (direttamente o indirettamente) una opportuna giustificazione» (Rigotti & Greco, 2009, p. 4, traduzione degli autori). Detto ancora in altri termini, l'argomentazione trova dunque le sue radici nell'esigenza di giustificare una affermazione o una tesi.

Da questa definizione emergono già alcune caratteristiche dell'argomentazione. In primo luogo, l'argomentazione non coincide con la sola affermazione di qualcosa (cioè con l'esplicitazione di stati di cose, idee, opinioni, proposte ecc., ossia di una *tesi*), perché a questa va necessariamente aggiunta una giustificazione.

Ma, come afferma Duval (1998, p. 6), «nella giustificazione di una affermazione, ha importanza separare bene due operazioni: la produzione di ragioni o di argomenti, e l'esame di accettabilità degli argomenti prodotti». Dal punto di vista del loro funzionamento cognitivo, la prima operazione dipende maggiormente dalla spiegazione, la seconda dal ragionamento. Pur riconoscendo distinzioni di tipo epistemologico e cognitivo, sulle quali non entreremo in dettaglio, lo stesso Duval sostiene che le operazioni da cui è composta l'attività di giustificazione di un'affermazione siano di fatto complementari, e che spesso le giustificazioni espresse nei testi siano relativamente indifferenziate, mescolando accenni di spiegazione e accenni di argomentazione (Duval, 1998, p. 36). In quest'ottica, ci sembra giustificabile una posizione integrata come quella che assumiamo in questo contributo, e cioè di una visione nella quale un'argomentazione, soprattutto laddove viene presentata per far comprendere a qualcuno – il lettore del libro di testo e studente – un risultato matematico, può contenere al suo interno aspetti legati tanto alla spiegazione quanto all'argomentazione, in un equilibrio che può essere spostato a volte più sull'uno o sull'altra.

In secondo luogo, a livello di funzione, l'intento di un'argomentazione risulta essere la *persuasione* o il *convincimento* di diversi uditori riguardo a una o più tesi: sarà «*persuasiva* una argomentazione che pretende di valere soltanto per un uditorio particolare» e «*convincente* quella che si ritiene possa ottenere l'adesione di qualunque essere ragionevole» (Perelman & Olbrechts-Tyteca, 1958/2013, p. 31). Dovendo influenzare il particolare uditorio a cui ci si riferisce, la persuasione fa appello anche a meccanismi soggettivi, emotivi e passionali; d'altro canto, invece, la convinzione, dovendo valere per un qualsiasi essere ragionevole, mira a «superare degli ostacoli logici e razionali con dei mezzi che hanno la parvenza della logica e della razionalità, per vincere le resistenze ed i dubbi con la forza logica delle argomentazioni» (Godino, 2009, p. 98). Queste due funzioni sono entrambe presenti nell'ambito della didattica della matematica, in particolar modo considerando i libri di testo.⁷ Da un lato, infatti, le argomentazioni di un libro di testo di matematica si rivolgono a un uditorio ben determinato in termini di età, e dunque anche in termini di possibilità cognitive, di capacità di attenzione, di coinvolgimento emotivo ecc.; questo comporta che chi argomenta (nel nostro caso, gli autori del libro di testo) effettui scelte il più possibile persuasive per il pubblico a cui si riferisce. Anche perché, come afferma Rousseau, convincere un bambino non serve a nulla «se non si sa persuaderlo» (Rousseau, 1898/1950, p. 171). Ad esempio, il riferimento all'esperienza reale e concreta vicina al vissuto degli allievi è particolarmente efficace dal lato della persuasione, specialmente per le fasce d'età dei più piccoli. Dall'altro lato, essendo i libri di testo oggetto di analisi di questo articolo rivolti alla matematica, disci-

6. In greco non vi era un equivalente perfetto, ma diverse forme verbali che esprimevano diverse intenzioni in contesto.

7. Poiché il contributo si occupa di argomentazioni presenti nei libri di testo di matematica, non ci siamo focalizzati sull'argomentazione in quanto discorso che si sviluppa nella pratica didattica matematica delle classi. Per una letteratura in questo senso, rimandiamo all'ampia bibliografia presente sul sito <http://www.lettredelapreuve.org/>.

plina la cui natura ha un carattere logico intrinseco, la persuasione potrebbe non essere sufficiente. È facile, infatti, immaginare uno studente persuaso della validità del risultato di un'argomentazione matematica senza tuttavia esserne convinto; questo significherebbe che lo studente è disposto ad accettare il risultato, ma tale accettazione risulterebbe priva del carattere di adesione razionale proprio di chi ha compreso.

Ci sembra dunque sia importante che i libri di testo di matematica rivolti ai livelli scolastici da noi esaminati considerino entrambe le funzioni dell'argomentazione, la persuasione e il convincimento, senza dimenticare, dal lato dell'apprendimento, ciò che afferma Duval: «non è possibile convincere senza far comprendere» (Duval, 1998, p. 5). Ciò aggiunge un ulteriore elemento all'argomentazione proposta dai testi scolastici: di qualsiasi tipo essa sia (cioè quali che siano le modalità scelte e gli argomenti portati), essa, per essere efficace, deve essere compresa dai lettori così come devono essere compresi i suoi contenuti, intendendo la comprensione come processo cognitivo di interazione profonda col testo (ampiamente illustrato, per esempio, in Lumbelli, 2009), per cui è necessario mobilitare conoscenze pregresse (nel nostro caso, disciplinari), linguistiche, esperienziali ecc., e farle interagire col testo. Consideriamo tutti questi elementi e focalizziamoci sull'aspetto illocutivo (Austin, 1962/1987): poiché l'effetto desiderato dei passaggi logico-argomentativi dei libri di testo è che i destinatari siano persuasi e, poi, pian piano, razionalmente convinti di un sapere matematico, un'argomentazione scritta deve essere prodotta e ricevuta "felicitemente", ossia il ricevente dovrebbe essere posto nella condizione di aderire alla tesi dell'emittente valutando la tesi stessa e le prove (comprendendo il linguaggio, attivando le conoscenze necessarie, facendo interagire diversi elementi richiamati ecc.). Insomma, come ricorda Sbisà (1989), i partecipanti all'atto dovrebbero implicitamente essere d'accordo, nel senso che dovrebbero essere partecipi dell'atto stesso, cioè consapevoli e attivi, altrimenti i passaggi logico-argomentativi stessi potrebbero non essere recepiti come tali: il testo non basta, se non c'è il contributo del lettore, che, a scuola, dovrebbe gradualmente essere educato a questo tipo testuale e alle sue molteplici forme e finalità.

Per poter procedere nella nostra trattazione, occorre ora addentrarsi nella forma che assume l'argomentazione del testo scritto, che ha specifiche peculiarità pragmatico-comunicative.

3.3 L'argomentazione nel testo scritto di matematica: la diamesia e la prospettiva funzionale

Come si è intuito dall'ampiezza del quadro teorico, parlare di argomentazione significa muoversi in un territorio vasto, con alcuni elementi costanti e ricorrenti, ma con anche svariati fattori di diversità da un'occasione a un'altra. Comunque lo si intenda, infatti, *argomentare* non significa solo inanellare parti di discorso (tesi, prove e così via), ma anche curarne l'efficacia per i destinatari, la «felicità» in termini pragmatici. Cosa che può differire non poco da un testo a un altro e da una situazione a un'altra.

Prima di passare a esempi di analisi, risulta dunque significativo richiamare almeno una dimensione fondamentale di variazione della lingua⁸ (anche delle *lingue speciali* come quella della matematica): quella della *diamesia*, ossia del mezzo usato per comunicare. Ciò perché le nostre analisi si riferiscono a parti di testi scritti nelle quali la dimensione esplicativa si caratterizza in termini logico-argomentativi e non ad argomentazioni che si sviluppano nell'oralità, e che potrebbero coinvolgere un'interazione diretta e immediata con un interlocutore, tramite azioni quali la discussione o il dibattito (frequenti e utili anche in didattica). In questo senso va ricordato che i libri di testo sono dispositivi tendenzialmente rigidi dal punto di vista non solo dell'interpretazione, ma anche dell'interazione comunicativa: in essi – non essendoci alcun processo di negoziazione immediata di significato fra interlocutori –, la ricostruzione del significato è a carico esclusivo del lettore (P. L. Ferrari, 2004).

8. Il riferimento è ai classici lavori di Berruto (1987) in cui sono illustrate le dimensioni di variazione linguistica.

Da questa specificità di mezzo fisico-ambientale attraverso cui si svolge l'atto comunicativo derivano, ovviamente, caratteristiche linguistiche ed espressive diverse, e dunque una pragmatica specifica, in quanto la lingua scritta non è semplicemente il parlato trasferito su pagina, ma presenta proprie peculiarità. Come spiega Seriani (2003, 2010), alcune differenze sostanziali lo contraddistinguono:

- lo scritto si avvale prevalentemente del canale grafico-visivo (mentre il parlato utilizza il canale fonico-acustico): ciò è ben visibile in passaggi di trattamento e conversione tra un registro semiotico e un altro, fondamentali per l'apprendimento in ambito matematico;
- lo scritto è solo eccezionalmente "in situazione", mentre più spesso si scrive a un destinatario distante o a uno o più destinatari ideali, mentre, per contro, il parlato è tipicamente "in situazione" e presuppone un emittente che si rivolge a dei destinatari che possono interagire nel discorso (se le circostanze lo permettono);
- lo scritto è rigido, sequenziale e non dà possibilità di feedback immediati. Per contro, in un dialogo chi parla può considerare le reazioni dell'interlocutore o anche le sue difficoltà o il suo disinteresse;
- lo scritto è fruibile liberamente dal destinatario, senza obbligo di svolgimento lineare: in moltissimi casi di un testo si leggono solo le parti che interessano (cosa frequentissima nei libri di testo);
- lo scritto, almeno quello più formale e controllato, è regolato e rigido, mentre il parlato può essere in una certa misura maggiormente ambiguo e sollecitare di più la cooperazione dell'ascoltatore.

Tenendo sullo sfondo questi elementi, riteniamo interessante guardare alle scelte argomentative effettuate nei libri di testo richiamando anche la classificazione funzionale dei testi, di cui quello "argomentativo" costituisce un tipo. Dal punto di vista linguistico-testuale, l'organizzazione dei testi per tipi funzionali – originariamente impostata da Werlich (1982) – prevede che il tipo *argomentativo* si distingua da quelli *narrativo*, *descrittivo*, *espositivo* e *regolativo* per alcuni tratti salienti (Lala, 2011; Mortara Garavelli, 1988). Come scrive Colombo (1992, p. 477) traducendo Werlich, in generale nel testo argomentativo «il codificatore propone relazioni tra concetti o fenomeni», e, come specifica A. Ferrari (2019, p. 82), pur condividendo alcune caratteristiche essenziali, «ogni testo argomentativo presenta [...] una sua struttura specifica, tanto a livello logico-semantico che a quello referenziale». Ciò significa che i contenuti possono essere i più vari e presentati in modi diversi e secondo diverse strategie, ossia attraverso una particolare organizzazione logico-semantica: ad esempio il ragionamento presentato può essere di tipo induttivo (dal particolare al generale), oppure deduttivo (dal generale al particolare), modalità entrambe presenti nei testi di matematica.

Ad ogni modo, per dirsi argomentativo, un testo o una parte di testo deve presentare alcuni tratti fondamentali (mentre altri non sono obbligatori né lo è l'ordine in cui compaiono): dovrà avere una tesi (un'idea, un'asserzione), uno o più *argomenti* a sostegno della tesi e una o più *regole generali* che garantiscano il nesso fra tesi e argomenti. Ovviamente, i Movimenti Testuali logico-argomentativi del testo scolastico di matematica non rappresentano che un sottotipo molto specifico e particolare di argomentazione; in questo senso, va richiamato quanto scrive Cortelazzo (1994, p. 4) riprendendo Dressler e Beaugrande (1984): i testi scientifici e soprattutto, pensando alle nostre analisi, alcune loro parti, sono ascrivibili al tipo argomentativo ricorrendo a «un'accezione larga di questa etichetta», intesa come caratteristica di un testo che accompagna il lettore nella costruzione e contemporaneamente nella comprensione di idee e concetti, consolidandone l'interiorizzazione tramite prove di varia natura.

Molti altri elementi che sono stati sviluppati dagli studi sulla testualità argomentativa possono essere considerati per vedere come si manifestano nei libri di testo: il tipo di *fonti* selezionate, il ricorso a esempi come base sulla quale operare congetture allo scopo di costruire concetti, l'uso di *controesempi* o di *non-esempi* che portano a un conflitto di punti di vista e conducono a un confronto di

argomenti i quali giustificano affermazioni contraddittorie o affermazioni contrarie su una questione. È interessante notare come queste tecniche argomentative siano molto presenti nella pratica matematica, e, soprattutto in ambito geometrico, siano utilizzati prevalentemente come supporti euristici al ragionamento. Del ruolo fondamentale dell'esempio, del non-esempio e del controesempio nella produzione di argomentazioni matematiche parlano numerosi studi a livello internazionale (Antonini et al., 2011; Balacheff, 2001; Buchbinder & Zaslavsky, 2011; Pedemonte & Buchbinder, 2011; Watson & Mason, 2006), ma va considerato che nei libri di testo sono presenti quasi esclusivamente gli esempi sui quali si basano quasi tutte le argomentazioni previste per questi livelli scolastici e in rari casi i non-esempi (cioè, per menzionarne uno, il cerchio come non-esempio di poligono), mentre non sono presenti controesempi.

Nel prossimo paragrafo presenteremo alcuni elementi linguistici inerenti specifici connettivi, che sfrutteremo in fase di analisi.

3.4 I connettivi e altre “spie linguistiche” nell'argomentazione

Di recente, i lavori sull'argomentazione dal punto di vista linguistico si sono fatti via via più fini, recuperando ma soprattutto arricchendo presupposti antichi. Ad esempio, alcuni studi di argomentazione degli ultimi decenni, come Lo Cascio (1991) e Iacona (2005), si soffermano sulla struttura argomentativa, sull'articolazione e sulla forza degli argomenti, e sull'uso dei connettivi, o «indicatori di forza» (così sono chiamati in Lo Cascio, 1991). Oltre alla scelta e alla concatenazione dei contenuti, anche alcune “spie linguistiche”, variamente collocate nello snodarsi dell'argomentazione, possono infatti conferirle *forza*, ossia efficacia, cooperando a rendere «felice» (Austin, 1962/1987), per dirla in termini pragmatici, l'atto comunicativo. «Felice» nel senso che ottiene il risultato auspicato e diventa operativo nel contesto: nel nostro caso, significa che l'atto è costruito per presentarsi in modo efficace ai giovani lettori che stanno acquisendo concetti matematici e, al contempo, stanno prendendo dimestichezza con varie modalità comunicative disciplinari.

L'interesse per lo studio dei connettivi utilizzati nelle argomentazioni è condiviso anche dalla ricerca in didattica della matematica. Nel già citato contributo di Duval (1998), ad esempio, l'autore si domanda se sia possibile riconoscere, nella presenza di connettivi, criteri per identificare la presenza di un'argomentazione. Egli identifica tre tipi di connettivi:⁹ i *connettivi combinatori*, che integrano più proposizioni in una sola superproposizione il cui valore di verità dipende dalle proposizioni di cui è costituita (ne sono esempi il *se... allora*, la *o* esclusiva, la *o*, la *e*, molto utilizzati in matematica); i *connettivi argomentativi*, per Duval tipici del discorso argomentativo, che mettono in rapporto due proposizioni ma non le integrano in una superproposizione, e che possono essere distinti in connettivi di co-orientamento (*anche*), e in connettivi di contro-orientamento (*ma*, *anche se*, *benché*, *tuttavia*,...); infine i *connettivi organizzativi*, per Duval tipici della spiegazione, che indicano lo statuto di una proposizione in rapporto ad altre proposizioni, determinando quindi il suo posto nell'organizzazione del discorso. Quest'ultimo tipo di connettivi, in particolare, consente di distinguere all'interno di ogni argomentazione quali proposizioni fungono da premesse, termini medi e conclusioni: di *conseguenza*, *quindi*, *dunque*, *perciò* (collegano la tesi se questa segue gli argomenti); *si sa che*, *in base a* (introducono la regola generale); *perché*, *poiché*, *infatti*, *considerato/visto che* (introducono gli argomenti); *tranne che*, *a meno che* (introducono una riserva, cioè la possibilità che esistano dati ed elementi che conducono a conclusioni diverse). Nonostante la presenza di questo tipo di connettivi

9. Esistono in linguistica molte classificazioni dei connettivi, più o meno vaste e finalizzate a mettere in luce differenti potenzialità e funzioni di questa ampia e aperta classe di parole. In questo contributo abbiamo citato per esteso quella di Duval perché, pur condividendo alcuni elementi di fondo con altre tassonomie, orienta l'attenzione agli aspetti che maggiormente fanno comprendere il ruolo dei connettivi come organizzatori argomentativi in matematica. Per una tipologia dei connettivi come elementi che esplicitano le relazioni logiche di un testo a livello di rapporti fra gli eventi e di composizione testuale si rimanda a A. Ferrari (2014, 2019) e Ferrari e Zampese (2016).

possa orientare nel riconoscere le peculiarità di un discorso argomentativo, lo stesso Duval mette in guardia da categorizzazioni troppo nette: se è infatti plausibile ad esempio che in un'argomentazione si ritrovino più connettivi argomentativi, è d'altra parte possibile che «certe parole o espressioni possano essere impiegate come connettivi combinatori o come connettivi argomentativi [...] Allo stesso modo alcune parole possono essere usate come connettivi argomentativi o come connettivi organizzativi» (Duval, 1998, p. 39).

Ciò che è stato finora brevemente ripercorso, ovviamente, è appannaggio della *teoria dell'argomentazione*, tanto in ambito linguistico quanto in ambito matematico. Nella realtà, soprattutto in quella dei testi scolastici di nostro interesse, le cose possono funzionare in modo molto diverso ed essere messe in discussione. Ad esempio, i Movimenti logico-argomentativi individuati nei testi del nostro corpus (soprattutto quelli destinati agli allievi più giovani) non per forza contengono tutti i tratti e gli elementi tipici delle movenze argomentative né si avvalgono solo delle strategie linguistiche e contenutistiche ripercorse: la cosa interessante sarà proprio addentrarsi nell'analisi per vedere le differenze, le strategie e le specificità, in modo da riuscire ad avere un quadro di che cosa possa intendersi, in senso lato, come argomentazione nel testo di matematica della scuola elementare e media, e come ciò evolva via via al progredire della scolarità verso formati più standardizzati e riconoscibili.

Fatta questa panoramica su alcune caratteristiche teoriche del tema, analizziamo quindi ora le argomentazioni secondo l'impostazione da noi adottata.

4 Movimenti Testuali logico-argomentativi nei testi matematici per la scuola

4.1 Dal fare all'astrarre

Per inquadrare la distinzione da noi scelta per i diversi tipi di Movimenti Testuali logico-argomentativi presenti nei libri del corpus, abbiamo tenuto in considerazione il passaggio avvenuto nella storia della matematica dal mondo concreto, legato al reale, al mondo astratto; evoluzione che si presenta in modo analogo nelle fasi di apprendimento degli allievi al progredire della scolarità e, di conseguenza, nelle proposte argomentative dei libri di testo. Le origini della matematica sono infatti da ricercare nelle esigenze concrete dell'uomo legate all'operare nella realtà e alla lettura del mondo circostante. È pertanto innegabile che le forme più antiche di matematica fossero legate alle necessità quotidiane, e che solo con il pensiero greco questo ancoraggio alla realtà e al fare sia andato via via ristrutturandosi, fino a determinare la caratteristica di una disciplina tendente all'astrazione, anche se mai completamente staccata dal mondo dei sensi (D'Amore & Sbaragli, 2017).

Per quanto concerne la *geometria*, il rapporto tra questo ambito della matematica e il *mondo fisico* è molto stretto e rappresenta uno degli aspetti salienti che la caratterizzano, come afferma Enriques (1906, p. 166): «[...] il difetto dello spirito matematico [...] è di non comprendere che un pensiero, il quale si appaghi di costruzioni astratte, senza la speranza, pur vaga, di cogliere in esse il quadro di una qualche realtà, sarebbe uno sterile strumento dialettico». Di fatto, secondo tale autore *la geometria è la prima rappresentazione del mondo fisico*.

È soprattutto nel periodo chiamato *Crisi dei Fondamenti*, a cavallo tra il XIX e il XX secolo, che la geometria diventa una disciplina sempre più affrancata da ogni riferimento al reale, senza distanziarsene mai del tutto: i criteri essenziali di validità diventano la correttezza formale del ragionamento e la coerenza di un sistema formale (per approfondire questa evoluzione storica si vedano D'Amore & Sbaragli, 2017, 2018, 2019, 2020).

Questa esigenza del fare per poi giungere successivamente all'astrarre si riflette, come è naturale, anche nel processo di insegnamento-apprendimento della matematica. Nella teoria evolutiva elaborata dai coniugi van Hiele (1986), riguardante lo sviluppo del pensiero geometrico, sono stati individuati dei veri e propri livelli di sviluppo che vanno dalla geometria intesa come concettualizzazione dello

spazio percettivo, riguardante l'adattamento alla realtà del mondo fisico nel quale viviamo, alla geometria come teoria formale. L'ultimo livello dello sviluppo consiste nella capacità di muoversi all'interno di un sistema ipotetico deduttivo, ovvero all'interno di una data assiomatica.

L'importanza del fare, dell'agire concretamente, del manipolare oggetti nelle prime fasi di apprendimento viene ribadita dalle scienze cognitive che hanno ormai stabilito la centralità dell'esperienza fisica e corporea nel processo di costruzione, comunicazione e apprendimento della matematica. Fra le teorie più significative in questo senso ricordiamo la teoria dell'*embodied cognition* secondo la quale, per la maggior parte, gli esseri umani concettualizzano i concetti astratti matematici in termini concreti, utilizzando idee e modelli di ragionamento fondati sul sistema senso-motorio che interagisce con il mondo (Lakoff & Núñez, 2000/2005; Robutti, 2006). L'espressione *embodied cognition* significa letteralmente conoscenza "incorporata" o "incarnata" e rimanda all'idea che la nostra mente e i suoi processi cognitivi più complessi si basano e si costruiscono sulla fisicità e sui movimenti del corpo umano. Si può insomma affermare – e ciò non vale solo per i concetti matematici,¹⁰ che

«una delle grandi scoperte della scienza cognitiva è che le nostre idee sono modellate dalle nostre esperienze corporee: non nella semplice modalità di corrispondenza uno a uno, ma indirettamente, attraverso la conoscenza del nostro intero sistema concettuale nella vita quotidiana. Il punto di vista cognitivo ci induce a chiederci se anche il sistema delle idee matematiche sia fondato indirettamente sulle esperienze corporee, e se sì, precisamente come».

(Lakoff & Núñez, 2000/2005, p. 14)¹¹

4.2 Una possibile lettura dei Movimenti logico-argomentativi: le prove di Balacheff

Il passaggio dal fare all'astrarre è dunque uno dei nodi centrali dell'apprendimento della matematica, richiamato anche da Balacheff (1987, 1988, 2001) nell'affrontare il concetto di *prova* in matematica dal punto di vista della sua genesi. L'inquadratura scelta dall'autore¹² risulta utile per distinguere e descrivere i movimenti logico-argomentativi dei testi scolastici, soprattutto in ambito geometrico, dato che: «[la geometria] è esemplare per la forza con la quale questo dominio particolare della matematica solleva la questione del rapporto fra conoscenze empiriche e conoscenze teoriche» (Balacheff, 2001, p. 4). La distinzione proposta dall'autore verte sulla natura delle conoscenze in gioco e sul genere di relazioni che esse intrattengono con gli oggetti matematici proposti: abbiamo dunque ritenuto efficace per le nostre analisi rifarci a questa classificazione.

In particolare, nella sua trattazione Balacheff chiama *prove pragmatiche* le prove fondate sull'azione effettiva operata su rappresentazioni di oggetti matematici. Le azioni effettive sulle rappresentazioni di un oggetto geometrico possono essere sostituite dal riferimento alla rappresentazione stessa o da un'azione che prende la forma di un'esperienza mentale. In questo caso, la prova è sollecitata dal linguaggio, mezzo di evocazione delle esperienze comuni agli interlocutori. In simili prove è centrale l'ostensione ed è evidente la loro peculiarità nella didattica della matematica, che, per arrivare a oggetti astratti, non può fare altro che passare attraverso rappresentazioni concrete.

Le esperienze mentali sono una delle tappe del processo che conduce alle *prove intellettuali*, ossia a

10. E la prospettiva è ormai accolta in altri fondamentali ambiti acquisizionali, come quello dell'alfabetizzazione (secondo la prospettiva aperta da Ferreiro & Teberosky, 1985), per cui per arrivare a concettualizzare l'astrazione del sistema alfabetico il bambino percorre naturalmente fasi di sviluppo che lo portano a un progressivo distacco dal reale e dall'ipotesi iniziale di una coincidenza realtà-lingua.

11. A ciò si potrebbe aggiungere, e come vedremo sarà significativo in riferimento alle parti testuali logico-argomentative proposte nei libri, un cenno al concetto di «grounded cognition» (Barsalou, 2008), che include, oltre agli stati corporei, le simulazioni e l'influsso dell'ambiente fisico e sociale in cui siamo inseriti.

12. Pur traendo origini da lavori di più di trent'anni fa, l'impostazione proposta da Balacheff è tutt'ora ritenuta di fondamentale importanza nell'ambito della ricerca in didattica della matematica, al fine di inquadrare i processi argomentativi e dimostrativi degli studenti (si vedano ad esempio Ellis et. al, 2019; Mejía-Ramos & Weber, 2020; Miyazaki et al., 2017).

prove staccate dall'azione ed espresse tipicamente attraverso delle condotte linguistiche che esprimono gli oggetti, le loro proprietà e le relazioni in gioco. Nelle prove intellettuali si tende ad abbandonare il cosiddetto *linguaggio della familiarità*, presente nelle prove pragmatiche, che porta il segno del tempo e della durata di colui che agisce e del contesto della sua azione: il linguaggio diventa sempre più *decontestualizzato*, dunque distante da uno specifico oggetto rispetto a cui vengono attuate azioni, per accedere a classi di oggetti; *depersonalizzato*, essendo separato dall'azione (potremmo anche dire deagentivizzato); *detemporalizzato*, svincolando le operazioni dalla loro data e dalla loro durata aneddotica (è un linguaggio assoluto, non legato a episodi e privo di cronologia). Assume, cioè, sempre di più tutti i tratti tipici del linguaggio specialistico della matematica inteso come discorso scientifico primario.

Come sostiene Balacheff, pur essendo le prove pragmatiche «reputate meno valide», non implicano in realtà meno conoscenze di quelle intellettuali e spesso non portano a meno generalità. Non essendo il passaggio tra queste due prove scontato, l'autore delinea quattro tipi di prove che seguono la genesi evolutiva fino alla prova per eccellenza, la dimostrazione: *l'empirismo naif*, *l'esperienza cruciale*, *l'esempio generico* e *l'esperienza mentale* (Balacheff, 1987).

L'empirismo naif consiste nell'assicurare la validità di un enunciato dopo la verifica su qualche caso, che rappresenta una delle prime forme di generalizzazione scelta dagli allievi e utilizzata frequentemente anche dagli studenti più grandi (Fischbein, 1982) e, come vedremo, diffusa nei libri di testo. *L'esperienza cruciale* designa una prova il cui risultato permette di scegliere in maniera netta tra due ipotesi; tale esperienza serve in alcuni casi per decidere tra una proposizione e la sua negazione. Questo tipo di esperienza viene utilizzata a livello didattico ma è praticamente assente nei libri di testo del corpus. *L'esempio generico* rappresenta la prova più diffusa nei libri di testo e

«consiste nell'esplicitazione delle ragioni della validità di un'asserzione mediante la realizzazione di operazioni o di trasformazioni su un oggetto esaminato non per sé stesso, ma in quanto rappresentante caratteristico di una classe. La formulazione isola le proprietà caratteristiche e le strutture di una classe restando legata al nome proprio e all'esibizione di uno dei suoi rappresentanti».

(Balacheff, 2001, p. 14)

Le prove che prevedono un esempio generico rappresentano uno stadio intermedio più vicino alle prove pragmatiche o a quelle intellettuali a seconda del processo di produzione della prova, e quindi dello statuto operatorio dell'esempio utilizzato. L'importanza di questo tipo di prova risulta evidente anche dall'analisi di studenti implicati nelle attività argomentative per costruire e giustificare congetture, come sottolineato anche da alcune recenti ricerche sul ruolo dell'esempio nel fare matematica (tra le altre si vedano Antonini, 2011; Antonini et al., 2011; Pedemonte & Buchbinder, 2011). Infine, *l'esperienza mentale*, che invoca l'azione interiorizzata e si distanzia dalla realizzazione su un rappresentante particolare: questa prova segna il passaggio dalle prove pragmatiche a quelle di tipo intellettuale.

4.3 Dal movimento logico-argomentativo con la modalità di far “fare” al fare “astrarre”

Possiamo a questo punto interpretare quanto osservato nei libri di testo del corpus in base a ciò che è stato presentato in precedenza. Va precisato che il corpus è costituito da 142 libri di testo scolastici di matematica in lingua italiana della scuola elementare e media che sono stati raccolti tra quelli editi in Italia e nei cantoni italo-foni della Svizzera (Canton Ticino e Canton Grigioni). Tra questi, 129 provengono dal variegato e ampio contesto editoriale italiano; dei 13 libri di testo del contesto svizzero, 7 provengono dal Canton Ticino e 6 dal Canton Grigioni. La minore presenza di libri di testo svizzeri è dovuta al fatto che, soprattutto in Canton Ticino e in modo specifico per la scuola elementare, l'utilizzo del libro di testo in ambito didattico non è diffuso.

Nei libri di testo scolastici presenti nel corpus si è potuto rilevare che i Movimenti Testuali logico-argomentativi sfruttano tre tipi di processi cognitivi diversi tra loro, che prevedono gradi di coinvolgimento differenti:

1. Movimento Testuale con la modalità di far “fare”: il lettore è chiamato a partecipare in prima persona alla costruzione del ragionamento attraverso azioni concrete di varia natura;
2. Movimento Testuale con la modalità di far “immaginare”: il lettore è chiamato a immaginare azioni sugli oggetti geometrici cui ci si riferisce, senza eseguirle concretamente;
3. Movimento Testuale con la modalità di far “astrarre”: il lettore è chiamato ad astrarre, ad allontanarsi dalla realtà immediata; l'attività concreta lascia il campo al pensiero astratto, per mezzo del quale si costruisce l'argomentazione.

A livello di organizzazione interna degli elementi tipici dell'argomentazione, gli esempi che presenteremo propongono tutti la tesi alla fine, come punto d'arrivo. La cosa, però, non è sempre così: seppure in misura meno frequente, la tesi può anche essere presentata all'inizio seguita da prove di varia natura.

4.3.1 Il Movimento logico-argomentativo con la modalità di far “fare”

Una prima modalità attraverso cui i libri di testo propongono argomentazioni si concretizza attraverso Movimenti Testuali che chiedono agli allievi di fare un'azione concreta per scoprire gradualmente e attraverso almeno una prova (di cui loro stessi diventano artefici, seppure in modo guidato) un sapere che verrà enunciato in seguito. Per essere complete, queste argomentazioni necessitano dell'azione del lettore, il quale viene appunto coinvolto attraverso consegne inserite all'interno dell'argomentazione stessa. Queste consegne possono riguardare azioni da svolgere direttamente sul libro di testo (*colorare, ripassare, scrivere, tracciare, completare ecc.*), in cui sono stati volutamente lasciati spazi vuoti da riempire, come se l'argomentazione fosse un «puzzle da ricostruire, puzzle per il quale mancherebbero dei pezzi da trovare prima di assemblarli» (Duval, 1998, p. 30), oppure in altri casi riguardano consegne da effettuare al di fuori del libro di testo (*ritagliare, costruire, disegnare, piegare ecc.*). Riportiamo di seguito un esempio che contempla entrambi i tipi di consegne.

In **Figura 1** (tratta da un libro di testo di V elementare), ad esempio, dopo aver esplicitato il “Materiale occorrente” per quella che viene indicata come attività di laboratorio, vengono descritti i passi da svolgere per scoprire la numerosità degli assi di simmetria dei triangoli equilatero, isoscele e scaleno. Il materiale occorrente va a costituire l'insieme di strumenti di cui il lettore deve disporre per svolgere una significativa attività extra-testuale, cioè per realizzare una “prova” tangibile. Seguendo quanto indicato, il lettore è chiamato a procurarsi ciò che serve, disegnare i triangoli, ritagliarli, piegarli per individuare gli assi di simmetria; infine, ormai ci si auspica persuaso e forse convinto (almeno secondo le attese del testo), è invitato a tornare ad agire direttamente sul testo completando le parti sottostanti a ogni figura, per fissare il risultato matematico generale. L'argomentazione si completa e prende forma compiuta, dunque, solo alla fine e con la collaborazione dell'allievo, che, una volta effettuata la prova e riconosciutala come parte, appunto, di un'argomentazione, completa coerentemente gli enunciati (che assumono valore di tesi).

LABORATORIO

I poligoni e l'asse di simmetria interno


Materiale occorrente: carta a quadretti, matita, righello, forbici.

TRIANGOLI

1. Con righello e matita disegna sul foglio di carta un triangolo equilatero, un triangolo isoscele e un triangolo scaleno di dimensioni abbastanza grandi, poi ritagliali.
2. Considera un triangolo per volta. Per verificare se hanno assi di simmetria interni e quanti, piega a metà in modo che le due parti siano perfettamente sovrapposte.
3. Segna la piegatura, traccia gli assi di simmetria in ogni triangolo e completa le definizioni.



Il triangolo **equilatero** ha 3 assi di simmetria interni e ognuno corrisponde a un'altezza.



Il triangolo **isoscele** ha
asse di simmetria interno
che corrisponde a un'altezza.



Il triangolo **scaleno**
..... assi di simmetria
interni.

Figura 1. Esempio di Movimento logico-argomentativo che prevede azioni concrete da svolgere fuori dal libro, su fogli, e dentro al libro, completando (libro 6_5 del corpus, V elementare).

Il procedere del Movimento Testuale è semplice: a partire dall'interazione con tre triangoli specifici (*un triangolo equilatero, un triangolo isoscele e un triangolo scaleno*, che il lettore dovrebbe disegnare su un foglio e poi ritagliare), si generalizza il risultato ai generici triangoli equilatero, isoscele e scaleno rappresentati nelle figure (e individuati dall'articolo determinativo *il* con funzione generica). Ci troviamo quindi davanti a un testo che invita a realizzare una *prova pragmatica*, perché lo studente è chiamato a operare concretamente sulle rappresentazioni di oggetti matematici; in modo più specifico, poiché questa prova è condotta in modo empirico su tre casi di triangoli presi singolarmente, essa richiama il livello di validazione che Balacheff chiama empirismo naif: la generalizzazione del risultato ai generici triangoli equilatero, isoscele e scaleno avviene dopo la verifica su un unico caso per classe di triangoli. Dal punto di vista linguistico, il testo fa largo uso di verbi iussivi, imperativi, che esprimono un comando ("disegna", "ritaglia", "considera", "piega" ecc.), mentre la frase "Per verificare se" è utilizzata con funzione compositiva di connettivo argomentativo per collegare l'azione di piegatura del foglio alla presenza di assi di simmetria interni al triangolo. Il fatto che i tre triangoli costruiti siano dei casi particolari non è introdotto da nessuna spia linguistica né vi sono connettivi che accompagnano alla generalizzazione: il «filo argomentativo» (*strand*, secondo Kopperschmidt, 1985) che dovrebbe generarsi fra prove particolari e asserzioni finali (le tesi) è implicito e lasciato costruire all'allievo. Da questo caso emerge chiaramente come questa modalità di Movimento Testuale trae la sua efficacia non tanto dal proporre argomentazioni *tout court*, da leggere e comprendere, quanto piuttosto dallo spingere il lettore ad affiancare alla lettura del testo esperienze e atti da svolgere concretamente. In questo modo, chi legge può giungere a persuadersi del risultato, perché esso fa leva su esperienze che egli realizza personalmente, ma può anche convincersi dello stesso, poiché è portato a scoprire attivamente gli snodi logici e concettuali dell'argomentazione. Ciò mette in luce una peculiarità del libro di testo, soprattutto per i bambini e i ragazzi più giovani: se normalmente l'argomentazione è un atto che ci vede nettamente collocati in un ruolo comunicativo (o argomentiamo o siamo i destinatari di un'argomentazione), nell'esempio qui riportato il destinatario è anche compartecipe della costruzione argomentativa stessa.

4.3.2 Il Movimento logico-argomentativo con la modalità di far "immaginare"

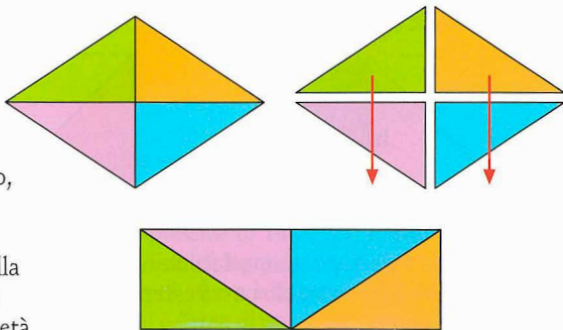
Questa modalità di realizzazione di Movimenti logico-argomentativi propone all'allievo di seguire

un'azione già svolta nel libro o di immaginare una situazione allo scopo di interiorizzare un concetto già presentato nel testo. Non si tratta dunque di un "fare" concreto, ma di immaginare la situazione proposta. L'atto dell'immaginare può essere favorito dal libro tramite diversi tipi di espedienti grafici (freccie, associazione di uso del colore, disegno delle forbici che tagliano ecc.).

In **Figura 2** (tratta da un libro di testo di IV elementare) viene proposto il caso di un Movimento logico-argomentativo in cui si giunge alla formula dell'area di un rombo equiesteso a un rettangolo (del quale è prerequisito la conoscenza della formula dell'area). Nella parte di sinistra troviamo la descrizione linguistica della procedura con la quale un qualsiasi rombo può essere trasformato in un rettangolo equiesteso; nella parte di destra viene affiancata una rappresentazione grafica della procedura stessa; il tutto è seguito da un riquadro giallo, nel quale si riprende linguisticamente (in modo però più condensato) quanto appena mostrato, aggiungendo alcuni simboli e la formula simbolica dell'area del rombo.

L'AREA DEL ROMBO

Qualsiasi rombo può essere trasformato in un rettangolo. Osserva.
Se tracciamo le diagonali, il rombo resta diviso in 4 triangoli rettangoli uguali.
Se poi disponiamo i triangoli in modo diverso, otteniamo un rettangolo **equicomposto** e quindi **equivalente**.
L'area di un rombo corrisponde perciò a quella di un rettangolo che ha la base lunga come la diagonale maggiore e l'altezza lunga come metà della diagonale minore.



DA RICORDARE
L'area del rombo si calcola moltiplicando la misura della diagonale maggiore (D) per la misura della diagonale minore (d) e dividendo poi il risultato per 2.
Questa è la formula: $(D \times d) : 2$

Figura 2. Esempio di Movimento logico-argomentativo che invita a immaginare attraverso l'uso di freccie (libro c3_4 del corpus, IV elementare).

Anche questa modalità di Movimento logico-argomentativo presenta elementi di similarità con le *prove pragmatiche*, perché in essa vengono richiamate azioni da svolgere su rappresentazioni di oggetti geometrici; essi però presentano anche caratteristiche peculiari di una validazione più avanzata, che fa riferimento a quelli che Balacheff (2001) chiama *esempi generici*. Rispetto alle prove pragmatiche, nell'*esempio generico* perde di centralità l'azione concreta svolta su un oggetto specifico: esso consiste piuttosto

«nell'esplicitazione delle ragioni della validità di un'asserzione mediante la realizzazione di operazioni o di trasformazioni su un oggetto esaminato non più per sé stesso, ma in quanto rappresentante caratteristico di una classe. La formulazione isola le proprietà caratteristiche e le strutture di una classe restando legata al nome proprio e all'esibizione di uno dei suoi rappresentanti».

(Balacheff, 2001, p. 14)

Nel Movimento testuale in **Figura 2**, il rombo raffigurato non è altro che un rappresentante caratteristi-

co della classe dei rombi, e questo è particolarmente evidente se si considera l'uso del quantificatore "qualsiasi" nell'asserzione iniziale (che funge da premessa assunta come vera), che serve a chiarire che ciò che verrà detto vale per la totalità dei rombi. Nella parte testuale di sinistra troviamo numerosi altri indicatori linguistici particolarmente significativi dal punto di vista di un'argomentazione matematica. Attraverso l'uso delle protasi "se tracciamo le diagonali" e "se disponiamo i triangoli in modo diverso", si porta il lettore su un piano ipotetico, ma anche logico-deduttivo, poiché a ognuno di questi "se" corrispondono conseguenze geometriche ben precise, espresse dalle due apodosi "il rombo resta diviso in 4 triangoli rettangoli uguali" e "otteniamo un rettangolo equicomposto e quindi equivalente" (l'"allora" non è espresso, ma questi periodi sono esempi di superproposizioni). Infine, l'uso del connettivo organizzativo "perciò" indica che ci si trova di fronte alla conclusione di un ragionamento. Presa da sola, però, la parte linguistica di sinistra non è autosufficiente ai fini di un'argomentazione convincente: soprattutto non si evince dalla sola lettura del testo il modo in cui occorre disporre diversamente i triangoli che compongono il rombo per ottenere il rettangolo. Per compensare questa necessità, essa viene affiancata da una parte figurale nella parte destra della pagina, nella quale si stimola nel lettore la visualizzazione mentale dei procedimenti pratici descritti nella parte linguistica. Questa scelta è tra l'altro indicatrice di come il libro di testo abbia tra i suoi intenti non solo quello di condurre un'argomentazione corretta, ma di facilitarne la comprensione di chi legge attraverso l'utilizzo di vari mezzi semiotici necessari. In questo senso, l'argomentazione in un libro di testo scolastico possiede per forza di cose anche una natura esplicativa. I procedimenti pratici sono a tutti gli effetti già svolti dal libro di testo: il lettore deve solo riconoscerli attraverso un'attività di decodifica delle informazioni linguistiche e figurali, grazie alle quali si sostiene la ragionevolezza della conclusione. Questa conclusione, cioè la formulazione della tesi con lo stile e i termini propri della matematica, compare nel box giallo come approdo finale. In esso non si ravvisano più riferimenti all'esempio generico, e la lingua perde completamente il carattere spontaneo e familiare per farsi formulazione scientifica. Quello che prima era "L'area di un rombo" (a intendere di uno qualsiasi fra gli infiniti rombi), qui diventa "L'area del rombo", con una preposizione articolata dal valore generico che introduce il rombo come oggetto assoluto, e le forme verbali diventano impersonali ("si calcola") e nominali (i gerundi "moltiplicando" e "dividendo"); compare da ultimo la formula simbolica. Se volessimo schematizzare questo Movimento logico-argomentativo, dovremmo pensare che chiediamo alla mente dell'allievo di seguire grosso modo la struttura di ragionamento visibile nella colonna Funzione, con annesse caratteristiche:

Testo	Funzione	Connotazione linguistica	Riferimento al disegno
Qualsiasi rombo può essere trasformato in un rettangolo.	Premessa.	Linguaggio specialistico.	No.
Osserva.	Richiamo al lettore.	Linguaggio della familiarità.	Si.
Se tracciamo le diagonali [...] e quindi equivalente.	Prova.	Linguaggio della familiarità e linguaggio specialistico.	Si.
L'area di un rombo corrisponde perciò a quella di un rettangolo che ha la base lunga come la diagonale maggiore e l'altezza lunga come metà della diagonale minore.	Conclusione del ragionamento.	Linguaggio della familiarità e linguaggio specialistico.	Si.
L'area del rombo si calcola [...] Questa è la formula: $(D \times d):2$	Generalizzazione (o tesi).	Linguaggio specialistico.	No.

Tabella 1. Esempio di schematizzazione di un Movimento logico-argomentativo.

4.3.3 Il Movimento logico-argomentativo con la modalità di far “astrarre”

Rispetto ai precedenti, questa modalità di Movimento Testuale logico-argomentativo tende a muoversi su un piano del tutto concettuale, senza riferimenti a oggetti concreti o ad azioni mentali da seguire concretamente; il sapere viene costruito con il lettore procedendo per passi di ragionamento che richiamano unicamente aspetti teorici della matematica. In alcuni casi permangono tratti linguistici che potrebbero richiamare alla mente del lettore azioni concrete, ma che si riferiscono in realtà a stilemi e formulazioni tipiche del più volte citato *linguaggio della familiarità* di Balacheff (1987), che ancora risente degli echi di quella *geometria pratica* da cui ha preso avvio l'avventura della matematica e che ha un'importante funzione pragmatica di avvicinare il lettore al testo; in altri casi, invece, l'argomentazione rinuncia a questi tratti linguistici per focalizzarsi esclusivamente sulle relazioni fra i concetti e sulle proprietà geometriche in gioco.

Nel Movimento logico-argomentativo mostrato in Figura 3 (tratto da un libro di testo di I media), viene proposto un esempio di strategia argomentativa più astratta delle precedenti, con la quale si vuole giungere alla tesi racchiusa nel rettangolo con bordo tratteggiato in fondo alla pagina: “La somma delle ampiezze degli angoli interni di un poligono è uguale a tanti angoli piatti quanti sono i lati meno due”.

Angoli interni

Consideriamo adesso gli angoli interni ad un poligono e cerchiamo di scoprire quanto misura la loro somma.

Osserviamo che per ogni poligono è possibile costruire tanti angoli piatti quanti sono i lati del poligono considerato (Fig. 6): ogni angolo piatto è formato da un angolo interno e dal suo corrispondente esterno.

La somma degli angoli interni si ottiene quindi dalla differenza tra la somma di tanti angoli piatti quanti sono i lati del poligono e la somma degli angoli esterni, che sappiamo essere di 360° qualunque sia il poligono. Indicando con n il numero dei lati possiamo scrivere:

somma degli angoli interni = $n \times 180^\circ - 360^\circ$

ma un angolo giro corrisponde al doppio di un angolo piatto cioè:
 $360^\circ = 2 \times 180^\circ$, quindi:

somma degli angoli interni = $n \times 180^\circ - 2 \times 180^\circ = (n - 2) \times 180^\circ$

N.B. Nell'ultima espressione è stata applicata la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto alla sottrazione, così è possibile “raccolgere” il fattore 180° perché comune ai due termini della sottrazione.

In conclusione:

La somma delle ampiezze degli angoli interni di un poligono è uguale a tanti angoli piatti quanti sono i lati meno due.

Osserva che, a differenza della somma degli angoli esterni, **la somma degli angoli interni non è costante ma dipende dal numero dei lati.**

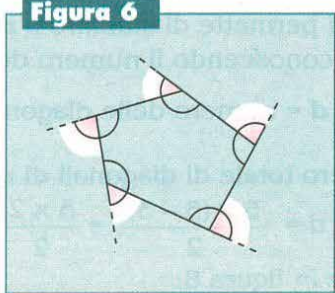


Figura 6

Figura 3. Esempio di Movimento logico-argomentativo che invita ad “astrarre” (libro c4_6 del corpus, I media).

Questa modalità di Movimento logico-argomentativo presenta elementi di contatto con le *prove intellettuali* di Balacheff, ossia prove «staccate dall'azione, inscritte nelle condotte linguistiche che esprimono gli oggetti e le loro proprietà, e che esprimono le loro relazioni» (Balacheff, 2001, p. 9). Queste prove non poggiano più su azioni da svolgere sulla rappresentazione dell'oggetto geometrico e il linguaggio «è segnato dall'introduzione di un lessico specifico e di simboli» (Balacheff, 2001, p. 11). Il punto di partenza linguistico di tale Movimento è, come si suol dire, da *manuale*, nel senso che ne propone i modi linguistici e le formulazioni più tipiche e ricorrenti: si dichiara che cosa si andrà ad analizzare (con verbo alla seconda plurale – almeno grammaticalmente inclusivo di chi scrive e di chi legge – molto tipico: “consideriamo adesso gli angoli interni a un poligono”) e ciò che si vuole indagare (“cerchiamo di scoprire quanto misura la loro somma”). L'architettura di questo Movimento è dunque circolare: la conclusione dà la risposta alla “scoperta” annunciata. Il lettore passa attraverso una fase osservativa del pentagono rappresentato in alto a destra (introdotto da “Osserviamo...”), che ha ancora una volta la funzione di *esempio generico*: esso è un rappresentante della classe dei poligoni e viene utilizzato per poter sostenere l'affermazione che la costruzione di tanti angoli piatti quanti sono i lati di un poligono, può essere realizzata “per ogni” poligono. Tale affermazione si snoda attraverso due enunciati separati dai due punti e connessi da una relazione di specificazione. Il verbo “costruire” utilizzato nel secondo capoverso potrebbe richiamare nel lettore un'azione concreta attraverso un verbo familiare, ma si tratta in realtà di una forma impersonale modalizzata (“è possibile costruire”), che dematerializza l'operazione, come se la lingua stessa facesse intendere che “costruire” degli angoli non può essere che un passaggio mentale, immateriale, astratto. Ciò è confermato dal fatto che si potrebbe sostituire questa formulazione della frase con un'altra in cui non compare il verbo “costruire”, senza perdere nulla in termini di completezza e correttezza.¹³ Si riscontra in seguito il salto linguistico alla forma impersonale (“La somma degli angoli interni si ottiene...”) nella parte di testo contenente anche il connettivo organizzativo “quindi”, che, nel procedere argomentativo, colloca quanto viene detto in una relazione di consecuzione rispetto a ciò che precede (A. Ferrari, 2014).

Proseguendo la lettura, vengono poi esplicitati i passi di un ragionamento, in un crescendo di astrazione, che non poggia più sull'intreccio fra lingua e figura, bensì sull'uso combinato di elementi linguistici e simbolici, ad esempio nell'espressione, retta significativamente da un gerundio, “indicando con n il numero dei lati”. Questo enunciato porta a concludere quanto desiderato, dapprima attraverso la formula “somma degli angoli interni = ... = $(n - 2) \times 180^\circ$ ” evidenziata in grassetto e introdotta da “quindi”, e successivamente attraverso la formulazione linguistica scritta nel rettangolo dal bordo tratteggiato, preceduta dal connettivo organizzativo “in conclusione”, che colloca questa parte di testo in relazione di conclusione con le precedenti.

Il coinvolgimento del lettore con il testo è minimo: egli non è chiamato a eseguire o immaginare azioni, ma solamente a seguire, quasi esclusivamente tramite la lettura del testo scritto, il ragionamento che gli si sta proponendo. In quest'ottica, potremmo dire che si fa leva maggiormente sul carattere di adesione razionale e di convincimento piuttosto che su quegli aspetti di coinvolgimento esperienziale tipicamente più incisivi dal punto di vista della persuasione. In definitiva, in questo esempio emergono un graduale distacco dal concreto a favore dell'astrazione e un uso sempre più marcato di proprietà e simboli tipici della matematica teorica: nel *nota bene*, ad esempio, si dichiarano – in una relazione marginale di aggiunta e di ampliamento rispetto al resto del testo – la proprietà aritmetica (la proprietà distributiva) e la strategia aritmetica (il “raccoliere”) utilizzate per derivare l'espressione simbolica voluta.

¹³ La frase potrebbe essere sostituita ad esempio con la seguente: “Osserviamo che ogni poligono ha tanti angoli piatti quanti sono i lati del poligono considerato”.

In questi Movimenti logico-argomentativi, il distacco dal concreto si realizza in modi e forme testuali differenti, fino a giungere al quasi completo abbandono del linguaggio della familiarità, come si nota chiaramente nel seguente esempio – in cui la struttura argomentativa è evidente –, che riportiamo senza ulteriori commenti (Figura 4):

◆ **Triangolo equilatero**

Osserviamo il triangolo equilatero inscritto in una circonferenza.
Il triangolo CEB è rettangolo perché l'ipotenusa coincide con il diametro e, inoltre, i suoi angoli acuti sono di 30° e 60° . Ricordando le applicazioni del teorema di Pitagora a questo tipo di triangolo risulta:

$$\overline{CB} = \overline{EB} \times \sqrt{3}$$

e quindi:

$$l = r \times \sqrt{3}$$

In generale:

La misura del **lato di un triangolo equilatero** inscritto in una circonferenza è uguale alla misura del raggio per $\sqrt{3}$.

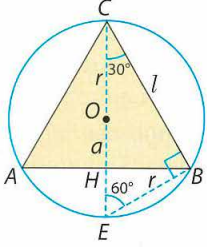


Figura 4. Esempio di Movimento logico-argomentativo che invita ad “astrarre” (libro 13_7 del corpus, Il media).

5 L'evoluzione dei Movimenti Testuali logico-argomentativi nel corpus

Il lavoro sistematico di ricognizione di tutti i Movimenti Testuali presenti nei libri di testo del corpus ci ha permesso di profilare alcune linee di tendenza nell'uso delle modalità argomentative individuate nei paragrafi precedenti al crescere del livello di scolarità. Poiché vi sono differenze legate alla presenza e all'uso dei libri di testo nella pratica didattica tra il contesto italiano, il contesto del Canton Grigioni e quello del Canton Ticino,¹⁴ tratteremo i dati separatamente, concentrandoci dapprima sulla situazione italiana e successivamente su quella dei due cantoni svizzeri di lingua italoфона.

5.1 L'evoluzione delle modalità argomentative nel corpus italiano

La seguente tabella (Tabella 2) mostra le quantità complessive dei diversi tre tipi di Movimenti logico-argomentativi, espresse in forma numerica e percentuale, presenti nei libri di testo italiani del corpus (129 libri di testo in totale, di cui 83 di scuola elementare e 46 di scuola media):

14. Va precisato che in Svizzera ogni Cantone è autonomo nella gestione delle scelte scolastiche; tuttavia negli ultimi anni sono stati sviluppati dei piani di studio linguistico-regionali per la scuola dell'obbligo: i Cantoni della Svizzera francese hanno elaborato il Plan d'études romand (PER, <https://www.plandetudes.ch/>), i Cantoni della Svizzera tedesca e plurilingui, tra i quali figura anche il Canton Grigioni, il Lehrplan 21 (Piano di studio 21, <https://gr-i.lehrplan.ch/index.php>) e il Canton Ticino ha elaborato il Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese (www.pianodistudio.ch).

Modalità di Movimenti logico-argomentativi	Quantità nel corpus italiano	Quantità nella scuola elementare	Quantità nella scuola media
Modalità di far "fare"	301 / 21,8%	284 / 60,8%	17 / 1,9%
Modalità di far "immaginare"	541 / 39,1%	176 / 37,7%	365 / 39,8%
Modalità di far "astrarre"	541 / 39,1%	7 / 1,5%	534 / 58,3%
Totale	1383 / 100%	467 / 100%	916 / 100%

Tabella 2. Distribuzione delle modalità di Movimenti logico-argomentativi nel corpus di libri italiani.

Globalmente sono stati individuati 1383 Movimenti testuali di tipo logico-argomentativo su un totale di 5783 Movimenti Testuali (comprendenti anche le altre tipologie esposte nel par. 2), corrispondente al 23,9%. I Movimenti logico-argomentativi presenti in quantità maggiore sono in ugual numero i Movimenti con la modalità di far "immaginare" e i Movimenti con la modalità di far "astrarre" (541, il 39,1%), mentre i Movimenti con la modalità di far "fare" risultano essere i meno presenti (301, il 21,8%). L'ex aequo tra le modalità di far "immaginare" e far "astrarre" è a tutti gli effetti una coincidenza, come emerge se si considera la ripartizione dei dati fra scuola elementare e scuola media (Tabella 2). Questa ripartizione consente anche di notare il brusco cambiamento nelle percentuali delle modalità di far "fare" e di far "astrarre" nel passaggio tra scuola elementare e scuola media: la prima modalità passa dal 60,8% all'1,9%; la seconda, per contro, passa dall'1,5% al 58,3%. Per approfondire meglio questo e altri aspetti, è significativo analizzare l'evoluzione delle tre modalità di tipi di Movimento lungo tutti gli anni di scolarità considerati, dalla II elementare alla III media.¹⁵ Mostriamo, dunque, ancora più nel dettaglio, questa evoluzione attraverso una tabella (Tabella 3) e un grafico a colonne (Figura 5):

Modalità di Movimenti logico-argomentativi	Quantità nel corpus italiano						
	II SE	III SE	IV SE	V SE	I SM	II SM	III SM
Modalità di far "fare"	22 / 88,0%	51 / 86,4%	127 / 52,1%	84 / 60,4%	15 / 3,0%	2 / 0,5%	0 / 0%
Modalità di far "immaginare"	3 / 12,0%	8 / 13,6%	116 / 47,5%	49 / 35,3%	235 / 47,1%	124 / 31,7%	6 / 23,1%
Modalità di far "astrarre"	0 / 0%	0 / 0%	1 / 0,4%	6 / 4,3%	249 / 49,9%	265 / 67,8%	20 / 76,9%
Totale	25 / 100%	59 / 100%	244 / 100%	139 / 100%	499 / 100%	391 / 100%	26 / 100%

Tabella 3. Distribuzione delle tre modalità di Movimenti logico-argomentativi nei libri di testo italiani dalla II SE (scuola elementare) alla III SM (scuola media).

15. D'ora in poi utilizzeremo gli acronimi SE e SM per indicare rispettivamente scuola elementare e scuola media.

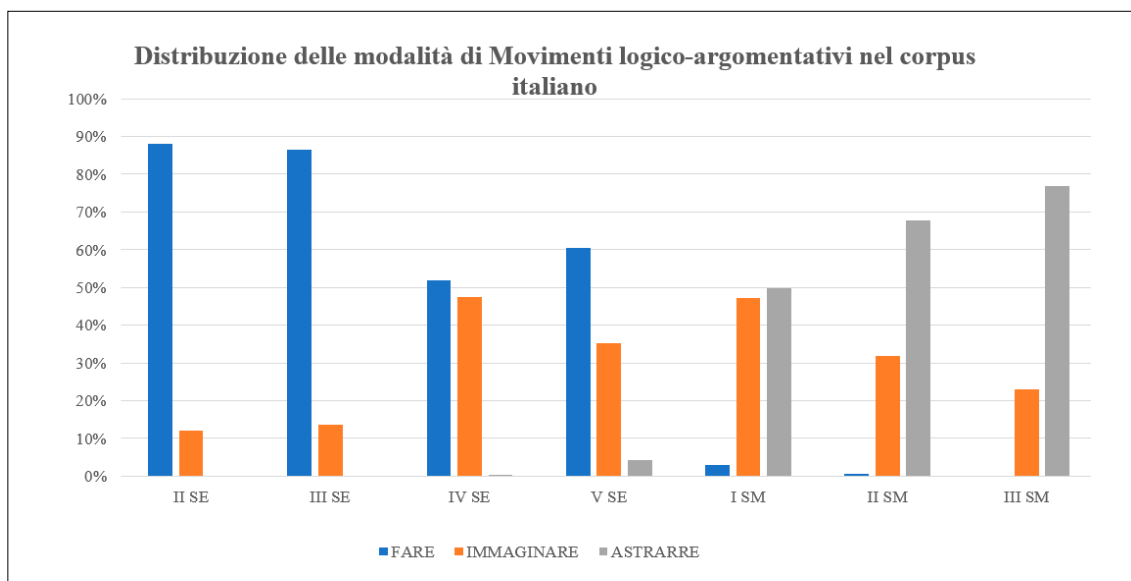


Figura 5. Distribuzione in forma di grafico a colonne delle tre modalità di Movimenti logico-argomentativi nei libri di testo italiani dalla II SE alla III SM.

In primo luogo, dal grafico emergono due tendenze globali interessanti: i Movimenti con la modalità di far “fare” – come da prassi tipiche dei testi – decrescono drasticamente all’aumentare dell’anno di scolarità, passando dall’88,0% in II SE allo 0% in III SM. Al contrario, invece, i Movimenti con la modalità di far “astrarre” crescono all’aumentare dell’anno di scolarità, passando dallo 0% al 76,9% nelle stesse classi. Questi due andamenti opposti non sono inattesi: nei primi anni di scolarità è comprensibile che la didattica prediliga l’esperienza concreta e l’azione pratica rispetto al ragionamento astratto, mentre con l’aumentare dell’età biologica e cognitiva di chi apprende si tenda a presentare la disciplina nelle sue componenti più astratte, tipiche dei modi di ragionare e dei simbolismi propri della matematica. Per quanto riguarda l’evoluzione dei Movimenti logico-argomentativi con la modalità di far “immaginare”, invece, si nota una certa costanza nel ricorso a questa strategia. Tutti questi risultati vanno letti tenendo in considerazione l’argomento di analisi scelto, il tema dei *poligoni*, che viene riproposto di classe in classe con ripassi e approfondimenti concettuali e di forma.

Da un’analisi più fine emerge anche come le evoluzioni delle modalità di Movimenti logico-argomentativi presentino forti tratti di discontinuità in coincidenza dei cambi di adozione dei libri di testo e del cambio di ordine scolastico (passaggi dalla III alla IV elementare e dalla V elementare alla I media); discontinuità sulla quale è importante riflettere, perché difficilmente giustificata e supportata da un’effettiva evoluzione cognitiva e di maturità degli allievi nell’arco di un’estate. Per quanto riguarda la modalità logico-argomentativa che fa “fare”, si nota un brusco calo delle percentuali tra la III SE e la IV SE: dall’86,4% al 52,1%; crollo, ancora più marcato, nella transizione dalla V SE alla I SM: dal 60,4% al 3,0%. Considerando invece l’evoluzione della modalità logico-argomentativa che fa “immaginare”, si nota un deciso aumento di percentuale nel passaggio dalla III SE (13,6%) alla IV SE (47,5%), come se anche in questo caso si presupponesse un rapido balzo in avanti nella capacità di staccarsi via via dal reale. Per quanto riguarda infine la modalità logico-argomentativa che fa “astrarre”, nella sua evoluzione anno per anno si nota una discontinuità marcata nella transizione dalla V SE alla I SM, in cui si passa dal 4,3% al 49,9%: è proprio a questo riguardo che la didattica e i suoi strumenti meriterebbero una riflessione critica.

C’è da chiedersi se simili stacchi tra queste modalità logico-argomentative: far “fare”, far “immaginare”, far “astrarre” (dalla III alla IV SE e tra la V SE e la I SM), che risultano ormai sedimentate nelle prassi dei testi, siano davvero sostenibili per gli allievi e utili per una didattica che voglia costruire

apprendimento e competenze; cambiamenti di modalità di ragionamento troppo bruschi potrebbero infatti concorrere all'allontanamento dalla disciplina e rendere via via più difficoltoso acquisirne i contenuti. Se si richiama la prospettiva piagetiana secondo cui il pensiero diviene pienamente formale, ossia consente di condurre ragionamenti senza la necessità di partire da un dato di esperienza, intorno ai 12 anni d'età (Lawson & Renner, 1975; Piaget, 1972), allora anche le scelte connesse alle modalità logico-argomentative meritano una riflessione in termini di gradualità e di evoluzione, in stretto dialogo con le percezioni e con le potenzialità degli allievi, soprattutto di quelli il cui pensiero rimane più a lungo ancorato alla concretezza.

5.2 L'evoluzione delle modalità argomentative nel corpus svizzero

Per quanto riguarda il contesto svizzero, la ricognizione dei libri di testo utilizzati nella scuola in Canton Ticino e in Canton Grigioni ha portato ad avere 13 libri in totale (5 della scuola elementare e 8 di scuola media). Va considerato che, pur essendo un campione piccolo, esso rispecchia l'elenco complessivo dei libri in lingua italiana consigliati dagli esperti di matematica per questi Cantoni. Sono 54 i Movimenti logico-argomentativi presenti in totale su tale corpus rispetto a 604 Movimenti Testuali complessivi, corrispondente al 8,9%. Pur trattandosi di contesti editoriali e scolastici completamente differenti, per cui è opportuna una certa cautela nel trarre conclusioni, si nota che, globalmente, la presenza di questo tipo di Movimento testuale è abbastanza inferiore nei libri in lingua italiana della Svizzera rispetto a quella presente nei libri dell'Italia (in cui, ricordiamo, la percentuale è 23,9%). Analizzando più in dettaglio quanto avviene nei due Cantoni, va considerato che in Canton Ticino non vengono utilizzati libri di testo nelle scuole elementari, dunque il corpus è costituito da 7 libri di testo di scuola media: 3 di I SM, 3 di II SM e 1 di III SM, corrispondenti a tre titoli diversi, e rappresentano la totalità dei libri in cui si tratta il tema dei poligoni. La seguente tabella (Tabella 4) mostra le quantità dei tre tipi di Movimenti logico-argomentativi presenti in questi testi, espressa in forma numerica e percentuale:

Modalità di Movimenti logico-argomentativi	Quantità nel sub-corpus ticinese
Modalità di far "fare"	21 / 40,4%
Modalità di far "immaginare"	12 / 23,1%
Modalità di far "astrarre"	19 / 36,5%
Totale	52 / 100%

Tabella 4. Distribuzione delle modalità di Movimenti logico-argomentativi nel sub-corpus di libri ticinesi.

Come emerge dai dati, le modalità di Movimenti logico-argomentativi in Canton Ticino sono distribuite diversamente rispetto a quelli di scuola media italiani, avendo una prevalenza di modalità che fanno "fare" (21 Movimenti, pari al 40,4%) rispetto alle altre due. Se poi si analizza l'evoluzione delle tre modalità lungo tutti gli anni di scolarità, dalla I alla III SM, emergono alcuni altri aspetti interessanti (Tabella 5):

Modalità di Movimento logico-argomentativo	Quantità nel sub-corpus ticinese espresse in forma numerica e percentuale		
	I SM	II SM	III SM
Modalità di far "fare"	10 / 50,0%	11 / 61,1%	0 / 0%
Modalità di far "immaginare"	8 / 40,0%	3 / 16,7%	1 / 7,1%
Modalità di far "astrarre"	2 / 10,0%	4 / 22,2%	13 / 92,9%
Totale	20 / 100%	18 / 100%	14 / 100%

Tabella 5. Distribuzione delle tre modalità di Movimenti logico-argomentativi nei libri di testo ticinesi dalla I SM alla III SM.

La modalità logico-argomentativa che fa "immaginare" sembra seguire una tendenza globale di decrescita graduale che si evidenzia sia nel passaggio dalla I SM alla II SM (dal 40,0% al 16,7%), sia dalla II SM alla III SM (dal 16,7% al 7,1%). Inoltre, si notano due bruschi cambiamenti nel passaggio dalla II alla III SM: scompare la modalità logico-argomentativa che fa "fare" (dal 61,1% allo 0,0%), mentre si impone la modalità logico-argomentativa che fa "astrarre" (dal 22,2% al 92,9%). In questo caso sembra che i libri ticinesi ricalchino la stessa mancanza di gradualità riscontrata nel caso dei libri italiani, ma questa volta spostata due anni in avanti rispetto a questi ultimi, rispettando dunque maggiormente i tempi di maturazione dell'età cognitiva degli allievi. Per il salto relativo ai Movimenti logico-argomentativi che avviene dalla II alla III SM occorre ricordare che il tema viene affrontato a spirale nei diversi anni e in III SM viene affrontato come ripasso dei saperi già appresi negli anni precedenti.

Al di là dei dati quantitativi e di cambiamento negli anni, a livello qualitativo i Movimenti logico-argomentativi dei libri prodotti nei due diversi contesti nazionali sono analoghi e non mostrano particolari differenze di realizzazione. Va però almeno citata, a titolo di curiosità per la sua originalità, la scelta dell'editore Casagrande (editore di 5 dei 7 libri considerati) di avvalersi nei suoi testi di un andamento dialogico a cui non è estranea la storia della manualistica in lingua italiana, soprattutto in ambito linguistico. Ne deriva che anche i passaggi logico-argomentativi, talvolta, possono trovarsi inseriti in questo tipo di andamento trattatistico, con esiti come questo (Figura 6):

A proposito di angoli, devi ricordare una caratteristica importante di tutti i triangoli:

la somma degli angoli interni di un triangolo è sempre di 180° (corrisponde cioè a un angolo piatto).

Gero: « Io ho verificato questa particolarità disegnando e ritagliando parecchi triangoli, ai quali strappavo poi gli angoli, che incollavo ordinatamente in modo che risultassero consecutivi .»

Aba: « Io, invece, ho misurato gli angoli di alcuni triangoli e ho verificato che la somma dava sempre 180° , pur tenendo conto di piccoli errori dovuti all'imprecisione delle misure con il goniometro. »

Figura 6. Esempio di Movimento logico-argomentativo che invita a "immaginare" (libro T1_6 del corpus, prima media).

Qui il Movimento logico-argomentativo, che negli esempi precedenti era sempre presentato dal libro al lettore in forma statica, prende vita nelle parole dei due personaggi-guida del testo: la tesi enunciata – “la somma degli angoli interni di un triangolo è sempre di 180° (corrisponde cioè a un angolo piatto)” – è sostenuta dalle prove di disegno, ritaglio e misura resocontate in forma di discorso diretto dalle voci dei due; al lettore non resta che seguirle e simularle con la mente (non vi sono immagini annesse).

Per quanto riguarda il Canton Grigioni, infine, occorre chiarire preliminarmente che le scuole elementari durano sei anni, e non cinque come avviene in Canton Ticino e in Italia; inoltre, per ogni anno scolastico vi è un unico libro di testo di matematica in lingua italiana utilizzato in ambito scolastico. In totale sono stati dunque raccolti 5 libri di scuola elementare (dalla II SE alla VI SE) e un libro di scuola media (I SM), mentre nelle successive classi di SM non è presente questo argomento. Nei libri di testo delle elementari non sono stati trovati Movimenti logico-argomentativi, mentre nel libro di I SM si è riscontrata unicamente la presenza di due Movimenti logico-argomentativi con la modalità di far “fare”. Si notano dunque scelte diverse di tipi di Movimenti Testuali a seconda del contesto culturale.

6 Riflessioni conclusive in prospettiva didattica

È oggi noto che le competenze comunicative e argomentative sono considerate centrali e fondamentali in prospettiva educativa dalle diverse discipline. Detto in termini più semplici, sapersi spiegare, sapere fornire prove e motivazioni a sostegno di ciò che si pensa o di ciò che si è fatto (ad esempio di un processo risolutivo di un problema), saper cogliere e comprendere un’argomentazione efficace (e, per contro, una non efficace o contenente fallacie) e produrre un testo (orale o scritto) coerente, coeso e ben organizzato per questi fini sono attese alte, ma centrali nel mondo scolastico e non solo. Resta tuttavia ancora poco esplorata la riflessione relativa a come lavorare su queste competenze in modo graduale, profondo e davvero efficace sul lungo termine. Se si considera che quella ad argomentare è sia un’abitudine mentale trasversale, sia un’azione concreta con specificità a seconda delle discipline, dei contesti, degli scopi ecc., allora una visione il più possibile globale delle occasioni di esposizione all’argomentazione (in senso lato) e di esercizio della stessa a scuola sin dai primi anni è un passo importante per rendersi conto delle debolezze, dei punti di forza e delle strategie più proficue. In questa visione, anche quel particolare strumento che sono i libri di testo di matematica offre uno spiraglio di indagine molto promettente, se si considera che nel campo della didattica della matematica la costruzione di competenze argomentative è essenziale, e deve essere sostenuta da efficaci competenze linguistiche generali e specialistiche.

Ma quali strumenti e occasioni diamo agli allievi per costruire tali competenze? I libri sono d’aiuto oppure continuano a parlare la loro lingua senza chiedersi se i modi che propongono sollecitano e attivano davvero i lettori? Quanto sono efficaci in termini di consapevolezza e metacognizione rispetto al macro-atto argomentativo? E poi ancora: le diverse modalità descritte e la loro evoluzione al procedere della scolarità sono realmente adeguate allo sviluppo cognitivo dei bambini e dei ragazzi e alle loro esigenze? Simili interrogativi sono emersi nello studio da noi effettuato.

L’analisi dei libri di testo ha mostrato come esistano tre modalità principali con i quali il testo propone argomentazioni al lettore. Queste tre modalità cambiano con l’evolvere degli anni di scolarità, passando dal prediligere il fare nei primi anni delle elementari fino a giungere a gradi di astrazione marcati alle medie. Per quanto riguarda il contesto italiano, la mancanza di gradualità con la quale avvengono questi passaggi sembra significativa. Se, infatti, da un lato il libro di testo non può essere in generale considerato come l’unico supporto utilizzato dagli insegnanti per strutturare e organizzare i contenuti da trattare in classe, bisogna d’altro canto ammettere che esso è uno dei mediatori che influenzano le

scelte didattiche e disciplinari operate dagli insegnanti di questi livelli scolastici (Canducci et al., 2020). Questa considerazione porta a ipotizzare che alla mancanza di gradualità dei passaggi nei libri di testo italiani da modalità argomentative del far “fare” a modalità argomentative del far “immaginare” (tra la III SE e la IV SE) e da modalità argomentative del far “fare” a modalità argomentative del far “astrarre” (tra la V SE e la I SM) possa corrispondere una mancanza di gradualità degli stessi passaggi nelle dinamiche e nei modi più diffusi di insegnamento-apprendimento interni alle prassi scolastiche. Ora, poiché non è affatto scontato che questi balzi verso l’immaginare e verso l’astrarre si affianchino a corrispondenti balzi cognitivi degli studenti che passano dalla III SE alla IV SE, e dalla V SE alla I SM, ci sembra che questa mancanza di gradualità sia poco giustificabile in termini didattici.

Rispetto al contesto italiano, in cui globalmente i Movimenti logico-argomentativi rappresentano circa un quarto dei Movimenti testuali totali, in Canton Ticino e nel Canton Grigioni emerge come i libri di testo che trattano l’argomento “poligoni” prediligano meno questa tipologia di Movimento testuale, pur essendo importante per accompagnare i ragionamenti degli allievi, e che tali Movimenti sono proposti senza troppi salti cognitivi tra una classe e l’altra; questo è indicatore del fatto che questi libri “parlano” al lettore in modo diverso.

Lo studio qui presentato non vuole dunque solo essere una ricognizione teorico-descrittiva, ma vuole offrire a insegnanti e a ricercatori interrogativi e stimoli da cui partire per sperimentare in classe, acquisendo il gusto di entrare nella proposta testuale con gli allievi, osservandola, smontandola o anche semplicemente esprimendosi su di essa, per cercare di capire quali sono le loro reali necessità e difficoltà in vista di un apprendimento che non sia banale ripetizione (quando c’è), ma vera interiorizzazione.

Bibliografia

- Antonini, S. (2011). Generating examples: focus on processes. *ZDM - Mathematics Education*, 43, 205–217. <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0317-6>
- Antonini, S., Presmeg, N., Mariotti, M. A., & Zaslavsky, O. (2011). On examples in mathematical thinking and learning. *ZDM - Mathematics Education*, 43(2), 191–194. <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0334-5>
- Austin, J. L. (1987). *Come fare cose con le parole*. Marietti Editore. (Titolo originale: *How to do things with words* pubblicato nel 1962).
- Balacheff, N. (1987). Processus de preuve et situations de validation. *Educational Studies in Mathematics*, 18(2), 147–176.
- Balacheff, N. (1988). *Une étude des processus de preuve en mathématiques chez les élèves de Collège*. Thèse d’état. Université Joseph Fourier.
- Balacheff, N. (2001). *Imparare la prova*. Pitagora Editrice.
- Barsalou, L. W. (2008). Grounded cognition. *Annual Review of Psychology*, 59, 617–645.
- Berruto, G. (1987). *Sociolinguistica dell’italiano contemporaneo*. La Nuova Italia Scientifica.
- Boero, P., Garuti, R., & Mariotti, M. A. (1996). Some dynamic mental processes underlying producing and proving conjectures. *Proceedings of the 20th PME Conference, Valencia, Spain*, 2, 121–128.
- Buchbinder, O., & Zaslavsky, O. (2011). Is this a coincidence? The role of examples in fostering a need for proof. *ZDM – Mathematics Education*, 43(2), 269–281.
- Canducci, M. (2019). Il rapporto testo-figure nei libri di testo di matematica: il caso dei poligoni analizzato in

- ottica multimodale, In B. D'Amore & S. Sbaragli (A cura di), *Didattica della matematica e professionalità docente, Atti del XXXIII convegno di Castel San Pietro Terme* (pp. 107–108). Pitagora.
- Canducci, M., Demartini, S., Franchini, E., & Sbaragli, S. (2019a). La definizione nei testi scolastici: dall'analisi alla didattica. In B. Di Paola (A cura di), *Pratiche d'aula e ricerca didattica: nuove e vecchie sfide di insegnamento/apprendimento matematico per una scuola competente e inclusiva* (pp. 47–48). "Quaderni di Ricerca in Didattica", n. 2 Numero speciale n. 5, 2019. G.R.I.M. http://math.unipa.it/~grim/quaderno2_suppl_5_2019.pdf
- Canducci, M., Demartini, S., Franchini, E., & Sbaragli, S. (2019b). Analisi di manuali scolastici di matematica dal punto di vista linguistico e disciplinare. In B. Di Paola (A cura di), *Pratiche d'aula e ricerca didattica: nuove e vecchie sfide di insegnamento/apprendimento matematico per una scuola competente e inclusiva* (pp. 43–44). "Quaderni di Ricerca in Didattica", n. 2 Numero speciale n. 5, 2019. G.R.I.M. http://math.unipa.it/~grim/quaderno2_suppl_5_2019.pdf
- Canducci, M., Demartini, S., Franchini, E., & Sbaragli, S. (2020). I materiali didattici che vorrei: il punto di vista dei docenti di matematica. *Scuola ticinese*, No. 337: Anno XLIX, Serie IV, 1/2020, 57–62.
- Canducci, M., Demartini, S., & Sbaragli, S. (in stampa). Plurale o singolare? Disomogeneità linguistica di numero nei manuali di matematica della scuola primaria e secondaria di primo grado italiani. *Italiano a scuola*, 3.
- Canducci, M., Rocci, A., & Sbaragli, S. (in stampa). The influence of multimodal textualization in the conversion of semiotic representations in Italian primary school geometry textbooks. *Multimodal Communication*. De Gruyter.
- Cardona, G. R. (2006). *Introduzione all'etnolinguistica*. UTET.
- Cattani, A. (1994). *Forme dell'argomentare. Il ragionamento tra logica e retorica*. Edizioni GB.
- Colombo, A. (1992). Per una definizione e analisi pragmatica dei testi argomentativi. In G. Gobber (A cura di), *La linguistica pragmatica* (pp. 475–500). Bulzoni.
- Corno, D. (2011). "retorica". In *Enciclopedia dell'Italiano Treccani* diretta da R. Simone, vol. II. Istituto dell'Enciclopedia. [https://www.treccani.it/enciclopedia/retorica_\(Enciclopedia-dell%27Italiano\)/](https://www.treccani.it/enciclopedia/retorica_(Enciclopedia-dell%27Italiano)/)
- Cortelazzo, M. (1994). Testo scientifico e manuali scolastici. In M. L. Zambelli (A cura di), *La rete e i nodi. Il testo scientifico nella scuola di base* (pp. 3–14). Quaderni del Giscel. La Nuova Italia.
- D'Ambrosio, U. (2002). *Etnomatematica*. Pitagora.
- D'Amore, B., & Sbaragli, S. (2017). *La matematica e la sua storia. Dalle origini al miracolo greco*. Dedalo.
- D'Amore B., & Sbaragli, S. (2018). *La matematica e la sua storia: dal tramonto greco al medioevo*. Dedalo.
- D'Amore B., & Sbaragli, S. (2019). *La matematica e la sua storia: dal rinascimento al XVIII secolo*. Dedalo.
- D'Amore B., & Sbaragli, S. (2020). *La matematica e la sua storia. Dal XVIII al XXI secolo*. Dedalo.
- Demartini, S., & Sbaragli, S. (2019). Le parole che "ingannano". La componente lessicale nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica. In B. Di Paola (A cura di), *Pratiche d'aula e ricerca didattica: nuove e vecchie sfide di insegnamento/apprendimento matematico per una scuola competente e inclusiva* (pp. 19–25). "Quaderni di Ricerca in Didattica", n. 2 Numero speciale n. 5, 2019. G.R.I.M. http://math.unipa.it/~grim/quaderno2_suppl_5_2019.pdf
- Demartini, S., Sbaragli, S., & Ferrari, A. (2020). L'architettura del testo scolastico di matematica per la scuola primaria e secondaria di primo grado, *Italiano LinguaDue*, 12(2), 160–180. <https://riviste.unimi.it/index.php/promoitals/article/view/14979/13889>
- Demartini, S., Fornara, S., & Sbaragli, S. (2020). Se la sintesi diventa un problema. Alcune caratteristiche del linguaggio specialistico della matematica in prospettiva didattica. In J. Visconti, M. Manfredini & L. Coveri (A

- cura di), *Linguaggi settoriali e specialistici: sincronia, diacronia, traduzione, variazione* (pp. 487–494). Atti del XV Congresso Internazionale SILFI, 28–30 maggio 2018. Cesati.
- Dressler, W. U., & Beaugrande, R. (1984). *Introduzione alla linguistica testuale*. il Mulino.
- Duval, R. (1998). *Argomentare, dimostrare, spiegare: continuità o rottura cognitiva?* Pitagora.
- Ellis, A. B., Ozgur, Z., Vinsonhaler, R., Dogan, M. F., Carolan, T., Lockwood, E., Lynch, A., Sabouri, P., Knuth, E., & Zaslavsky, O. (2019). Student thinking with examples: The criteria-affordances-purposes-strategies framework. *The Journal of Mathematical Behavior*, 53, 263–283.
- Enriques, F. (1906). *Problemi della scienza*. Zanichelli.
- Ferrari, A. (2014). *La linguistica del testo. Principi, fenomeni, strutture*. Carocci.
- Ferrari, A. (2019). *Che cos'è un testo*. Carocci.
- Ferrari, A., & Zampese, L. (2016). *Grammatica: parole, frasi, testi dell'italiano*. Carocci.
- Ferrari, P. L. (2004). *Matematica e linguaggio. Quadro teorico e idee per la didattica*. Pitagora.
- Ferreiro, E., & Teberosky, A. (1985). *La costruzione della lingua scritta nel bambino*. Giunti Barbera.
- Fischbein, E. (1982). Intuition and Proof. *For the Learning of Mathematics*, 3(2), 9–18.
- Garuti, R. (2003). L'Unità cognitiva fra argomentare e dimostrare. *L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, 26A(5), 523–540.
- Godino, A. (2009). L'arte della persuasione: seduzioni del pensiero. *Psychofenia: Ricerca ed Analisi Psicologica*, 20, 97–128.
- Gruppo μ (1976). *Retorica generale. Le figure della comunicazione*. Bompiani. (Titolo originale: *Réthorique générale* pubblicato nel 1970).
- Hampe, B. (2017). *Metaphor: Embodied Cognition and Discourse*. Cambridge University press.
- Iacona, A. (2005). *L'argomentazione*. Einaudi.
- Kopperschmidt, J. (1985). An Analysis of Argumentation. In T. A. van Dijk (Ed.), *Handbook of Discourse Analysis, vol. II, Dimensions of Discourse* (pp. 159–168). Academic Press.
- Lakoff, G., & Núñez, R. (2005). *Da dove viene la matematica. Come la mente embodied dà origine alla matematica*. Bollati Boringhieri. (Titolo originale: *Where Mathematics Comes From: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being* pubblicato nel 2000).
- Lala, L. (2011). "testo, tipi di". In *Enciclopedia dell'Italiano Treccani* diretta da R. Simone, vol. II. Istituto dell'Enciclopedia. [https://www.treccani.it/enciclopedia/tipi-di-testo_\(Enciclopedia-dell%27Italiano\)/](https://www.treccani.it/enciclopedia/tipi-di-testo_(Enciclopedia-dell%27Italiano)/)
- Lausberg, H. (1969). *Elementi di retorica*. il Mulino. (Titolo originale: *Elemente der Literarischen Rhetorik* pubblicato nel 1949).
- Lawson A. E., & Renner, J. W. (1975). Relationships of concrete and formal operational science subject matter and the developmental level of the learner, *Journal of research in science teaching*, 12, 347–358.
- Lo Cascio, V. (1991). *Grammatica dell'argomentare. Strategie e strutture*. La Nuova Italia.
- Lumbelli, L. (2009). *La comprensione come problema. Il punto di vista cognitivo*. Laterza.
- Marazzini, C. (2001). *Il perfetto parlare. La retorica in Italia da Dante a Internet*. Carocci.

- Mariotti, M. A. (2006). Proof and proving in mathematics education. In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 173–204). Sense Publishers.
- Martinez, M. V., & Pedemonte, B. (2014). Relationship between inductive arithmetic argumentation and deductive algebraic proof. *Educational Studies in Mathematics*, 86(1), 125–149.
- Mejía-Ramos, J. P., & Weber, K. (2020). Using task-based interviews to generate hypotheses about mathematical practice: mathematics education research on mathematicians' use of examples in proof-related activities. *ZDM – Mathematics Education*, 52, 1099–1112.
- Miyazaki, M., Fujita, T., & Jones, K. (2017). Students' understanding of the structure of deductive proof. *Educational Studies in Mathematics*, 94(2), 223–239.
- Mortara Garavelli, B. (1988). Textsorten/Tipologia di testi. In G. Holtus, M. Metzeltin & C. Schmitt (Eds.), *Lexikon der Romanistischen Linguistik* (pp. 157–168). Niemeyer.
- Mortara Garavelli, B. (2003). *Manuale di retorica*. Bompiani. (Edizione originale pubblicata nel 1988).
- Pedemonte, B. (2008). Argumentation and algebraic proof. *ZDM – Mathematics Education*, 40(3), 385–400.
- Pedemonte, B., & Buchbinder, O. (2011). Examining the role of examples in proving processes through a cognitive lens: the case of triangular numbers. *ZDM – Mathematics Education*, 43(2), 257–267.
- Perelman, C., & Olbrechts-Tyteca, L. (2013). *Trattato dell'argomentazione. La nuova retorica*. Giulio Einaudi editore. (Titolo originale: *La nouvelle rhétorique. Traité de l'Argumentation* pubblicato nel 1958).
- Piaget, J. (1972). Intellectual evolution from adolescence to adulthood. *Human Development*, 15, 1–12.
- Rigotti, E., & Greco, S. (2009). Argumentation as an Object of Interest and as a Social and Cultural Resource. In N. M. Mirza & A.-N. Perret-Clermont (Eds.), *Argumentation and Education: Theoretical Foundations and Practices* (pp. 1–61). Springer.
- Robutti, O. (2006). Embodied cognition e didattica della matematica. *La matematica e la sua didattica*, 2, 163–186.
- Rousseau, J. J. (1950). *Emilio e altri scritti pedagogici*. Sansoni. (Titolo originale: *Emile ou de l'éducation* pubblicato nel 1898).
- Sbaragli, S., Demartini, S., Franchini, E., & Canducci, M. (2020). Grado di soddisfazione e utilizzo del libro di testo di matematica da parte dei docenti di scuola primaria italiana. *Form@re – Open Journal per la formazione in rete*, 20(3), 132–153. <http://dx.doi.org/10.13128/form-9244>
- Sbisà, M. (1989). *Linguaggio, ragione, interazione*. il Mulino.
- Serianni, L. (2003). *Italiani scritti*. il Mulino.
- Serianni, L. (2010). "lingua scritta". In *Enciclopedia dell'Italiano Treccani* diretta da R. Simone, vol. I. Istituto dell'Enciclopedia. [https://www.treccani.it/enciclopedia/lingua-scritta_\(Enciclopedia-dell%27Italiano\)/](https://www.treccani.it/enciclopedia/lingua-scritta_(Enciclopedia-dell%27Italiano)/)
- Toulmin, S. E. (1975). *Gli usi dell'argomentazione*. Rosenberg & Sellier. (Titolo originale: *The uses of argument* pubblicato nel 1958).
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight. A theory of Mathematics Education*. Academic Press.
- Watson, A., & Mason, J. (2006). *Mathematics as a constructive activity: Learners generating examples*. Routledge.
- Werlich, E. (1982). *A text grammar of English*. Quelle & Meyer.

Esperienze didattiche

DdM

Un percorso integrato di matematica e italiano in continuità dalla scuola dell'infanzia alla scuola secondaria di primo grado

An integrated experience on mathematics and Italian language in continuity from kindergarten to lower secondary school

Lorella Campolucci e Danila Maori

Gruppo MiR, Matematica in Rete – Corinaldo (Ancona), Italia¹

Rete di Istituti Comprensivi – capofila Istituto Comprensivo Corinaldo

✉ lorella.campolucci@alice.it, danilamaori@libero.it

Sunto / In questo articolo si raccontano alcune esperienze realizzate da un gruppo di docenti di scuola dell'infanzia, primaria e secondaria di primo grado basate su percorsi interdisciplinari di matematica e italiano. Le esperienze riguardano prevalentemente la lettura, la comprensione e la formulazione di problemi; l'uso di narrazioni per raccontare la matematica, introdurre nuovi concetti e far parlare dei concetti appresi; la ludolinguistica applicata alla matematica per un approccio positivo nei confronti dell'errore e per ampliare il lessico e le esperienze comunicative.

Parole chiave: Italmatica; problemi; ludolinguistica; narrazioni matematiche.

Abstract / This article describes some of the experiences carried out by a group of teachers of kindergarten, primary and lower secondary school based on interdisciplinary courses in Mathematics and Italian.

Experiences are mainly concerned with reading, understanding and formulating problems; the use of narratives to tell mathematics, introduce new concepts and make people talk about the concepts learned; the ludolinguistics applied to mathematics for a positive approach to error and to expand the vocabulary and communication experiences.

Keywords: Italmatica; problemi; ludolinguistics; mathematical storytelling.

1. Tutte le attività sono state pensate, progettate e costruite all'interno del gruppo composto anche da: Aguzzi Cinzia, Alesi Catia, Amichetti Sonia, Anconetani Fabiana, Andreoli Alessandra, Angeletti Rossella, Antinucci Ombretta, Antognoni Angelo, Antenucci Melissa, Asaro Graziella, Baldelli Martina, Baldi Laura, Baldoni Rita, Bambini Cinzia, Bartoli Francesca, Battistelli M. Cristina, Battiston Eleonora, Benigni Stefania, Berardi David, Borioni Anna, Bossoletti Sonia, Bracceschi M. Angela, Bracci Tiziana, Brescini Tiziana, Brunner Alexandra, Brutti Paola, Bucci Cristina, Bucci Luigia, Buldrighini Monica, Burattini Carla, Burattini Danilo, Buschi Stefania, Buzi Paola, Caimmi M. Loretta, Camillini Simonetta, Campitelli Anna, Caragiulo Micaela, Casagrande Carolina, Catozzi Mariangiola, Ceccarelli Roberta, Cecilian Loredana, Celani Katia, Cerioni Francesca, Cesaretti Cinzia, Chiodi Donatella, Cittadini Serena, Conti Silvia, Coppa Luana, De Marchi Roberta, Discepoli Elena, Dori Paola, Enache Carmen, Ercolani Francesca, Fabrizi Silvana, Favatà Elisena, Fiorani Ambra, Fioretti Federica, Formato Giulia, Frati Anna Maria, Gagliardini M. Luisa, Galli M. Teresa, Giaccaglia Silvia, Giaccoli Luciana, Giancamilli Simona, Gianuario Francesca, Genga Marta, Giorgi Catia, Girini Manuela, Giuliani Roberta, Granini Marta, Guerra Giuseppina, Guidi Armanda, Magnarelli Alessandra, Maiolatesi Tiziana, Mancinelli Barbara, Mancini Romina, Mancini Simona, Manoni Miriam, Marcelli Lorella, Marchetti Francesca, Mariotti Cristina, Mariotti Rosa, Mariotto Paola, Mattina Giuseppina, Mencarelli Giulia, Merli Cristiana, Montes Raffaella, Morbidelli Elena, Moroni Mara, Mosconi Catia, Niccoli Silvia, Nobili Assuntina, Ortuso Lina, Paccazzocco Giovanna, Pacini Paola, Pallotta Claudia, Paoletti Sonia, Papalini Paola, Paradisi Giorgia, Paradisi Lorena, Patregnani Laura, Perini Angela, Perini Laura, Piciotti Donatella, Pierantoni Elisa, Pierantoni Serenella, Pierfederici Luca, Pierini Eralda, Pieroni Chiara, Pierpaoli Micaela, Pierucci Chiara, Pigliapoco Chiara, Pistelli Rossana, Poli Sara, Polverari Marina, Principi Cinzia, Rigante Teresa, Romagnoli Claudia, Romagnoli Daniela, Romagnoli Marianna, Romanini Cinzia, Ronconi Loretta, Rosa Elenia, Rossi Anna, Rossi Barbara, Rossolini Emilia, Rotatori Federica, Rugini Katia, Sani Anna Maria, Santinelli Elda Maria, Santini Gloria, Santori Marta, Severini Anna Maria, Silvestro Rosa, Spadoni Arianna, Sparacchiarri Valentina, Sparvoli Simonetta, Spinaci Cinzia, Stefanelli Susanna, Stefanini Margherita, Straccini Silvia, Tinti Claudia, Tiranti Laura, Tomassoni Monica, Tommassetti Angela, Trillini Catia, Zappatori Verusca, Zocchi Barbara, Zuccari Loredana.

1 Presentazione

“Italmatica – Percorsi integrati di matematica e italiano” è un progetto realizzato dal gruppo Matematica in Rete (MiR), un gruppo di lavoro/studio costituito da insegnanti di scuola dell'infanzia, primaria e secondaria di primo grado² di diversi Istituti Comprensivi della provincia di Ancona e di Pesaro/Urbino, di cui è capofila l'Istituto Comprensivo di Corinaldo (Ancona). Il gruppo si riunisce mensilmente, in questo periodo solo in digitale, allo scopo di fare formazione, progettare e realizzare proposte didattiche innovative e significative e favorire il dialogo tra gli insegnanti dei diversi livelli scolastici.

Il gruppo è nato circa 20 anni fa sulla spinta di alcune di noi che, incuriosite dalle ricerche in didattica della matematica e affascinate dai seminari e dalle stimolanti attività nelle mostre del convegno nazionale “Incontri con la matematica” di Castel S. Pietro Terme (Bologna), si sono impegnate per attivare un primo corso di formazione con il gruppo di Ricerca e Sperimentazione in Didattica e Divulgazione della Matematica (RSDDM) di Bologna. Da allora sono iniziati i nostri contatti con il prof. D'Amore e la prof.ssa Sbaragli, abbiamo dato vita al gruppo, cominciamo a incontrarci e a metterci in discussione non più a livello soltanto personale, ma anche come gruppo. Le difficoltà, abbastanza ovvie, generate dall'apertura al confronto collettivo mettendo a nudo i propri dubbi e le incertezze, sono state superate grazie all'entusiasmo per questo nuovo modo di lavorare insieme, di condividere successi e difficoltà, di confrontarsi sulla nostra formazione, sulle nostre competenze e sulle nostre esperienze, raccogliendo, documentando e condividendo le nostre produzioni.

Non abbiamo più abbandonato questa modalità di lavoro che alterna incontri di riflessione teorica con esperti e progettazione e realizzazione di attività didattiche in gruppo. È stata una vera conquista per le nostre scuole.

In tutti questi anni diversi docenti sono cambiati, ma molti sono ancora presenti e attivi, e abbiamo con continuità seguito formazioni con tanti esperti in didattica della matematica e altre discipline, i quali, sempre con grande generosità, si sono mostrati disponibili ad accogliere i nostri dubbi, le nostre paure, le nostre perplessità; abbiamo avuto la possibilità di approfondire i diversi nuclei di contenuto, condotto vari percorsi di riflessione sulle nostre convinzioni e sulla loro influenza nella didattica d'aula e abbiamo realizzato numerose esperienze concrete sul campo. Un lungo cammino di approfondimento che ci ha cambiati molto e ha trasformato la nostra didattica: oggi siamo più sensibili e più attenti al nostro modo di lavorare e siamo più disponibili a metterci in discussione e a ripensare alle attività che proponiamo.

In tutti questi 20 anni il nostro costante mentore e il nostro tutor è stata la prof.ssa S. Sbaragli, che ci ha sempre coinvolto in progetti interessanti, ci ha tenuti uniti e sostenuti nella formazione, spronandoci a migliorare e a rivedere le nostre convinzioni. Certo, a volte, specialmente agli inizi, ci siamo sentiti un po' destabilizzati nei confronti delle nuove proposte, abbiamo perso i nostri punti di riferimento derivanti dalle routine scolastiche, le nostre ancore di sicurezza, ma proprio questo è stato il volano per intraprendere il cammino di revisione e di crescita professionale.

Negli ultimi anni la nostra attività si è concentrata sul legame imprescindibile che c'è tra la matematica e l'italiano. Sollecitati dalle ricerche condotte sui punti di contatto tra questi due mondi, ancora ritenuti distanti e separati tra loro (Demartini et al., 2017; Fornara & Sbaragli, 2013), attraverso un percorso di formazione con le docenti S. Sbaragli e S. Demartini, abbiamo approfondito i legami tra le due discipline, sviluppato nuovi percorsi didattici e analizzato e ripensato le nostre proposte tramite un nuovo punto di vista. Nelle esperienze svolte abbiamo fatto emergere le aree di contatto, gli “intrecci”, tra l'italiano e la matematica e abbiamo potuto verificare che una didattica combinata sollecita la curiosità, la creatività e il desiderio di sperimentare dei bambini e favorisce atteggiamenti di ricerca, progettazione, scoperta e invenzione. Queste sono le esperienze che cercheremo di descrivere in questo contributo.

2. La scuola dell'infanzia in Italia segue un percorso analogo alla scuola dell'infanzia in Canton Ticino. La scuola primaria in Italia dura cinque anni e corrisponde alla scuola elementare nel Canton Ticino. La scuola secondaria di primo grado in Italia dura tre anni e corrisponde ai primi tre anni di scuola media nel Canton Ticino.

2 Approccio metodologico

Nelle nostre proposte cerchiamo sempre di usare strategie didattiche che mettano al centro dell'attenzione gli alunni e la costruzione delle loro competenze. Nella convinzione che ogni metodologia, da sola, presenti dei limiti, l'approccio adottato si basa sull'applicazione di diverse metodologie didattiche: la didattica laboratoriale per rendere gli allievi protagonisti attivi nella costruzione di oggetti e conoscenze; l'uso delle tecnologie per favorire la condivisione, l'astrazione, la comunicazione; il cooperative learning per creare occasioni di confronto, collaborazione e sostegno reciproco; il gioco, mediatore e produttore di conoscenze formidabile, per suscitare l'interesse e la motivazione a tutti i livelli scolastici. Come già accennato, negli ultimi anni a queste strategie si è unita la ricerca delle aree di incontro tra matematica e italiano e il lavoro in parallelo tra le due discipline, avviando così progetti interdisciplinari: abbiamo condotto riflessioni sulle strategie di lettura, di comprensione profonda, di scrittura e di revisione di testi di vario genere; abbiamo analizzato alcune tecniche di narrazione e sperimentato con maggiore profondità il ruolo della narrazione in ambito matematico, l'uso e la creazione di storie, di albi illustrati; abbiamo approfondito l'importanza delle parole e del loro significato nei vari contesti d'uso e la valenza dei giochi linguistici applicati alla matematica. Questo percorso ci ha fatto scoprire la profonda relazione tra le due discipline e la grande valenza educativa di un lavoro unificante per favorire l'acquisizione di competenze matematiche, linguistiche e trasversali. Da questo punto di vista, nel documento Indicazioni Nazionali nuovi scenari (Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della ricerca [MIUR], 2018) si legge:

«La matematica [...] permette anche di sviluppare competenze trasversali importanti attraverso attività che valorizzano i processi tipici della disciplina: "In particolare, la matematica [...] contribuisce a sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni degli altri." Tali competenze sono rilevanti per la formazione di una cittadinanza attiva e consapevole, in cui ogni persona è disponibile all'ascolto attento e critico dell'altro e a un confronto basato sul riferimento ad argomenti pertinenti e rilevanti. In particolare, l'educazione all'argomentazione può costituire un antidoto contro il proliferare d'informazioni false o incontrollate».

(MIUR, 2018, p. 12)

Comunicare, discutere, argomentare, comprendere le argomentazioni degli altri, sono competenze che evidenziano il legame tra le due discipline e rendono il lavoro "italmatico" fondamentale per la formazione di cittadini attivi e consapevoli, dotati di senso critico, capaci di avere un dialogo costruttivo con gli altri.

3 Il percorso

Nel percorso di riflessione e sperimentazione intrapreso ci siamo concentrati prevalentemente sulle seguenti tre tematiche:

- la comprensione del testo e il ruolo del linguaggio nella risoluzione dei problemi (par. 3.1);
- le storie e le narrazioni in matematica (par. 3.2);
- la matematica e la ludolinguistica (par. 3.3).

Un'attenzione particolare è stata riservata al lessico, alla comunicazione e all'argomentazione, aspetti trasversali a tutti gli ambiti di contenuto.

Alcune esperienze realizzate nel nostro primo anno di lavoro sono state esposte e presentate nella mostra/laboratorio "Intrecci tra matematica e italiano: storie, giochi e sfide" realizzata in occasione del festival *Matematicando* edizione 2018,³ ma la nostra attività sta ancora proseguendo e, ormai, non possiamo più prescindere dall'intreccio che lega queste due discipline.

3.1 La comprensione del testo e il ruolo del linguaggio nella risoluzione dei problemi

Generalmente, a scuola, un problema viene proposto agli allievi attraverso un testo orale o scritto, dove la componente linguistica risulta determinante per la risoluzione; parole sconosciute, elementi linguistici che non fanno parte dell'esperienza degli alunni, mancanza di conoscenza enciclopedica e struttura del testo complessa: sono solo alcuni degli aspetti che possono compromettere la comprensione delle situazioni ancora prima di arrivare alla trasformazione del testo in linguaggio matematico e alle successive fasi di risoluzione e interpretazione dei risultati. È dunque importante che gli alunni sviluppino buone competenze di lettura e di comprensione profonda dei testi e delle informazioni.

Guidati dalle due docenti, come gruppo abbiamo approfondito l'importanza di rendere consapevoli gli alunni delle finalità e delle diverse strategie di lettura, a seconda delle tipologie testuali, attraverso attività esplicite e specifiche per il raggiungimento di questa competenza (Demartini & Sbaragli, 2019). In collaborazione con gli insegnanti dell'area linguistica, abbiamo sviluppato percorsi di approfondimento sulle tecniche di lettura per le diverse classi.

Diverse strategie di lettura. Agli alunni di alcune classi terze e quarte primaria, ad esempio, è stata proposta l'attività "Che lettore sei?".



Figura 1. Volantini usati per l'attività "Che lettore sei?".

Sono stati presentati cinque volantini (Figura 1) di altrettanti ristoranti e una scheda con una serie di domande in cui si chiedeva di compiere riflessioni, via via sempre più specifiche, per far sì che la famiglia Rossi riuscisse a soddisfare le diverse richieste riportate nella scheda stessa. (vedi [Allegato 1](#)). Completato il lavoro individualmente, si è passati alla riflessione collettiva durante la quale i ragazzi

3. La scheda didattica è consultabile al seguente link <https://www.matematicando.supsi.ch/risorse-didattiche/intrecci-tra-matematica-e-italiano/>.

hanno riconosciuto due tipologie di lettura: quella "a balzi" in cui l'occhio va velocemente da un'informazione a un'altra, scegliendo quelle importanti, e quella lenta che risulta più intensiva e nella quale ci si sofferma a ripercorrere determinati passi del testo.

Successivamente è stata proposta la lettura della fiaba "Il principe e l'orco" e, in questo caso, gli alunni hanno affermato di aver letto tutto il testo "riga per riga abbastanza velocemente".

Alla fine, gli allievi hanno scelto alcuni animali per rappresentare le diverse tipologie di lettura (Figura 2): la lettura a balzi (lettura esplorativa) è stata associata alla rana, quella veloce al leopardo (lettura estensiva) e quella lenta alla tartaruga (lettura intensiva).

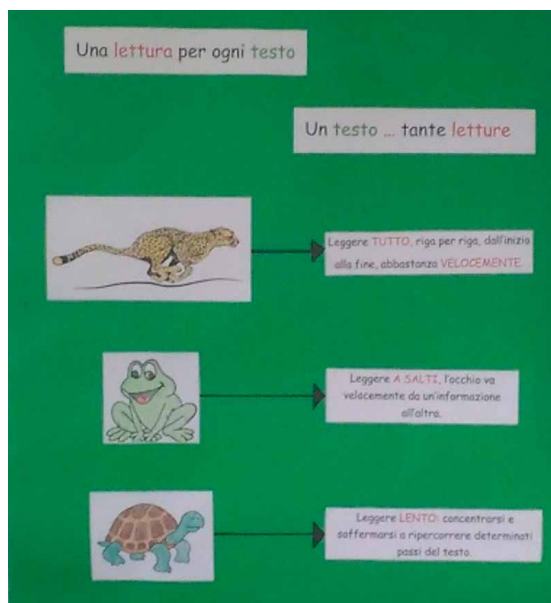
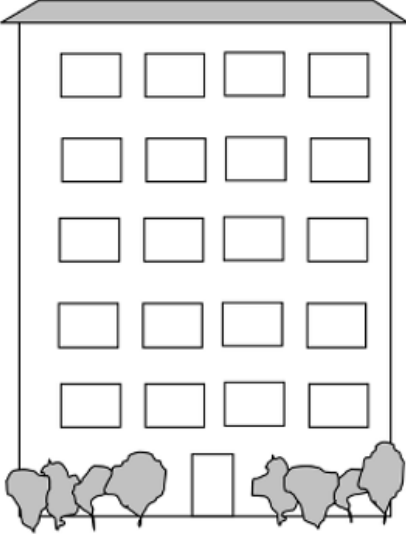


Figura 2. Rappresentazione dei tipi di lettura.

In tutte le classi, dalla seconda primaria, alla terza secondaria di primo grado, abbiamo svolto il lavoro sui diversi tipi di lettura a seconda del contesto, delle finalità che si vogliono raggiungere e del tempo a disposizione, verificando l'utilità di questo approfondimento e l'importanza dell'acquisizione della consapevolezza, da parte degli alunni, che non tutti i testi si leggono allo stesso modo e che lo stesso testo deve essere letto più volte e in modi differenti per raggiungere una comprensione profonda.

Con il nostro percorso di formazione, abbiamo compreso che non sempre le strategie adottate per facilitare la comprensione erano efficaci per guidare gli alunni nell'esplorazione del testo, nell'interrogare i contenuti e nello sviluppare strategie utili alla comprensione profonda delle situazioni, sia dal lato linguistico sia matematico.

Porsi domande per comprendere il testo. Ci siamo resi conto che le nostre richieste più comuni "Leggi bene", "Hai letto con attenzione?", "Rileggi il testo e concentrati", ... avevano una scarsa efficacia perché troppo generiche. Dopo gli approfondimenti teorici suggeriti dalle nostre esperte, abbiamo capito che era necessario fornire indicazioni più precise, specifiche, e abbiamo lavorato sulla riformulazione delle domande guida per la comprensione, individuando molte volte insieme agli alunni le domande utili per soffermarsi sui punti critici, allo scopo di facilitare la comprensione. Con il problema "Finestre illuminate" (Figura 3) (tratto da Rally Matematico Transalpino maggio-giugno 2014) presentato in diverse classi quarte e quinte primarie abbiamo voluto indirizzare l'attenzione dei bambini e guidare la comprensione del testo con domande stimolo del tipo: *La situazione ti è chiara?*, *Quali sono le parole o le frasi che ti sembrano difficili?*, *Ti viene chiesto di fare qualcosa?*, *Che tipo di testo hai letto?* ecc.



FINESTRE ILLUMINATE

È sera. Maria è nella sua camera e guarda la facciata del palazzo che le sta di fronte. Questo disegno mostra ciò che vede Maria: un palazzo di cinque piani con tante finestre. Alcune finestre sono illuminate ed altre no.

Maria osserva che:

- Al primo piano ci sono tre finestre illuminate.
- Anche al quarto piano ci sono tre finestre illuminate.
- Nella colonna di sinistra, nel caso di due finestre che stanno vicine, una è illuminata e l'altra no.
- Nella colonna a destra ci sono due finestre illuminate.
- Al quinto piano vi è una sola finestra illuminata.
- Al terzo piano tutte le finestre sono illuminate.
- In tutto ci sono 13 finestre illuminate.

Colorate di giallo le finestre illuminate che vede Maria, nel disegno del palazzo. Scrivete come avete fatto a riconoscere le finestre illuminate.

Figura 3. Problema "Finestre illuminate".

Partendo dall'analisi del testo, abbiamo riflettuto sulle sue caratteristiche e sul lessico utilizzato. In generale si è osservato che in questo testo non sono presenti valori numerici e la complessità sta nella concatenazione con implicazioni logiche delle indicazioni fornite; per riuscire a ordinare le informazioni in maniera efficace, risolvendo il problema, sono necessarie una lettura attenta e una comprensione profonda.

Dalla sperimentazione effettuata in diverse classi è emerso che gli alunni a cui sono state rivolte le domande che indirizzavano l'attenzione sui punti critici hanno avuto meno difficoltà nella risoluzione, rispetto ad altri allievi di classi analoghe che hanno ricevuto il testo senza il supporto delle domande guida.

Basandoci sulla consapevolezza acquisita che le capacità di fare ipotesi, trarre inferenze, fare collegamenti e compiere deduzioni, sono aspetti cruciali per la comprensione, abbiamo provato a "spezzettare" testi di problemi per abituare gli alunni ad anticipare elementi semantici, lessicali, grammaticali, a fare ipotesi su un testo di un problema ancora prima di conoscere la richiesta, a sviluppare strategie per organizzare in modo logico gli elementi di un testo, a memorizzare e trattenere le informazioni semantiche necessarie senza farsi condizionare da elementi fuorvianti.

Un esempio è dato dall'attività sperimentata sul problema "Cioccolatini troppo buoni" (Rally Matematico Transalpino, maggio-giugno 2006) proposto ad alunni dalla terza primaria in poi e, in maniera semplificata anche in seconda.

Cioccolatini troppo buoni

I cioccolatini di questa scatola erano disposti in modo regolare quando era piena:

- nella prima riga, due cioccolatini tondi al latte erano seguiti da un cremino quadrato al cioccolato fondente, poi da due tondi al latte, poi da un cremino, poi da due tondi al latte, ...
- la seconda riga cominciava con un cremino seguito da due tondi di latte, poi da un cremino, ...
- la terza riga era come la prima, la quarta come la seconda e così via.

Alcuni cioccolatini sono già stati mangiati e ne restano solo 28.

Quanti cioccolatini tondi al latte sono già stati mangiati?

E quanti cremini?

Spiegate come li avete contati

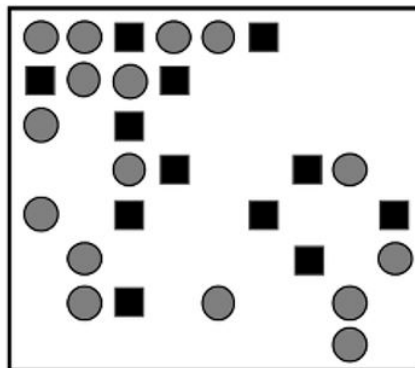


Figura 4. Problema "Cioccolatini troppo buoni".

In Figura 4 il testo è completo, ma agli alunni è stato proposto presentando ogni elemento in successione, sfidandoli a continue anticipazioni, inventive e scoperte: prima abbiamo mostrato soltanto l'immagine chiedendo *Che cosa rappresenta secondo te questa immagine?, Di cosa parlerà il problema?*; poi all'immagine abbiamo aggiunto il titolo, continuando a stimolare la formulazione di ipotesi *Di che cosa si parlerà?, Che cosa rappresenta questa immagine?, Che cosa chiederà il problema?, Sarà adatto per la nostra classe?*; quindi abbiamo aggiunto l'inizio del testo, sollecitando anche la riflessione sul lessico *Cosa vuol dire "disposti in modo regolare"?* ecc. e, in seguito, sono state presentate tutte le informazioni che completano il testo.

L'attività ha molto coinvolto gli alunni, i quali hanno attivato confronti serrati, incuriositi e stimolati dalle informazioni che, arrivando in successione, andavano a confermare o a smentire le ipotesi precedenti. Al termine del lavoro orale, suddivisi in coppie, i ragazzi hanno risolto il problema e verbalizzato il ragionamento. Tutti, anche gli alunni che in genere hanno maggiori difficoltà, hanno trovato questa attività stimolante e utile per facilitare la comprensione, per organizzare in modo logico gli elementi del testo e memorizzare e trattenere le informazioni semantiche necessarie (si veda l'esperienza in una classe terza primaria in [Allegato 2](#)).

L'importanza della varietà nei problemi. Abbiamo cercato di proporre testi di problemi che non presentassero i classici stereotipi, scegliendo testi interessanti, che a volte abbiamo modificato a seconda delle esigenze, dalla banca dati delle prove Invalsi (<https://www.gestinv.it/Index.aspx>) dall'archivio delle prove del Rally Matematico Transalpino (<https://armtint.eu/>), dai Giochi Matematici del Mediterraneo (<https://www.accademiamatematica.it/esercitiamoci>) e molti ne abbiamo inventati e costruiti noi stessi.

Abbiamo imparato ad analizzare, discutere e rendere esplicite le motivazioni alla base della scelta di un problema da proporre agli alunni e a esplicitare anche le nostre aspettative prima di proporre un testo in classe, per poi confrontarle con quello che era effettivamente avvenuto dopo aver posto il problema agli alunni e aver indagato sui loro processi risolutivi.

Prendendo spunto dall'analisi di alcuni quesiti Invalsi⁴, prima di proporli agli alunni abbiamo analizzato i testi dei problemi in base all'ambito di riferimento, allo scopo, al processo che avrebbero sollecitato, ai traguardi e agli obiettivi. Abbiamo cercato di prevedere la riuscita degli alunni, le difficoltà che avrebbero potuto incontrare, e abbiamo cercato di ipotizzare le strategie risolutive che avrebbero potuto mettere in atto. Si sono verificate situazioni molto interessanti che a volte hanno confermato – altre volte smentito – le nostre previsioni.

Il seguente problema, tratto dalle prove Invalsi della prima secondaria di primo grado a.s. 2003/2004 (Figura 5) è stato rielaborato da noi nel seguente modo: *Alberto ha 27 figurine, Giovanni ne ha meno di Alberto ma più di Giorgio che ne ha 19. Quante figurine ha Giovanni?* Questa riformulazione ci consentiva di lasciare la risposta aperta, cosa che inizialmente ci sembrava non dovesse creare troppi problemi, ma non è andata così.

<p>27. Alberto ha 27 figurine; Giovanni ne ha meno di Alberto ma più di Giorgio che ne ha 19. Quale delle seguenti affermazioni è sicuramente FALSA? Giovanni ha...</p> <p><input type="checkbox"/> A. 25 figurine.</p> <p><input type="checkbox"/> B. 22 figurine.</p> <p><input type="checkbox"/> C. 20 figurine.</p> <p><input type="checkbox"/> D. 18 figurine.</p>

Figura 5. Quesito 27 – Prove Invalsi 2003/2004 – Prima secondaria di primo grado.

Il problema, nella sua brevità, presenta delle particolarità: pur essendo presenti nel testo dei valori numerici, non si risolve con dei calcoli aritmetici; gli alunni avrebbero dovuto esprimere la risposta come intervallo di numeri compresi tra 19 e 27, che i più grandi potevano anche rappresentare con una appropriata simbologia numerica.

Il problema è stato proposto in diverse classi quarte e quinte primaria e prima secondaria di primo grado; nella metà di queste classi non sono state poste domande volte a stimolare una comprensione; nell'altra metà sono state poste domande di comprensione del testo del tipo: *Hai compreso il testo?, Ci sono frasi poco chiare?, Comprendi la richiesta?, Pensi che un disegno ti possa aiutare nella soluzione?*

In entrambi i casi si sono lasciati gli allievi liberi di risolvere il problema usando qualsiasi tipo di rappresentazione: schema, tabella, disegno ecc. Dove sono state poste le domande aggiuntive di comprensione del testo i risultati sono stati più soddisfacenti, ma in tutte le classi sono emerse diverse difficoltà. A conclusione del lavoro, in tutte le classi si sono confrontati i procedimenti risolutivi chiedendo a ciascuno di motivare le proprie scelte e di condividere le difficoltà incontrate: alcuni avevano usato la rappresentazione grafica, senza giungere a una soluzione, altri avevano eseguito delle operazioni, alcuni avevano rinunciato a risolverlo (Figura 6); una minima parte degli alunni aveva scritto che non si poteva conoscere esattamente il numero delle figurine di Giovanni, ma che si poteva dire soltanto che era un numero compreso tra 20 e 26 (Figura 7).

La discussione in classe è stata molto utile per riflettere sulle difficoltà determinate dal condizionamento dei numeri presenti nel testo che avevano portato gli alunni alla ricerca di un'operazione riso-

4. Alcune di queste analisi si trovano al sito <https://invalsi-areaprove.cineca.it/index.php?get=static&pag=qdr>.

lutiva e di una soluzione esatta e sul disagio causato dal fatto che nessuna delle operazioni conosciute sembrava andar bene: *non ho capito nulla, non so come andare avanti...*

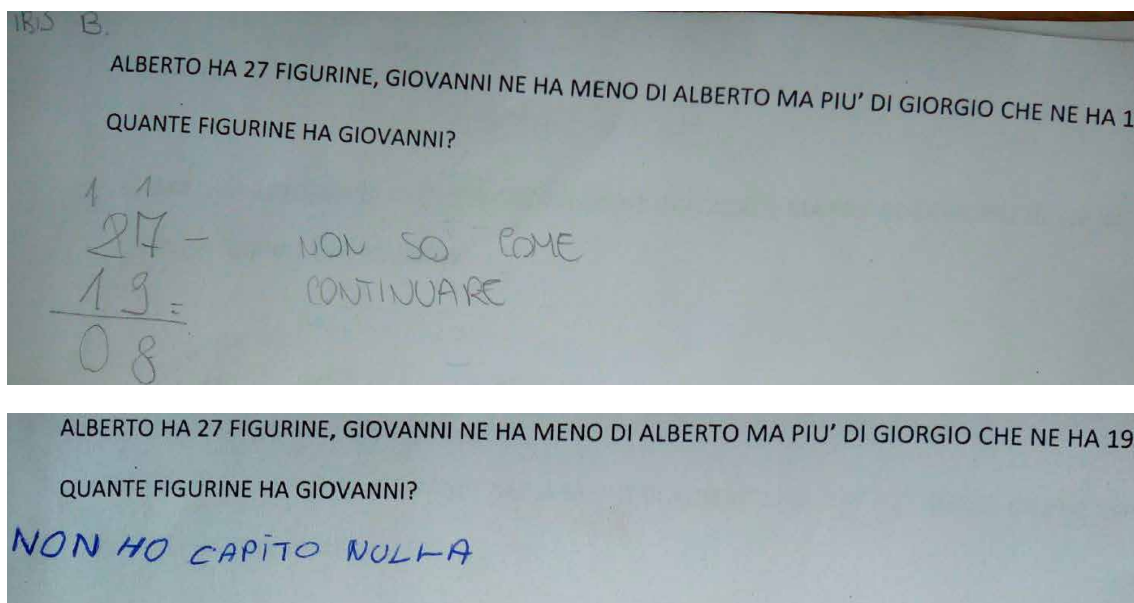


Figura 6. Esempi di soluzioni erranee del problema "Le figurine di Giovanni".

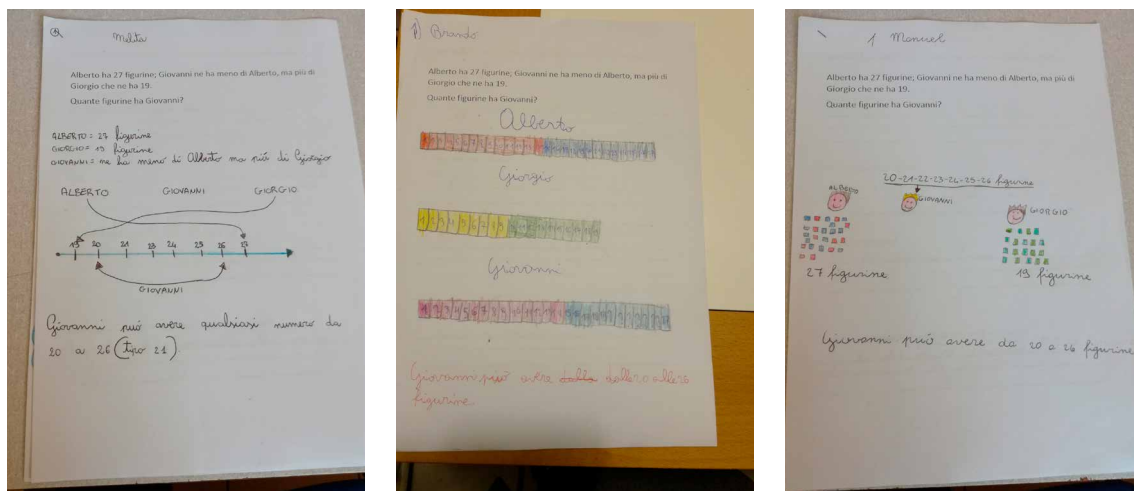


Figura 7. Esempi di soluzioni figurali del problema "Le figurine di Giovanni".

La condivisione dell'esperienza nel gruppo ha rinforzato la nostra convinzione che è assolutamente necessario variare le tipologie di problemi, le metodologie adottate e soprattutto lasciare libertà nella scelta delle strategie risolutive e delle relative rappresentazioni. Abbiamo riflettuto molto sulle diverse tipologie di problemi (senza numeri, con più soluzioni, problemi bucati...), usato e inventato testi di vario genere (partendo da racconti, volantini, fumetti, regole di giochi, situazioni reali...), variando anche le modalità didattiche e le richieste e accettando risposte e soluzioni presentate in modo personale e creativo.

Il problema "Scoiattoli nel bosco" (Figura 8), ad esempio, proposto ad alunni di una prima primaria, si presta ad essere risolto in modi diversi.

Oggi la maestra Pina porta la sua classe di 19 bambini in palestra per giocare agli "SCOIATTOLI NEL BOSCO".

Immaginate di essere degli scoiattoli che vagano nel bosco in cerca di ghiande per le provviste invernali.

I cerchi sul pavimento sono gli alberi dentro i quali potete rifugiarvi in caso dell'arrivo del temporale.

Quando batterò le mani vorrà dire che il temporale è in arrivo: dovrete correre tutti al riparo nei cerchi, nessuno scoiattolo dovrà rimanere senza rifugio!

Ma attenti: in ogni cerchio possono ripararsi al massimo 2 scoiattoli!

– Alla classe basteranno 9 cerchi per giocare a questo gioco?

Si No

– Spiegate perché.




Figura 8. Problema "Scoiattoli nel bosco".

Dopo una prima lettura del testo (adattato al numero di alunni presenti in ogni classe) fatta dagli insegnanti, i bambini hanno letto individualmente il problema. Per verificarne la comprensione abbiamo utilizzato una conversazione collettiva, durante la quale gli alunni hanno iniziato ad avanzare alcune ipotesi di risposta. Suddivisi in coppia, poi, si sono confrontati e hanno usato le strategie che ritenevano più opportune per risolvere il problema. I bambini, privi di troppi condizionamenti essendo più piccoli, hanno scelto strategie e modalità di rappresentazione molto differenti e personali che andavano dalla forma pittorica (Figura 9), alla forma verbale (Figura 10), a quella simbolica (Figura 11).

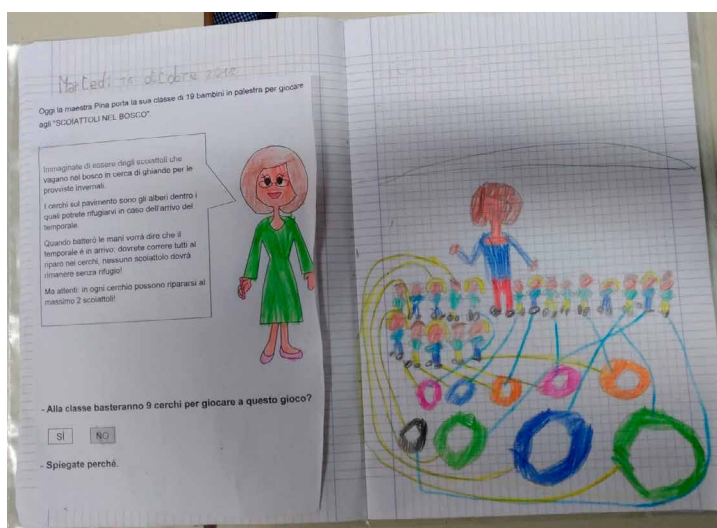


Figura 9. Risoluzioni pittoriche del problema "Scoiattoli nel bosco".

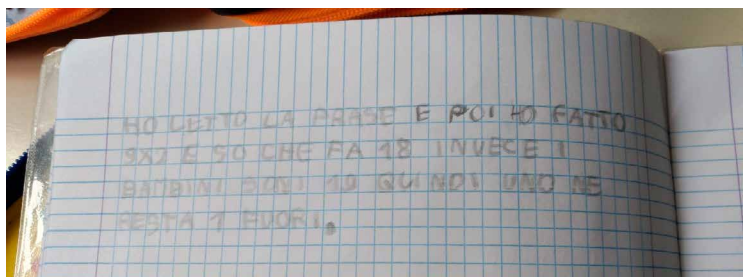


Figura 10. Risoluzione verbale del problema "Scoiattoli nel bosco".

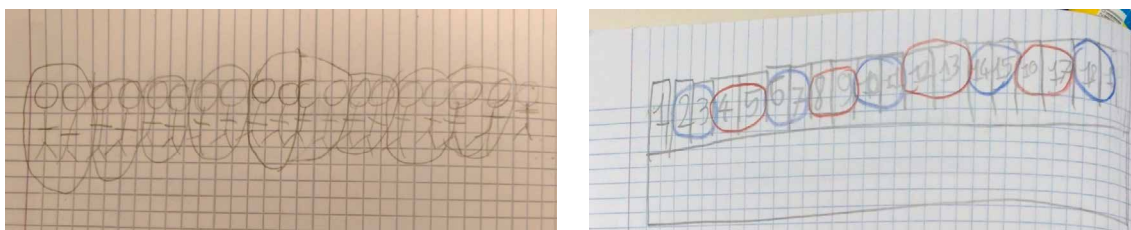


Figura 11. Risoluzioni simboliche del problema "Scoiattoli nel bosco".

Le varie proposte risolutive prodotte dai bambini cambiavano anche in base al coinvolgimento emotivo derivante dalla narrazione, dallo stile personale, dalle preferenze artistiche o meno, ma tutte sono risultate efficaci. Con questi lavori di riflessione ci siamo convinti sempre più che questa creatività è preziosa e che non dobbiamo pretendere soluzioni standardizzate: meglio farci stupire dai nostri alunni lasciando loro la libertà di scegliere processi risolutivi e rappresentazioni varie.

Per noi è risultato inoltre importante coinvolgere attivamente gli alunni facendo loro inventare o riformulare dei testi, delle domande, delle strategie risolutive, abituantoli alla discussione e al confronto tra pari e con gli adulti. A questo proposito abbiamo sperimentato diverse strategie: riscrittura di testi di problemi; invenzione di testi partendo da immagini, da fumetti o da risoluzioni fornite, oppure prendendo spunto dalla lettura di classici di narrativa, come ad esempio "Pippi Calzelunghe" di A. Lindgren (2010), "Matilde" di R. Dahl (2016), "L'albero del riccio" di A. Gramsci (2019); invenzione di testi con vincoli lessicali, oppure tratti dalle spiegazioni delle regole di giochi, o ancora da situazioni reali o da volantini.

Inventare problemi. Molto interessante ci è sembrata un'attività presentata agli alunni delle classi quinta primaria ai quali è stato chiesto di lavorare su un dépliant di una mostra fotografica che si stava svolgendo in città (Figura 12).



QUANDO Dal 29.09.2018 al 06.01.2019	NOTE I biglietti sono comprensivi di audioguida.
DOVE Sala Vanvitelli	Orari: Da martedì a domenica h. 10:00 – 19:00 La biglietteria chiude un'ora prima Lunedì chiuso
PREZZI intero € 11,00 ridotto € 9,00 gruppi di minimo 12 persone, giornalisti e titolari di apposite convenzioni ridotto speciale € 4,00 per ragazzi dai 6 ai 18 anni, scuole gratuito minori di 6 anni, disabili e accompagnatori, giornalisti accreditati, guide turistiche con patentino biglietto open € 12,00 valido per un ingresso in mostra dal 29 settembre 2018 al 6 gennaio	Orari festività: Martedì 25 dicembre h. 15:00 – 19:00 Martedì 31 dicembre h. 15:00 – 19:00
BIGLIETTERIA bit.ly/2MNDCGJ	Info e prenotazioni: www.mostrasalgadoancona.it mostre@civita.it
VISITA GUIDATA PER GRUPPI (fino a 25 unità) € 85 (escluso il biglietto di ingresso)	Info e prenotazioni visite didattiche: Tel. 331 1604631 mostre@museieducativi.it
VISITA GUIDATA PER CLASSI (fino alle 25 unità) € 4 ad alunno (escluso il biglietto di ingresso)	
VISITA GUIDATA + LABORATORIO PER CLASSI (fino alle 25 unità) € 6 ad alunno (escluso il biglietto di ingresso)	

Figura 12. Dépliant mostra fotografica.

Dopo aver consegnato una copia del volantino ai ragazzi suddivisi in coppie, abbiamo chiesto di formulare dieci domande attingendo alle informazioni dal materiale in loro possesso; in seguito abbiamo chiesto di scambiarsi le domande tra le coppie e di rispondere a quelle dei compagni. Infine, abbiamo proposto a ciascuna coppia di controllare le risposte ricevute indietro dai compagni. Il confronto collettivo ha evidenziato che ad alcune domande non si poteva rispondere perché erano incomprensibili o mal formulate; molti avevano formulato domande su contenuti strettamente informativi, altri avevano posto domande ipotizzando la visita da parte di famiglie, gruppi, scolaresche composte in vario modo. In diversi casi sono stati necessari chiarimenti, alcuni alunni hanno dovuto riformulare testi e richieste per permettere ai compagni di capire le situazioni presentate e provare a rispondere. Anche i ragazzi generalmente meno coinvolti hanno partecipato attivamente e hanno gradito l'attività perché si lavorava in coppia ed era necessario un confronto sulle scelte da condividere, perché occorreva mettersi nella testa degli altri per scrivere bene le domande in modo che i compagni capissero e perché si doveva affrontare una situazione possibile, realistica; a tal proposito un alunno ha affermato: "potrei andare anche io con la mia famiglia a vedere la mostra e ora so come leggere i biglietti".

Tutte le esperienze che sollecitano il confronto, la motivazione delle proprie osservazioni, il sostegno delle proprie scelte, ci sono risultate preziose per il loro contributo allo sviluppo della capacità di ascolto, di mettersi nei panni degli altri e dello sviluppo di competenze comunicative e argomentative.

Anche il ricorso ad artefatti come i dadi ci ha offerto un notevole appiglio narrativo per inventare storie o problemi, non solo con i più piccoli. Prendendo spunto dai dadi per inventare storie (Rory's story cubes) abbiamo costruito i nostri Math cubes (Figure 13, 14 e 15). Ogni Math cube riguardava un tema specifico: ambiti coinvolti aritmetica o geometria; tipologia di narrazione; ambienti; personaggi; numeri; figure geometriche; risoluzione; tipo di problema.



Figura 13. Math cubes.

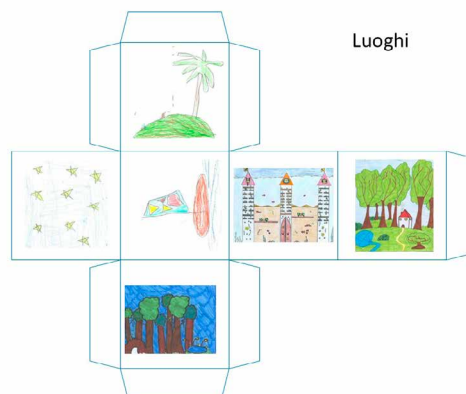


Figura 14. Esempio di sviluppo di Math cubes.



Figura 15. Esempio di sviluppo di Math cubes.

Abbiamo utilizzato i dadi per inventare storie e problemi collegando tutti gli elementi con creatività e fantasia. Le attività che si possono proporre sono molteplici: gli alunni lanciano i dadi poi creano una storia-problema in modo collettivo, usando tutti gli elementi che sono usciti; dividendo la classe in due gruppi, un gruppo lancia i dadi e inizia la storia, l'altro gruppo la completa e poi entrambi i gruppi risolvono i problemi emersi; gli alunni, divisi in squadre si sfidano a suon di problemi, ogni squadra lancia i dadi, inventa il problema e lo passa alle altre squadre.

Sono soltanto alcuni esempi delle tante possibilità offerte dai dadi delle storie, i quali, all'inizio dell'anno scolastico, sono stati utili per attività di accoglienza, per ripassare e consolidare in modo coinvolgente e motivante contenuti matematici e per riflettere sui problemi in modo diverso e divertente. Con lo scambio dei problemi, nel confronto tra pari, non sono mancate osservazioni sulla chiarezza delle informazioni, sull'organizzazione del testo, su come era costruita la storia e sulle parole utilizzate; queste sollecitazioni sono state molto utili per una riflessione attenta sui testi.

Un altro simpatico artefatto che può essere utilizzato per inventare storie e problemi è il classico gioco *inferno e paradiso* (Figura 16), che è stato usato con i bambini di alcune classi prime per avviare alla scrittura di brevi narrazioni matematiche.

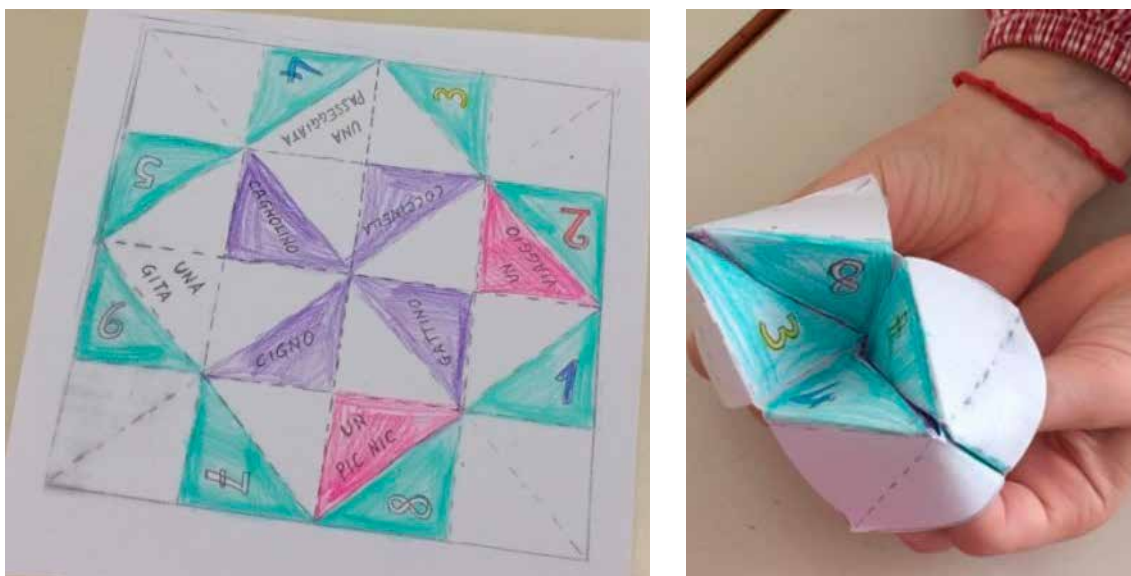


Figura 16. Gioco "inferno e paradiso" per inventare storie e problemi.

Nascosti sotto i numeri dispari ci sono dei nomi di animali (cagnolino, gattino, coccinella, cigno), nascosti sotto i numeri pari ci sono degli eventi (una passeggiata, una gita, un picnic, un viaggio). I bambini hanno costruito questo gioco, poi in coppie, dando spazio alla loro inventiva e fantasia, hanno inventato storie-problema abbinando personaggi e luoghi.

3.2. Le storie e le narrazioni in matematica

Nei 20 anni di vita del gruppo di Corinaldo abbiamo sempre utilizzato storie per raccontare la matematica, per introdurre nuovi concetti, per far parlare gli alunni dei concetti appresi, nella convinzione che un racconto, una storia suscita curiosità ed emozioni, conquista l'attenzione degli alunni e favorisce la motivazione all'apprendimento.

Negli ultimi anni l'uso delle storie nella didattica della matematica è divenuto più consapevole, le finalità sono più chiare, pertanto l'applicazione didattica risulta più efficace (Demartini & Sbaragli, 2015). L'uso delle narrazioni aiuta gli alunni, di tutti i livelli di età, a strutturare il loro pensiero e a dare ordine agli eventi, stimola la curiosità, la creatività e il desiderio di sperimentare e di conoscere.

Storie da inventare (e ascoltare). Ascoltare e inventare storie sviluppa la capacità di interpretare i fenomeni didattici e di osservare/valutare i processi risolutivi, apre la mente ad altri mondi possibili e stimola il lavoro sull'astrazione.

Nella scuola dell'infanzia sono stati realizzati dei bellissimi albi illustrati con storie lette o inventate con i bambini, riguardanti i numeri e le figure. *L'Alieno Numerino* racconta di un alieno atterrato in uno zoo che si diverte a contare gli animali nelle gabbie. La storia è stata condivisa dagli insegnanti del gruppo, poi ogni scuola ha realizzato l'albo con la tecnica preferita: alcuni gruppi hanno prodotto un albo da sfogliare (Figura 17), altri un albo con le figure mobili per poter giocare.



Figura 17. Esempio di albo prodotto dagli allievi partendo dalla storia "Alieno numerino".

Diverse sono le storie che abbiamo inventato nel passato e che spesso ancora utilizziamo per introdurre l'esplorazione delle figure geometriche solide fin dalla scuola dell'infanzia, prassi che è ormai consolidata (Arrigo & Sbaragli, 2004; Cottino & Sbaragli, 2005). I bambini manipolano oggetti e li confrontano, scoprono le forme, notano le loro caratteristiche evidenti e le generalizzano. Le loro osservazioni spontanee vengono accolte e convogliate in un percorso organizzato, costituito di occasioni concrete e ragionate, in cui è possibile scoprire, sperimentare e riconoscere in modo giocoso, divertente e coinvolgente le principali figure solide.

Tra queste ci piace ricordare "Il cubo che voleva diventare sfera": una delle prime narrazioni che abbiamo inventato insieme agli allievi per introdurre l'esplorazione delle figure geometriche solide con i bambini dei 5 anni della scuola dell'infanzia e della prima primaria.⁵ Ne siamo particolarmente orgogliosi, perché i marionettisti e attori Cosimo Galiano e Maria Lindeman (Pikku Aasin Nukketeatter, Vaasa, Finlandia) hanno creato con la nostra storia lo spettacolo di marionette *Kuutio & pallo / Kuben & bollen*, ovvero *Cubo e sfera* (tecnica: marionette, teatro in nero, attore) da proporre in Norvegia e in Finlandia (Figura 18).

Ogni volta che si guardava allo specchio (il cubo) esclamava: – Come sono brutto! Non sopporto questi vertici in "alto" e in "basso". E questi spigoli... mi danno un aspetto troppo goffo e sgradevole... Un piccolo viaggio tra le differenze per scoprire ed accettare, con gli occhi puri di un bambino, la propria unicità.



Figura 18. Immagini dello spettacolo di marionette *Kuutio & pallo*.

5. Per approfondire la storia si rimanda al link <https://rsddm.dm.unibo.it/tipi-rotondi-e-tipi-spigolosi-esperienze-in-3d/>.

Una delle nuove storie alla cui costruzione hanno lavorato gran parte degli insegnanti del gruppo, è "Il Circo Mat-Ita" (Allegato 3, Figure 19 e 20). Si tratta di un racconto finalizzato all'introduzione e alla scoperta di alcune caratteristiche del cubo, del parallelepipedo e della piramide. L'esperienza è stata sperimentata in diverse sezioni/classi, con sviluppi adattati alle diverse situazioni specifiche. In tutti i casi la narrazione si è rivelata molto coinvolgente per gli alunni ed efficace ai fini dell'apprendimento.



Figura 19. Locandina del circo Mat-Ita.



Figura 20. Libro gioco del circo Mat-Ita.

Gli alunni della sezione dei cinque anni della scuola dell'infanzia e della classe prima della scuola primaria sono stati catturati dalle vicende degli stravaganti personaggi di questo originale circo e si sono appassionati nello svolgimento dei compiti loro richiesti: disegnare le espressioni sulle facce del clown *Facciatosta* (Figura 21), preparare le scarpette per *Assunta la ballerina sulla punta* (Figura 22) e ricostruire il baule del *Mago Favoloso* (Figura 23). A conclusione della storia, i bambini si sono sbizzarriti nell'invenzione di un artista a sorpresa.

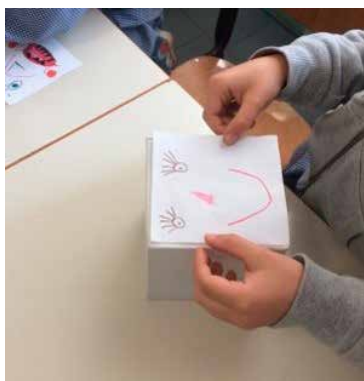


Figura 21. Costruzione del clown *Facciatosta*.

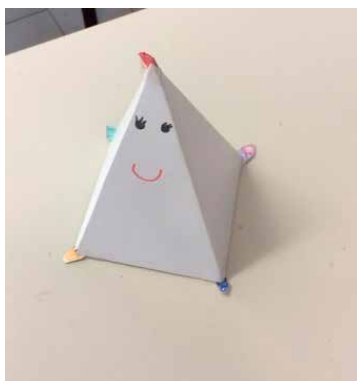


Figura 22. La ballerina *Assunta*.

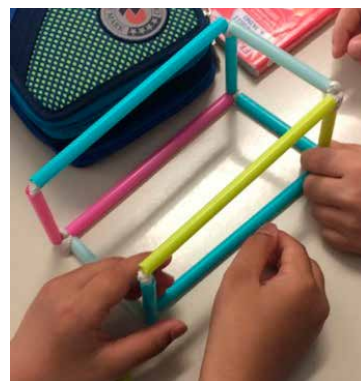


Figura 23. Costruzione del baule del mago *Favoloso*.

Attraverso queste divertenti e partecipate attività, i bambini hanno imparato a riconoscere con sicurezza gli elementi dei solidi protagonisti (spigoli, facce e vertici) e a esserne coinvolti emotivamente, tanto da giocare con i protagonisti della storia attraverso la realizzazione di una drammatizzazione (Figure 24 e 25).



Figura 24. Plastico del circo Mat-Ita.



Figura 25. Rappresentazione grafica del circo Mat-Ita.

Un'altra storia scritta dal gruppo di insegnanti per condurre l'esplorazione delle figure geometriche piane con i bambini della scuola dell'infanzia è *Filomena bimba curiosa...* che con il filo segue ogni cosa. Anche in questo caso, è stato condiviso il percorso didattico, progettando insieme le attività, e ogni scuola ha poi realizzato degli albi, anche interattivi, utilizzando la creatività propria degli insegnanti e degli alunni (Figure 26 e 27).



Figura 26. Filomena bimba curiosa (albo in pannolenci).

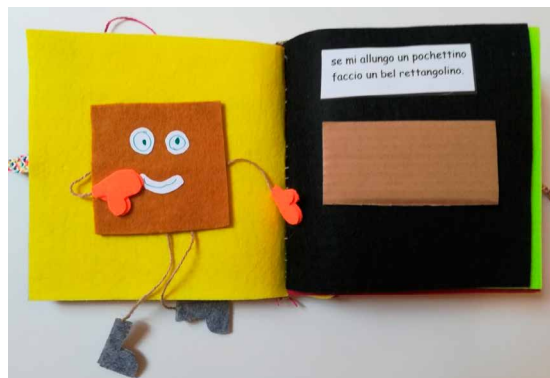


Figura 27. Filomena bimba curiosa (albo in carta).

Prendendo spunto dall'ascolto della famosa canzone "Volta la carta" di Fabrizio De André, dopo aver esplorato le caratteristiche del cubo e i suoi possibili sviluppi, e usando la loro fantasia e creatività, gli alunni di una classe seconda primaria hanno interpretato gli 11 sviluppi del cubo e creato un bellissimo albo "Volta la carta e ... il cubo incarta" (Figure 28 e 29, [Allegato 4](#)) nel quale ogni sviluppo assume un significato.



Figura 28. Albo illustrato "Volta la carta e ... il cubo incarta".



Figura 29. Esempi di alcune pagine dell'albo "Volta la carta e ... il cubo incarta".

Italmatica nelle storie. Nelle classi terze, quarte e quinte della scuola primaria abbiamo condotto delle riflessioni sulle parole del linguaggio specialistico della geometria e sulle interferenze con il loro uso nel linguaggio comune. Agli approfondimenti sul lessico, come già descritto nel paragrafo riguardante i problemi, abbiamo dedicato molta attenzione, perché conoscere e riconoscere correttamente il significato delle parole in contesto, e avere un ampio bagaglio lessicale, significa comprendere in modo profondo, costruire testi efficaci, avere maggiori possibilità di esprimere con chiarezza il proprio pensiero e riuscire a comunicare in modo efficace.

Sono state prodotte delle belle raccolte di immagini in libri cartacei e digitali, tipo dei dizionari illustrati con i diversi significati di parole polisemiche (Figure 30 e 31), e sono state prodotte delle interessanti storie che giocano sui doppi sensi⁶ (Figura 32).

6. Alcune delle storie sono anche reperibili al seguente link:
<https://www.matematicando.supsi.ch/risorse-didattiche/intrecci-tra-matematica-e-italiano/>.

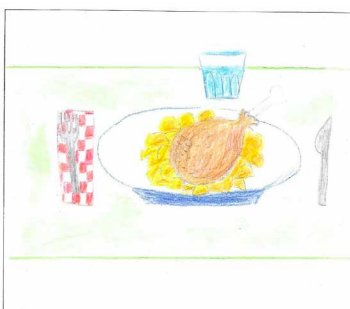
FIGURA

(fi-gù-ra)
 sostantivo femminile



CONTORNO

(con-tór-no)
 sostantivo maschile



PERIMETRO

(pe-ri-me-tro)
 sostantivo maschile

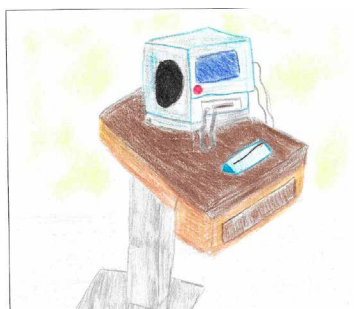


Figura 30. Esempi di alcune pagine del dizionario illustrato delle parole polisemiche.

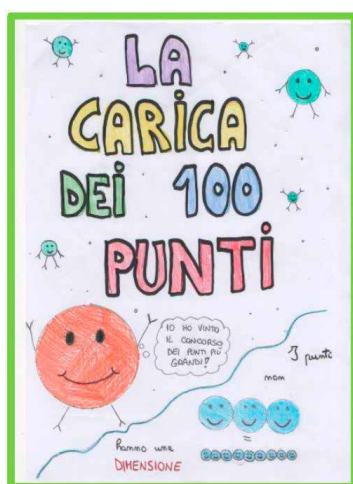


Figura 31. Copertine di alcune storie.



scesero in un angolo di paradiso: silenzio, mare, caldo e tranquillità. C'era un tipo, simile a loro, che si stava dondolando legato a due palme, gli chiesero chi fosse e lui rispose: sono l'angolo ottuso e mi dondolo compiaciuto



Un angolo di Bosco



Un angolo di Paradiso

Figura 32. Lavori prodotti sulla storia "Antonietta e Benedetta negli angoli della terra".

Gli alunni di alcune classi terze e quarte della scuola primaria si sono cimentati nell'invenzione di storie unendo due figure costruite in precedenza con il tangram, seguendo il "binomio fantastico" teorizzato da Rodari (1973), ossia l'accostamento di due immagini, scelte casualmente, meglio ancora se abbastanza distanti fra loro. L'incontro/scontro tra le due immagini (le due parole) accostate crea il problema e mette in moto l'immaginazione degli alunni che, per creare una narrazione, devono trovare un punto di incontro in cui i due elementi estranei possano convivere (Figura 33).

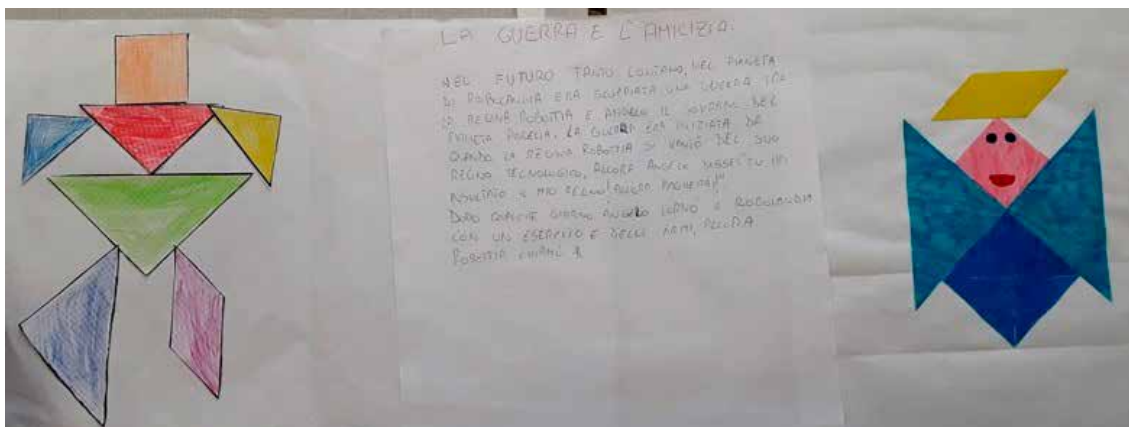


Figura 33. Il tangram e il "binomio fantastico".

Un'altra strategia per inventare storie è stata di prendere come spunto un lavoro artistico sulle linee: dopo aver disegnato, a caso, delle linee intrecciate su un foglio e colorato alcune regioni, gli alunni sono stati invitati a ritagliare alcune delle regioni individuate e, con le parti ritagliate, creare un nuovo disegno. In seguito, sono stati abbinati tre disegni scelti casualmente e, con essi, sono state inventate delle storie (Figura 34).

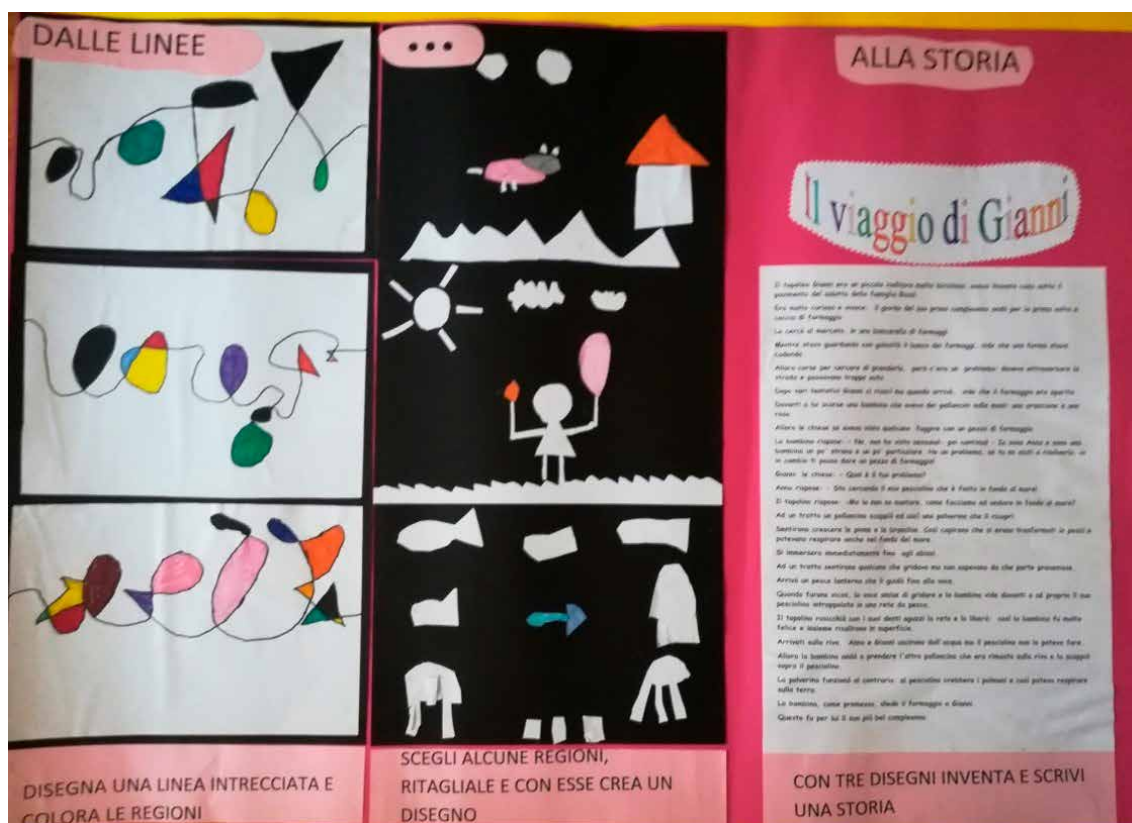


Figura 34. Dalle linee a una storia.

In questi lavori, è stata molto importante la collaborazione con gli insegnanti dell'area linguistica, con i quali gli alunni hanno prodotto tante storie, usando varie tecniche narrative, tra cui il giallo: il

giallo di Carnevale, ad esempio, è un'avvincente avventura in cui l'investigatore deve scoprire chi ha "tagliato" in due Mister Rettangolo (Figura 35).

Con i compagni di classe
crea dei gruppi di lavoro per risolvere...



IL GIALLO
DI CARNEVALE...

Alla festa di Carnevale erano invitati tutte le
figure geometriche,
tra cui Mister Rettangolo,...

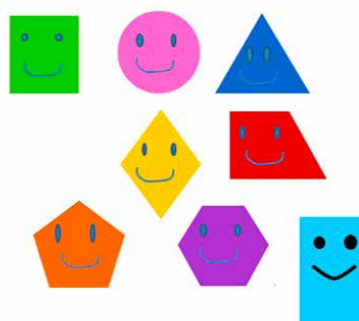


Figura 35. Il testo giallo di Carnevale.

Argomentazione e storie. Abbiamo usato racconti e favole anche per allenare all'argomentazione. Argomentare è una capacità complessa di problem solving che presuppone operazioni cognitive e linguistiche specifiche e la capacità di mettersi nei panni dell'altro. È importante proporre ai bambini, fin dai primi anni della scuola primaria, attività specifiche e non occasionali creando una varietà di situazioni di confronto e scambio, soprattutto orale, in cui imparare a prendere la parola, a esporre e motivare le proprie idee e ad ascoltare le idee degli altri. L'argomentazione deve essere intesa come un atteggiamento nei confronti del sapere, di sé stessi e degli altri, che sviluppa il senso critico e la democrazia.

Con i più piccoli si può prendere spunto da attività quotidiane e, via via, anche attraverso le storie, i pretesti possono essere molteplici e adattati anche a testi matematici, come ad esempio i problemi. Gradualmente, oltre al lavoro orale, si può avviare la stesura di testi di opinione, ma cercando sempre di agganciarsi a situazioni coinvolgenti e che abbiano senso per gli alunni.

In terza primaria abbiamo proposto la lettura del libro "L'albero" di Shel Silverstein (2014) a conclusione del quale abbiamo chiesto di scrivere un breve testo rispondendo alla domanda: *Secondo te chi si è comportato in modo corretto? L'albero o l'uomo?* Dopo la stesura della risposta, i bambini si sono scambiati i testi e ciascuno ha letto ciò che aveva scritto il compagno; poi si è discusso in classe e ciascuno ha potuto esprimere i propri argomenti a sostegno di quanto aveva scritto. A conclusione della discussione, ciascuno ha avuto la possibilità di rivedere e/o ampliare la risposta data in precedenza. Tutti i loro testi, dopo la discussione, si sono arricchiti di nuovi elementi emersi durante la discussione che avevano condiviso e le loro argomentazioni sono diventate più ricche.

Nelle stesse classi è stata condotta un'esperienza analoga con alcune favole, come ad esempio quella della cicala e della formica. Invitati a scrivere chi secondo loro si era comportato in modo corretto, i bambini, in buona parte, avevano risposto che la formica era stata previdente, si era impegnata per trovarsi preparata per l'inverno e la cicala invece non aveva lavorato, aveva soltanto cantato, quindi meritava quel trattamento. Altri però, pur essendo d'accordo sul fatto che la formica aveva lavorato e si era preoccupata di mettere da parte il cibo per l'inverno, condannavano il suo egoismo e il fatto che avesse lasciato fuori al freddo la povera cicala, perché così sarebbe morta.

Prima della discussione orale, era stata proposta anche la lettura della seguente filastrocca di Rodari (1982):

Alla formica
*Chiedo scusa alla favola antica,
se non mi piace l'avara formica
io sto dalla parte della cicala
che il più bel canto non vende, regala.*

Dopo una discussione animata, gli alunni che ritenevano che la formica avesse fatto bene a chiudere la porta in faccia alla cicala, in gran parte hanno accolto le argomentazioni dei compagni e alla fine, a parte pochissime eccezioni rimaste ferme sulla loro posizione, si sono trovati d'accordo sul fatto che, anche se la cicala non aveva lavorato e non si era preoccupata di nulla, la formica avrebbe dovuto accoglierla nella sua tana perché lasciandola morire anche lei avrebbe sbagliato.

Analoghe attività si possono svolgere con i testi dei problemi. Le discussioni sono sempre molto interessanti e, in sostanza, fanno emergere sempre il buon senso dei bambini. Svolgendo con regolarità esperienze di questo tipo, sia con le storie, sia, con i problemi, in un clima sereno, aperto e accogliente, gli alunni si abituano al confronto, a esprimere il loro pensiero, le loro idee e questo contribuisce allo sviluppo della capacità di ascolto e allo sviluppo del senso critico.

3.3 Matematica e ludolinguistica

Il gioco ha avuto sempre molto spazio nelle nostre pratiche didattiche, perché è uno strumento fondamentale per dare significatività all'apprendimento sia in ambiente reale, sia in ambiente digitale. Nel gioco ci sono regole da rispettare, comunicazioni da fare, finalità ben precise, strategie da mettere in campo, pertanto è uno dei contesti più adatto per gli alunni di tutte le età. Giocando, sia i bambini, sia i ragazzi, sono più rilassati, più attenti e più propensi alla socializzazione. Il gioco, in sé, è uno degli strumenti più efficaci per attivare la comunicazione, la discussione, l'argomentazione e la negoziazione di significati. È divertente, motivante e consente un approccio positivo all'errore: se qualcosa non va si ricomincia, senza troppe frustrazioni e senza vivere la situazione come un fallimento. Come cita Bartezzaghi (2001), Umberto Eco aveva evidenziato l'importanza del gioco, mettendolo al quarto posto tra i bisogni fondamentali dell'uomo, dopo il nutrimento, il sonno, l'affetto e prima ancora del chiedersi il perché delle cose. Il gioco, in tutte le sue varie tipologie e forme, è uno strumento formidabile per veicolare apprendimenti.

Nel caso specifico, la ludolinguistica, cioè «quella parte di linguistica che si occupa di combinazioni lessicali, di giochi di parole ecc.» (De Mauro, 2007), applicata alla matematica costituisce un campo di esplorazione molto creativo e stimolante. Lo spunto iniziale fornito dalle docenti Sbaragli e Demartini, partiva dalle proposte del maestro enigmista Francesco Giudici, detto "Ceck". Il libro "Giocare con le parole" (Fornara & Giudici, 2016), del quale è coautore insieme a Simone Fornara, presenta una vasta gamma di giochi linguistici che possono essere presi come esempi per inventarne altri con le parole della matematica. Oltre a questo testo, abbiamo fatto riferimento anche ai libri "I Draghi locopei" (Zamponi, 1986) e a "Grammatica della fantasia" (Rodari, 1973).

Ci siamo divertiti tra noi docenti e con gli alunni a giocare, a costruire e inventare giochi nei quali protagonisti sono le parole: cruciverba, tautogrammi, abbinamenti fantastici, giochi di parole e geometria, crucipuzzle, mesostici, rebus, anagrammi, anche usando software tra i tanti disponibili online.⁷

Cruciverba. Il gruppo di docenti ha costruito tanti cruciverba: alcuni molto semplici, utilizzati, ad esempio, per ripassare le tabelline in seconda primaria (Figura 36), altri, più complessi perché giocano

7. A titolo di esempio si possono consultare le seguenti pagine web <https://www.educolor.it/crosswordgenerator.php>, <https://www.eclipsecrossword.com/> e <https://crosswordlabs.com>.

sui doppi sensi di termini specialistici, inventati con gli alunni di quinta primaria (Figura 37) e della classe prima della scuola secondaria di primo grado (Figura 38).

Tabellina del 7

Across

4. $7 \times 2 =$

8. $7 \times 10 =$

9. $7 \times 5 =$

10. $7 \times 3 =$

11. $7 \times 1 =$

Down

1. $7 \times 8 =$

2. $7 \times 4 =$

3. $7 \times 0 =$

5. $7 \times 7 =$

6. $7 \times 9 =$

7. $7 \times 6 =$

Figura 36. Cruciverba tabellina del 7.

doppio senso

geometria

Across

4. Fame una brutta ... non è piacevole.

5. Al ... del nostro Istituto c'è il Dirigente.

7. Qualcuno ce l'ha tosta.

9. Quello dei motori è fastidioso.

10. Al circo vi si esibiscono gli acrobati.

14. Lì dentro il portiere può usare le mani.

15. Attrezzo per la ginnastica.

17. Tratto di strada non diritta.

18. I bambini devono fare attenzione a non sbattere la testa in quello del tavolo.

19. Sua ... reale.

Down

1. Si può scrivere con la penna a ...

2. C'è anche quello di parentela.

3. Nell'antico Egitto era una tomba.

6. Durante la prova di evacuazione tutti vanno verso quello di raccolta.

8. Li provocano i veicoli che si scontrano.

11. E' un calcio che si batte quando rimette in gioco la squadra avversaria.

12. Ci si va con il razzo.

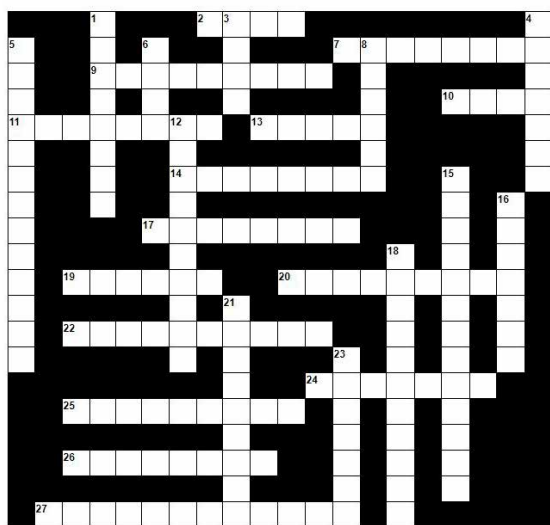
13. Si suona e ha i tasti bianchi e neri.

16. C'è quella telefonica.

17. Quello gelato si gusta d'estate.

EclipseCrossword.com

Figura 37. Cruciverba "doppio senso".



- Across:
- 2 SI MOLTIPLICA PER SE STESSA IN UNA POTENZA
 - 7 E' UNA DIVISIONE O PUO' ESSERE BUONO TRA VICINI
 - 9 NON SEMPRE LO SONO I SUPPLEMENTARI
 - 10 IL TRIANGOLO ISOSCELE NE HA UNO SOLO
 - 11 TRE E' IL NUMERO MINIMO DEI LATI CON CUI LO PUOI COSTRUIRE
 - 13 E' L'ANGOLO FORMATO DA DUE ANGOLI COMPLEMENTARI
 - 14 ZERO LO E' DI TUTTI I NUMERI
 - 17 SE LO FAI FRA POTENZE SOMMI I LORO ESPONENTI
 - 19 L'ANGOLO CHE FORMI CON 2 ANGOLI ADIACENTI
 - 20 CONGIUNGE 2 VERTICI NON COSECUTIVI
 - 22 L'AREA E' LA SUA MISURA
 - 24 PARTE DEL PIANO DELIMITATA DALLA CIRCONFERENZA
 - 25 UN ASSE LO E' AD UNA RETTA SE LA LORO DISTANZA E' COSTANTE
 - 26 UNO DEI TERMINI DELLA DIVISIONE
 - 27 QUANDO ESEGUI LA SOMMA TRA PIU' FRAZIONI LO TROVI COME MINIMO COMUNE

- Down:
- 1 E' UNA DIVISIONE
 - 3 L'UNITA' DI MISURA POTREBBE ESSERE METRO QUADRATO
 - 4 UNA DELLE OPERAZIONI ARITMETICHE E' L'ELEVAMENTO A ...
 - 5 POTREBBERO ESSERCI IN UNA PARTITA DI CALCIO MA LO SONO ANCHE GLI ANGOLI CHE INSIEME MISURANO 180°
 - 6 A MAGGIO PARTE QUELLO D'ITALIA O E' L'ANGOLO FORMATO DA 2 ANGOLI ESPLEMENTARI
 - 8 PARTE DI PIANO DELIMITATA DA 2 SEMIRETTE AVENTI LA STESSA ORIGINE
 - 12 IN UNA FRAZIONE NON RAPPRESENTA LE PARTI IN CUI L'INTERO E' STATO DIVISO
 - 15 IL SISTEMA USATO PER CALCOLARE IL TEMPO E L'AMPIEZZA DEGLI ANGOLI
 - 16 NEI PARALLELOGRAMMI E' LA DISTANZA TRA I 2 LATI PARALLELI
 - 18 LO SONO 2 SEGMENTI CON UN ESTREMO IN COMUNE
 - 21 PUO' ESSERE ASSIALE O CENTRALE
 - 23 L'ESTREMO IN COMUNE DI SEGMENTI CONSECUTIVI LO DIVENTA NEL POLIGONO

Figura 38. Cruciverba "incroci matematici".

Tautogrammi. In diverse classi abbiamo giocato con i tautogrammi, cioè frasi in cui tutte le parole iniziano con la stessa lettera. In classe seconda, dopo aver letto insieme "Alfabetiere" (Munari, 1998) e "LABICI. 26 lettere in gioco" (Piumini, 2010), abbiamo realizzato uno speciale abbecedario ([Allegato 5](#)) nel quale le lettere dell'alfabeto sono costruite con il tangram e ad ogni lettera è abbinata una frase elaborata con la tecnica del tautogramma (Figura 39).



Figura 39. Due pagine dell'Abbecedario realizzato con il tangram.

Tautogrammi geometrici, con i nomi di figure piane o solide, sono stati inventati e illustrati dalla seconda primaria e fino alla secondaria di primo grado. Con essi sono stati realizzati dei libri in formato cartaceo per la biblioteca della scuola e digitale per tutti gli alunni (Figure 40, 41 e 42). In genere i più piccoli sono stati lasciati liberi di creare con l'unico vincolo di usare almeno tre parole; i più grandi invece si sono cimentati con vincoli maggiori. In alcuni casi, ad esempio, dovevano scegliere il nome di una figura geometrica, un aggettivo e un verbo e con essi comporre un testo in cui tutte le parole avessero la stessa iniziale, ad eccezione degli articoli e delle preposizioni; in altri casi, invece, veniva assegnato come vincolo il numero minimo di cinque o sette parole, tutte con la stessa iniziale, per

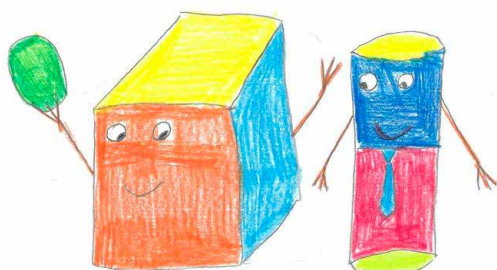
comporre la frase. I bambini all'inizio erano un po' spaesati, ma, dopo le prime produzioni, si sono divertiti molto sfidandosi a chi riusciva a trovare le frasi più divertenti e più lunghe. Ecco alcuni esempi:⁸

- Una sfera sincera salta con il serpente.
- Pentagono penoso, patetico, parte piangendo.
- Un cono carino consolava il cerchio col caschetto caduto dal cornicione della casa del cubo.
- I poligoni parlarono con Pitagora per portare panini e pizze ai poveri.
- Il trapezio e il triangolo tornavano a Torino con il trattore. Il trattore talvolta travolgeva i tassi. Il triangolo telefonò al taxi.



Figura 40. Personaggi e raccolte dei tautogrammi.

Il Cubo Carlo compra un
cocomero croccante con il Conte
Cilindro.



Il Parallelepipedo Pippo è un
portiere perfetto e para palloni
pericolosi.



Figura 41. Esempi di tautogrammi di seconda primaria.

8. Altri tautogrammi sono reperibili all'indirizzo: <https://www.matematicando.supsi.ch/risorse-didattiche/intrecci-tra-matematica-e-italiano/>.



Figura 42. Esempi di tautogrammi di quinta primaria.

Rebus. Giocare con i rebus e inventarne per sfidare gli amici sono attività che abbiamo proposto a partire dalla classe seconda fino alla quinta della scuola primaria. I bambini hanno costruito e disegnato rebus con numeri o con figure geometriche o con alcune loro caratteristiche. Sono stati prodotti su cartoncini formato cartolina e gli alunni si sono divertiti sfidandosi nella ricerca di soluzioni e scambiandoli con alunni di altre classi.

Riportiamo alcuni esempi tratti dalla raccolta dei rebus di classe quinta (Figura 43).

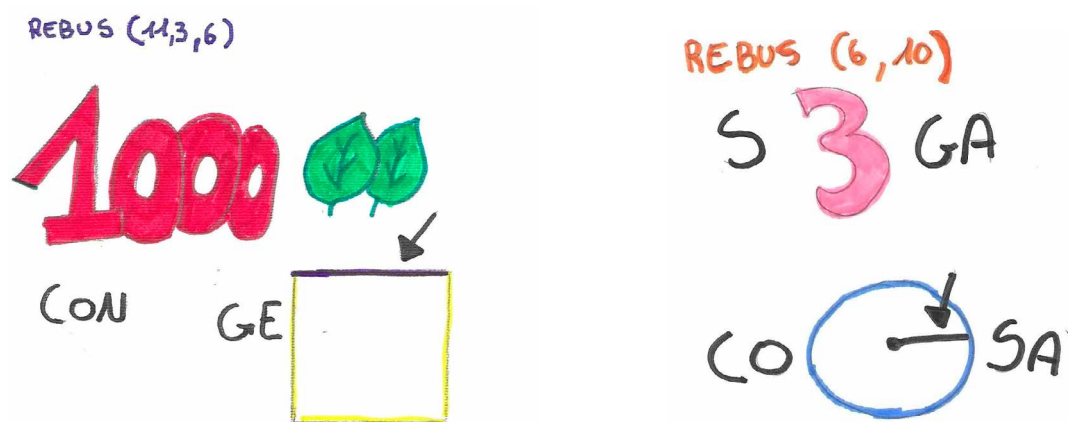


Figura 43. Esempi di rebus inventati in classe V primaria.

Anagrammi. Anche con gli anagrammi sono state compiute interessanti esperienze. L'anagramma è uno dei giochi enigmistici più diffusi, ma non è molto facile, perché presuppone solide abilità di scrittura e conoscenze ed esperienze abbastanza ampie. *La valigia dei numeri* (Figura 44) è un gioco costruito in classe quinta primaria; si tratta di un gioco da tavolo in cui ci si sfida, divisi in due squadre, a suon di anagrammi delle parole dei numeri. Nella valigia sono contenuti tutti i materiali: due mazzi di carte anagrammi; le istruzioni del gioco; il tabellone per registrare i punteggi.

Costruire le carte per il gioco (alcuni esempi nelle Figure 45 e 46), inventare e scrivere le regole per giocare, stabilire il numero di giocatori sono attività che hanno richiesto un lavoro notevole di problem solving, di confronto e di ricerca; hanno richiesto inoltre una particolare cura nella comunicazione e una scrittura chiara ed efficace, ottenuta dopo diverse revisioni sollecitate dallo scambio delle prime stesure dei testi tra i diversi gruppi di lavoro.



Figura 44. La valigia dei numeri.

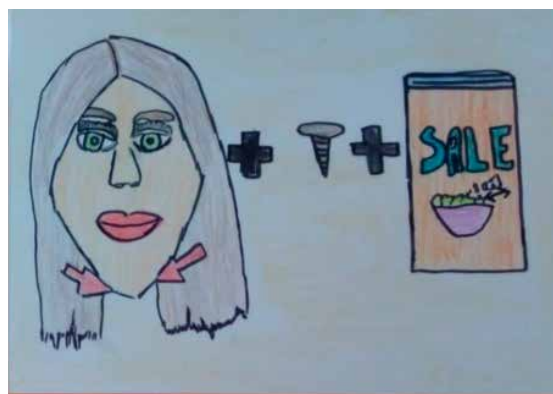
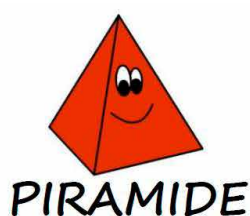


Figura 45. Anagramma: Mento + vite + sale → Novemilasette.



Figura 46. Anagramma: Sedia + lumicini → Seimilaudici.

“Dove ci incontriamo?”. Un interessante gioco, divertente e utile per approfondire le conoscenze fondamentali delle figure geometriche, è “Dove ci incontriamo?”. In questo gioco, che prende spunto dal binomio fantastico di Rodari, si deve trovare un elemento comune a due figure estratte a sorte. Gli alunni hanno preparato alcuni foglietti su ciascuno dei quali hanno scritto il nome di una figura geometrica piana o solida; i foglietti sono stati piegati e posti in una scatola. Nel momento del gioco venivano estratti due foglietti alla volta e i due nomi dovevano essere abbinati cercando di trovare qualcosa in comune. Dopo aver ascoltato tutte le proposte, insieme hanno scelto quella che ritenevano migliore. Per rimanere nel contesto fantastico iniziale, le figure sono state personificate ed è scaturita una raccolta di punti di incontro, originale e creativa. Alcuni esempi nella Figura 47.



PARCO 5 VERTICI
 Se è una piramide quadrata, ha 5 vertici come il pentagono.

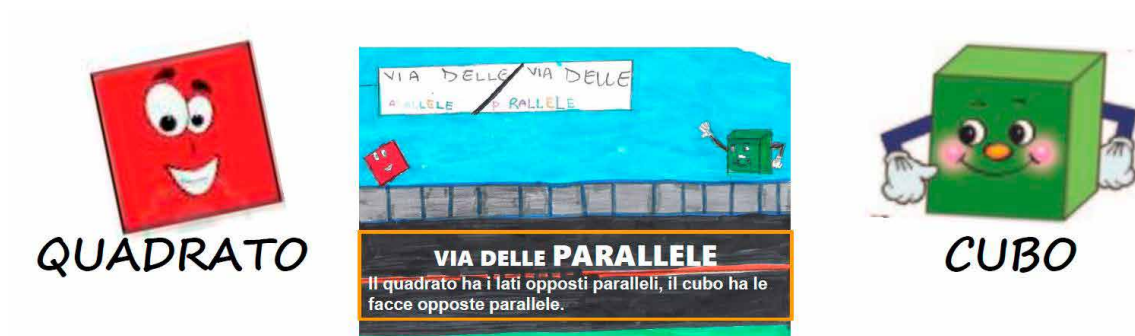


Figura 47. Alcuni esempi del gioco "Dove ci incontriamo?".

Mesostico. Un altro gioco linguistico di cui abbiamo scoperto la grande efficacia didattica è il *mesostico*. Il mesostico è un'alternativa all'acrostico, solo che invece della lettera iniziale, quella su cui ci si concentra è una lettera situata nella parte centrale della parola.

L'attività ha coinvolto ragazzi delle classi quinte primaria e delle classi prime della scuola secondaria di primo grado. Dopo aver mostrato qualche esempio e spiegato le regole di questo gioco linguistico non molto conosciuto, la classe è stata divisa in due gruppi, a ciascun gruppo è stata fornita la griglia riempita e i ragazzi sono stati invitati a scrivere le definizioni (Figura 48); in qualche classe i ragazzi hanno costruito anche la griglia.

MESOSTICO
 cl. 5 - gruppo 1
SCRIVI LE DEFINIZIONI

1		Q	U	A	D	R	A	T	O	
2		P	E	R	I	M	E	T	R	O
3			T	R	A	P	E	Z	I	O
4			R	A	G	G	I	O		
5		A	N	G	O	L	O			
6	T	R	I	A	N	G	O	L	O	
7				L	A	T	I			
8			V	O	L	U	M	E		
9	S	E	G	M	E	N	T	O		

ORIZZONTALI

1)

2)

3)

4)

5)

6)

7)

8)

9)

VERTICALE

*

MESOSTICO
 cl. 5 - gruppo 1

1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										

ORIZZONTALI

1) Un poligono regolare.

2) Misura del confine di una figura.

3) Può essere scaleno.

4) Parte di una bicicletta.

5) Si misura in gradi.

6) Può essere acutangolo, rettangolo, ottusangolo.

7) Un quadrilatero ne ha 4.

8) Lo alzi nella radio.

9) Parte di una retta.

VERTICALE

*

Figura 48. Esempio di un mesostico con griglia completa e con griglia da completare.

Completato il lavoro, i due gruppi si sono scambiati le definizioni che sono state consegnate unitamente alla griglia vuota: quella del gruppo 1 è stata consegnata al gruppo 2 e viceversa ([Allegato 6](#)). Questo gioco è risultato molto interessante, perché ha consentito di riflettere sulla comunicazione in geometria, su che cosa è necessario e sufficiente per individuare il nome di una figura o una caratteristica precisa.

Nella discussione che nasce a conclusione del gioco vengono inevitabilmente contestate le definizioni dei compagni non riconosciute comprensibili o valide, e dunque vengono sollecitate le capacità argomentative, dato che viene chiesto ai ragazzi di motivare le loro contestazioni o le giustificazioni delle loro scelte.

Quelli che abbiamo descritto sono alcuni esempi di attività ludolinguistiche che abbiamo trasformato in giochi italmatici. Nello svolgere queste attività, ci siamo più che mai convinti che giochi di enigmistica linguistico-matematici si possono proporre anche nei primi anni della scuola primaria, perché i bambini si appassionano nella scoperta delle parole, delle loro trasformazioni e dei loro significati. Questi giochi hanno una grande valenza didattica: favoriscono l'ampliamento lessicale e l'uso appropriato di termini specifici; favoriscono il passaggio da un uso spontaneo e naturale della lingua a una consapevolezza ragionata; favoriscono l'acquisizione di concetti matematici e potenziano e sviluppano le competenze comunicative. Spiegare le regole di un gioco ai compagni, inoltre, richiede una comprensione profonda, un grande sforzo comunicativo e aiuta a mettere in ordine le proprie idee. Infine, proprio perché si tratta di giocare, la motivazione e la partecipazione degli alunni sia nello svolgimento sia nell'invenzione dei giochi sono state sempre molto elevate, instaurando così un clima piacevole e positivo.

Bibliografia

- Arrigo, G., & Sbaragli, S. (2004). *I solidi. Riscopriamo la geometria*. Carocci.
- Bartezzaghi, S. (2001). *I diritti dell'Homo ludens*. <https://ricerca.repubblica.it/repubblica/archivio/repubblica/2001/01/06/diritti-dell-homo-ludens.html>.
- Cottino, L., & Sbaragli, S. (2005). *Le diverse "facce" del cubo*. Carocci.
- Dahl, R. (2016). *Matilde*. Salani.
- Demartini, S., & Sbaragli, S. (2015). Geometria e narrazione alla scuola dell'infanzia: un "binomio fantastico". In B. D'Amore & S. Sbaragli (A cura di), *La didattica della matematica, disciplina per l'apprendimento* (pp. 67–72). Pitagora.
- Demartini, S., Fornara, S., & Sbaragli, S. (2017). *Numeri e parole*. Giunti.
- Demartini, S., & Sbaragli, S. (2019). La porta di entrata per la comprensione di un problema: la lettura del testo. *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula*, 5, 9–43. <https://doi.org/10.33683/ddm.18.5.1>
- De Mauro, S. (2007). *Gradit (Grande dizionario italiano della lingua dell'uso)*. Utet.
- Fornara, S., & Giudici, F. (2016). *Giocare con le parole*. Carocci.
- Fornara, S., & Sbaragli, S. (2013). Italmatica. Riflessioni per un insegnamento/apprendimento combinato di italiano e matematica. In B. D'Amore & S. Sbaragli (A cura di), *La didattica della matematica come chiave di lettura delle situazioni d'aula* (pp. 33–38). Pitagora.

Gramsci, A. (2019). *L'albero del riccio*. Iskra.

Lingdren, A. (2010). *Pippi Calzelunghe*. Salani.

Ministero dell'istruzione, dell'università e della ricerca. (2018). *Indicazioni nazionali e nuovi scenari*. <https://www.miur.gov.it/documents/20182/0/Indicazioni+nazionali+e+nuovi+scenari/>

Munari, B. (1998). *Alfabetiere*. Corraini.

Piumini, R. (2010). *LABICI. 26 lettere in gioco*. Artebambini.

Rodari, G. (1973). *Grammatica della fantasia*. Einaudi.

Rodari, G. (1982). *Filastrocche in cielo e in terra*. Einaudi.

Silverstein, S. (2014). *L'albero*. Salani.

Zamponi, E. (1986). *I draghi locopei. Imparare l'italiano con i giochi di parole*. Einaudi.

Educare alla “matematizzazione e modellizzazione” nella scuola media¹

Educate on the “mathematization and modeling” in the secondary school

Lorenzo Cantaluppi

Scuola media di Stabio – Svizzera

✉ lorenzo.cantaluppi@edu.ti.ch

Sunto / L'articolo presenta il percorso didattico svolto in una classe di seconda media con lo scopo di indagare lo sviluppo delle convinzioni degli allievi riguardo agli elementi e ai processi efficaci da attuare al fine di una risoluzione ottimale di un problema matematico. L'itinerario si compone di molteplici attività cooperative attraverso le quali trattare in modo puntuale i processi coinvolti nel ciclo della matematizzazione. Gli allievi hanno affrontato tali proposte con motivazione e interesse, apprezzando in particolare la multidisciplinarietà relativa alla comprensione e alla lettura di un testo. I risultati ottenuti mostrano come gli allievi, durante l'attività di risoluzione di un problema matematico, abbiano imparato a spostare il loro focus dal prodotto ai processi: l'attenzione che prima era rivolta unicamente al risultato matematico viene ora ad essere ripartita anche su processi importanti quali la lettura, l'applicazione di algoritmi, la scelta delle operazioni, l'attuazione di strategie metacognitive e la riflessione e l'interpretazione del risultato matematico ottenuto.

Parole chiave: problema matematico; matematizzazione; processi; lettura dei problemi; comprensione.

Abstract / This paper illustrates the didactic itinerary performed in a 7th-grade class, in order to investigate the development of the students' beliefs about the elements and effective processes to be implemented in order to achieve an optimal resolution of a mathematical problem. The itinerary consists of multiple cooperative activities able to deeply analyze the processes involved in the cycle of mathematization. The students approached these proposals with motivation and interest, with particular appreciation to the multidisciplinary aspect due to the understanding and reading of a text. Results show how the students, during the resolution of a mathematical problem, have learned to shift their focus from the product to the processes: the attention that was previously directed only to the mathematical result is now also distributed on important processes such as the reading, the application of algorithms, the choice of operations, the implementation of metacognitive strategies and the reflection and interpretation of the obtained mathematical result.

Keywords: mathematical problem; mathematization; processes; reading problems; understanding.

1. Questo articolo rappresenta una sintesi del lavoro di diploma Master of Arts in Insegnamento per il livello secondario I, disciplina matematica, di Lorenzo Cantaluppi (2020). La tesi è scaricabile all'indirizzo: <https://tesi.supsi.ch/3161/>

1 Il “problema” in matematica e nella sua didattica

Afferma Halmos, matematico e statistico ungherese:

«In che cosa consiste veramente la matematica? Assiomi (come il postulato delle parallele)? Teoremi (come il teorema fondamentale dell'algebra)? Dimostrazioni (come la dimostrazione di Gödel dell'indecidibilità)? Definizioni (come la definizione di dimensione di Menger)? Teorie (come la teoria delle categorie)? Formule (come la formula dell'integrale di Cauchy)? Metodi (come il metodo delle approssimazioni successive)? Certamente la matematica non potrebbe esistere senza questi ingredienti; essi sono tutti essenziali. Tuttavia un punto di vista sostenibile è che nessuno di essi è al centro della disciplina, che il motivo principale di esistenza per il matematico è risolvere problemi, e che, dunque, quello in cui consiste veramente la matematica sono problemi e soluzioni».

(Halmos, 1980, p. 519, traduzione in Zan, 2007).

Come emerge dalle parole di Halmos, la risoluzione di problemi è un tema prioritario, ampio e complesso della matematica. In un contesto come quello del problem solving, infatti, le difficoltà insite nella disciplina vengono ad essere affiancate da ulteriori ostacoli legati all'attività tanto fondamentale quanto spesso trascurata della comprensione del testo. Dal punto di vista didattico risulta quindi molto importante creare una sinergia tra le due discipline, matematica e italiano, tradizionalmente avvertite molto distanti l'una dall'altra, con il fine di sviluppare parallelamente competenze matematiche e linguistiche e di favorire negli allievi un atteggiamento efficace da adottare nell'attività di risoluzione di problemi. In quest'ottica, l'esperienza didattica qui descritta si propone di offrire agli allievi un percorso mirato all'acquisizione di una nuova consapevolezza circa l'attività di risoluzione di un problema matematico, indagando gli elementi e i processi che la caratterizzano. Ma che cos'è un problema matematico e come si caratterizza in termini didattici?

Secondo il matematico francese Schwartz (1994), si parla di problema matematico quando una persona si trova di fronte ad una situazione non immediata, con una meta definita ma senza sapere ancora come raggiungerla, per la quale il bagaglio delle proprie risposte immediate e abituali non gli permette di venirne a capo. È quindi necessario porsi domande, riflettere, intuire, inventare, strutturare o ristrutturare, accettando di brancolare nel buio fino a quando non si giunge a un'illuminazione. Questa illuminazione non è casuale, bensì frutto di varie riflessioni in grado di condurre alla costruzione di nuove conoscenze. Per queste ragioni il problema matematico si differenzia dall'esercizio matematico, meno spiazzante e caratterizzato dall'esecuzione di procedure note, unicamente da consolidare e automatizzare. D'Amore (2014) invita tuttavia ad una maggiore flessibilità riguardo a tale distinzione: la medesima situazione problematica può configurarsi infatti come problema o esercizio a seconda della specifica situazione didattica in cui viene proposta.

Charnay (1988), professore e didatta francese, propone una classificazione dei problemi matematici sulla base delle loro finalità: costruzione di nuove conoscenze, utilizzo di conoscenze già elaborate, estensione del campo di utilizzo di una nozione già elaborata, utilizzo congiunto di più categorie di conoscenze e sviluppo di competenze metodologiche in situazioni di ricerca. È evidente, dunque, come un problema possa essere utilizzato per differenti scopi.

Zan (1998) distingue invece i problemi reali da quelli scolastici. I primi presentano un obiettivo e delle difficoltà per raggiungerlo da parte del solutore protagonista. I secondi sono caratterizzati invece da una struttura narrativa dotata di dati numerici e seguita da una domanda, spesso artificiosa poiché non derivante da una situazione problematica e legata al contesto solo per l'utilizzo dei dati numerici: in questo tipo di problemi, la struttura narrativa si configura unicamente come contenitore di dati ed evocatrice di un contesto familiare, che però non si presenta coeso con la struttura matematica del

problema. Zan evidenzia la frattura nel modo in cui gli allievi affrontano i due problemi: vi è la convinzione che per risolvere un problema scolastico sia sempre necessario eseguire un calcolo matematico, per il quale gli allievi procedono per lo più in modo casuale, combinando tra loro i dati numerici senza logica o sulla base di schemi risolutivi ormai cristallizzati. Questo atteggiamento evidenzia una grande e diffusa difficoltà che gli allievi presentano nella risoluzione dei problemi matematici e che il matematico americano Schoenfeld definisce come sospensione di senso, riferendosi alla mancanza di una vera e propria riflessione e *penetrazione della situazione problematica*:

«Gli studenti preoccupati della forma [...] passeranno più tempo a preoccuparsi della forma della loro risposta che a cercare di capire il risultato che stanno scrivendo. E gli studenti che credono che la comprensione della matematica sia semplicemente al di là dei comuni mortali come loro, diventano consumatori passivi di matematica, accettando e memorizzando ciò che viene loro consegnato senza tentare di dargli un senso da soli».

(Schoenfeld, 1987, p. 198, traduzione dell'autore).

Dal punto di vista didattico può essere interessante indagare la percezione degli allievi riguardo ai problemi. In Zan (1998, p. 41), ad esempio, viene presentata questa risposta, data da un bambino di III elementare alla domanda “che cos'è un problema?": «Per me un problema è una cosa che bisogna saper risolvere. Un problema è un esercizio-prova per vedere se una persona ha afferrato l'argomento».

Questa risposta mette in evidenza una convinzione di molti allievi riguardo allo scopo di un problema matematico: giungere al risultato corretto e mettere in campo le conoscenze e abilità proprie della disciplina è più importante rispetto a comprendere realmente la situazione proposta. Convinzioni profonde e cristallizzate come questa hanno il potere di influenzare l'atteggiamento e il comportamento messo in atto dagli allievi nei processi risolutivi: in virtù di questa convinzione, infatti, le risorse cognitive degli allievi saranno per lo più focalizzate sulla risoluzione matematica del problema piuttosto che sulla lettura, comprensione e interpretazione della situazione proposta.

È dunque compito del docente impegnarsi per evitare di sottoporre agli allievi problemi stereotipati e cercare di modificare il contratto didattico che si instaura in classe per questo argomento; è inoltre importante che il docente agisca anche sulle sue abitudini e attese nei confronti di un problema matematico, spesso focalizzate sul risultato piuttosto che sul processo. In questo modo gli allievi potranno modificare le proprie convinzioni e, di conseguenza, il proprio atteggiamento nella risoluzione di problemi.

2 Il ciclo della matematizzazione

Tra i quattro processi cognitivi della matematica descritti nel *Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese* (Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport [DECS], 2015) compare il processo “*matematizzare e modellizzare*”. Tale processo è fortemente legato all'attività di risoluzione di problemi poiché consiste nell'organizzare e analizzare una situazione reale tramite gli strumenti della disciplina, cioè traducendo, riorganizzando e ricostruendo un problema dal contesto reale nel mondo simbolico della matematica, e viceversa (Jupri & Drijvers, 2016). Il processo “*matematizzare e modellizzare*” si caratterizza per la sua coerenza con un'indicazione centrale del Piano di studio, non solo per la matematica, ai fini dello sviluppo di un agire competente e consapevole: ricorrere a efficaci situazioni di apprendimento tratte dall'esperienza che consentano agli allievi di applicarvi i concetti, i principi e i metodi della disciplina.

L’indagine internazionale PISA (*Programme for International Student Assessment*), promossa dall’OCSE (Organizzazione per la Cooperazione e lo Sviluppo Economico), definisce all’interno della matematizzazione e modellizzazione il ciclo della matematizzazione (Organization for Economic Co-operation and Development [OECD], 2013, 2016). Tale ciclo illustra le fasi e i processi coinvolti nell’attività di risoluzione di un problema matematico e può essere visualizzato attraverso il seguente schema (Figura 1).

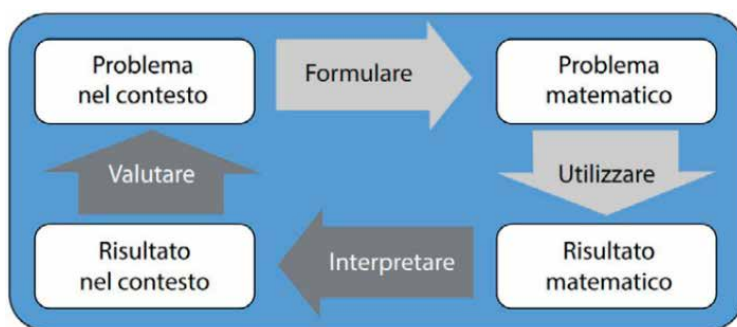


Figura 1. Il ciclo della matematizzazione descritto da OCSE-PISA.

Il punto di partenza del ciclo è rappresentato dal problema nel contesto, il quale attraverso il processo “*formulare*” viene tradotto nel linguaggio formale della disciplina e convertito in problema matematico. Grazie al processo “*utilizzare*” vengono applicati i saperi e le strategie risolutive necessarie per giungere a un risultato matematico, il quale successivamente, tramite il processo “*interpretare*”, viene analizzato alla luce del contesto di partenza, ottenendo appunto il risultato nel contesto. Il processo finale consiste nel “*valutare*” l’accettabilità dei processi risolutivi in funzione del contesto, identificandone potenzialità e limiti (Franchini et al., 2017).

Treffers (1987) e Freudenthal (1991) evidenziano due tipi di *matematizzazione*, riconoscibili nello schema in Figura 2, in cui si distingue una matematizzazione *orizzontale* e una *verticale*.

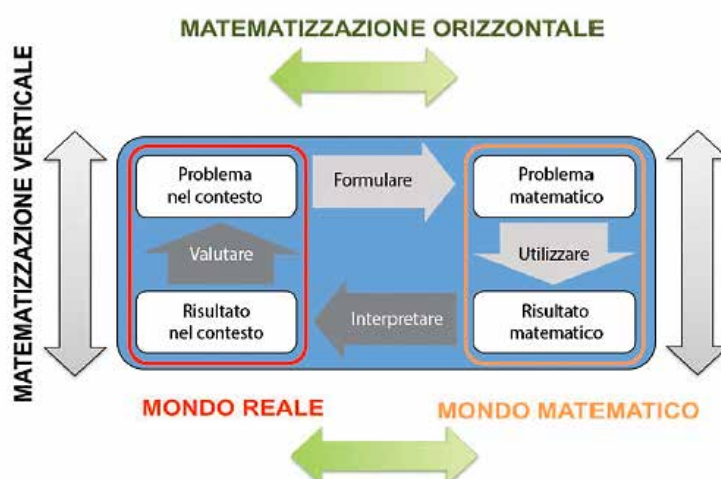


Figura 2. Distinzione tra matematizzazione orizzontale e verticale.

La matematizzazione orizzontale richiama i processi “*formulare*” e “*interpretare*” e consiste nella comunicazione tra il mondo reale e quello matematico: tale comunicazione si concretizza attraverso

la traduzione del problema nel contesto mediante rappresentazioni semiotiche e tramite l’interpretazione del risultato matematico alla luce del contesto reale. La matematizzazione verticale, invece, richiama i processi “utilizzare” e “valutare” e consiste nell’applicazione di procedure e strategie all’interno dello stesso mondo: essa richiede sia l’utilizzo di conoscenze e risorse proprie della disciplina sia la verifica dell’applicabilità delle procedure risolutive in funzione del contesto (e la loro relativa possibilità di generalizzazione).

Tra i processi del ciclo della matematizzazione, il più delicato e determinante è sicuramente il processo “formulare”. Per risolvere un problema matematico è infatti necessario analizzare il problema nel contesto e distinguere le informazioni rilevanti ai fini della risoluzione da quelle inutili o superflue. Tale capacità di discernimento richiede a priori una vera comprensione della situazione proposta, che è conseguibile, laddove il problema venga presentato in forma scritta, attraverso una lettura efficace del testo e una conseguente comprensione delle informazioni da esso trasmesse, espresse in varie forme (linguistica, aritmetica, algebrica, grafica ecc.). Quando il problema è stato compreso e privato degli elementi ininfluenti e di contorno, spetta al risolutore individuare una struttura coerente, astratta e ideale che permette di tradurre il problema nel linguaggio matematico, rendendolo quindi risolvibile attraverso gli strumenti della disciplina.

È possibile riconoscere un chiaro parallelismo fra i processi del ciclo della matematizzazione appena descritti e i processi cognitivi riconducibili alla matematica presentati nel *Piano di studio della scuola dell’obbligo ticinese*:

- il processo “formulare” risulta connesso al processo cognitivo “esplorare e provare”, caratterizzato dall’esplorazione di situazioni matematiche non note e dalla scelta di affrontarle per tentativi ed errori, individuando strategie e procedimenti interpretativi e risolutivi e formulando congetture;
- il processo “utilizzare” richiama in modo significativo le risorse cognitive “sapere e riconoscere” ed “eseguire e applicare”, rispettivamente caratterizzate dalla padronanza delle conoscenze dichiarative e procedurali proprie della disciplina e dal saper eseguire procedimenti e algoritmi;
- i processi “interpretare” e “valutare” richiamano con evidenza i processi cognitivi “interpretare e riflettere sui risultati” e “comunicare e argomentare”, poiché il solutore è chiamato a descrivere, giustificare e argomentare il perché delle proprie scelte e conclusioni in rapporto al problema e al contesto reale di partenza.

Da quanto finora esposto risulta già evidente la complessità insita nella risoluzione dei problemi. Come ovvio, questa complessità ha conseguenze dal punto di vista di chi si pone davanti a un problema per risolverlo. Ad esempio, secondo la gerarchia degli errori di Newman (1977) e Clements (1980), le difficoltà che gli allievi possono incontrare nel ciclo della matematizzazione sono numerose: la conoscenza del significato delle parole, la comprensione del significato del problema e la corretta rappresentazione della situazione, la traduzione dal problema nel contesto in problema matematico, la risoluzione del problema matematico tramite l’applicazione di algoritmi risolutivi e l’interpretazione del risultato matematico nel contesto reale. Tali difficoltà, dunque, riguardano tutti i processi del ciclo della matematizzazione, ma in particolare il processo “formulare”, in cui l’azione della lettura gioca un ruolo fondamentale per la comprensione della situazione nel contesto reale e per la sua successiva traduzione nel linguaggio proprio della disciplina. Si tratta, infatti, di passare attraverso un particolare tipo di testo (il problema, appunto) per procedere alle fasi successive del ciclo, e questo passaggio ha per così dire una porta d’entrata (Demartini & Sbaragli, 2019) che è data dalla lettura del testo stesso. Ma come ci si può avvicinare alla lettura di un testo e, di conseguenza, anche di un testo matematico? Come sottolineato da alcuni ricercatori, esistono diversi atteggiamenti da adottare in funzione del genere e dello scopo prefissato dal testo stesso. Ad esempio, Tanner e Green (1988) propongono la seguente classificazione dei diversi tipi di lettura, oggi accolta nei principali quadri di riferimento delle indagini nazionali e internazionali:

- lettura esplorativa o orientativa (*skimming*): lettura rapida e a salti, con l’obiettivo di capire di cosa parla un determinato testo e valutare se è di proprio interesse oppure no;
- lettura selettiva (*scanning*): lettura mirata per la ricerca di specifiche informazioni o parole;
- lettura estensiva o globale (*extensive*): lettura classica, sequenziale, da cui si può ricavare un certo tipo di apprendimento;
- lettura intensiva o analitica (*intensive* o *narrow*): lettura profonda e reiterata, con l’obiettivo di comprendere e interpretare al meglio il testo grazie all’intervento attivo del lettore.

Di fronte a un problema matematico, gli allievi eseguono tipicamente una lettura di tipo selettivo: ricercano i dati numerici e le parole chiave che indicano il tipo di operazione da svolgere (Zan, 2016). Questa strategia non permette agli allievi di lavorare sulla comprensione del testo e sullo sviluppo di un pensiero critico e costruttivo. Molto spesso, tuttavia, i problemi con i quali gli studenti hanno a che fare nell’ambiente scolastico sono costruiti in modo tale da favorire questo tipo di lettura selettiva, perché il testo si configura unicamente come contenitore di dati: si tratta dei cosiddetti «problemi a quadretti», espressione usata da Zan (2016) per distinguere questo tipo di problema dai «problemi a righe», caratterizzati invece da una profonda integrazione fra l’aspetto matematico e quello narrativo, in cui la lettura selettiva del testo non è una strategia vincente perché i dettagli della storia sono tutti funzionali alla comprensione del problema.

Al di là di questa distinzione, è comunque chiaro che al fine di rendere possibile una buona lettura e una buona analisi di un problema è necessario adottare una lettura intensiva, che permetta all’allievo di soffermarsi e di indagare su tutte le componenti del testo. Ciò che è davvero importante, tuttavia, è rendere gli allievi consapevoli dell’esistenza di diversi tipi di letture e dell’importanza di saper applicare ciascuna di esse in funzione del testo e degli obiettivi prefissati.

In definitiva, per la corretta risoluzione di un problema matematico è necessario possedere risorse cognitive, attivare processi cognitivi e padroneggiare competenze linguistiche. Le conoscenze e le abilità proprie della disciplina devono dunque essere supportate dalla capacità di riconoscere il significato e l’obiettivo di un problema. È perciò fondamentale lavorare con gli allievi sul concetto di *devoluzione*, definito da Brousseau (1998) come il processo attraverso il quale l’allievo comprende e si fa personalmente carico del problema, condividendone l’obiettivo con l’insegnante. Questo processo passa inevitabilmente attraverso l’operazione di lettura del testo e coinvolge il processo “formulare” del ciclo della matematizzazione. Per quanto riguarda i processi successivi, invece, gli allievi affrontano i problemi sulla base di classici stereotipi che li conducono ad adottare comportamenti non logici come la combinazione casuale di dati. È compito del docente rinegoziare le proprie abitudini, modificando le convinzioni degli allievi rispetto al significato di problema matematico e rispetto agli elementi e ai processi efficaci da attuare al fine di una risoluzione ottimale. L’obiettivo è quello di sviluppare negli allievi un atteggiamento attivo, critico e costruttivo: per questo motivo è necessario lavorare anche sui processi “utilizzare”, “interpretare” e “valutare” del ciclo della matematizzazione, che sono i processi meno considerati dagli allievi. È quanto si è cercato di tenere in considerazione nel progettare l’esperienza che verrà descritta nei prossimi paragrafi.

3 Metodologia

Il presente lavoro è stato proposto ad una classe di seconda della scuola media di Stabio in Canton Ticino, composta da 19 allievi, di cui 9 maschi e 10 femmine.

Il percorso può essere suddiviso in tre fasi: questionario iniziale, intervento didattico e questionario finale. Il questionario iniziale ha permesso di indagare le convinzioni iniziali degli allievi riguardo alle fasi per loro necessarie e agli elementi e ai processi efficaci per la risoluzione ottimale di un problema matematico. Successivamente, è stato proposto agli allievi un intervento didattico con l’obiettivo di

modificare le loro convinzioni, nel caso non fossero ancora adeguate, riguardo agli elementi e ai processi efficaci per la risoluzione di un problema matematico. Questo intervento didattico si è articolato in molteplici attività:

- costruzione di un procedimento comune;
- parallelismo tra fasi individuate e ciclo della matematizzazione;
- lettura di diversi tipi, generi e formati di testi;
- analisi di testi di diversi tipi di problemi;
- risoluzione di problemi e applicazione di strategie e calcoli;
- riflessione e interpretazione nella risoluzione di problemi;
- analisi di protocolli di problemi matematici.

Infine, il questionario finale ha permesso di verificare se le convinzioni degli allievi riguardo agli elementi e ai processi efficaci da attuare al fine di una risoluzione ottimale di un problema matematico sono cambiate dopo il percorso svolto sul ciclo della matematizzazione e sulle attività focalizzate a rafforzare i diversi processi coinvolti.

Le attività svolte durante l'intervento didattico si sono rivelate adatte per ragazzi di questa età, i quali, generalmente, presentano ancora un comportamento molto standardizzato nella risoluzione di problemi, più focalizzato sul prodotto piuttosto che sui processi. Si è scelto quindi di proporre agli allievi alcune attività al fine di guidarli in un percorso mirato alla ridefinizione delle loro convinzioni. Le attività sono state proposte nel periodo compreso tra inizio novembre e inizio marzo. Si è cercato di inserire nelle attività alcuni richiami agli argomenti relativi al programma annuale della disciplina. La chiusura delle scuole a causa della pandemia da virus COVID-19 ha determinato la necessità di accelerare lo svolgimento di alcune attività finali e di svolgere totalmente a distanza il questionario conclusivo.

4 Descrizione del percorso didattico

Nei paragrafi seguenti vengono riportate nel dettaglio le attività realizzate durante l'intervento didattico proposto agli allievi. Per ciascuna attività, dopo una breve introduzione, vengono descritti l'obiettivo, la struttura, le riflessioni emerse e le eventuali difficoltà incontrate, nonché un bilancio generale della singola esperienza. Per l'analisi dettagliata dei risultati ottenuti dai questionari si rimanda al lavoro di diploma al link <https://tesi.supsi.ch/3161/>.

4.1 Costruzione di un procedimento comune

A seguito della somministrazione di un questionario iniziale ([Allegato 1](#)) volto ad indagare le convinzioni in ingresso degli allievi relativamente alle fasi per loro necessarie e agli elementi e ai processi efficaci per la risoluzione ottimale di un problema matematico, l'intervento didattico ha avuto inizio con un'attività progettata per permettere agli allievi, senza alcun tipo di condizionamento, di elaborare un procedimento comune a tutta la classe relativo ai processi necessari per risolvere al meglio un problema matematico.

Agli allievi sono state innanzitutto presentate ([Allegato 2](#)) le risposte da loro fornite al questionario iniziale e sono stati evidenziati i 5 diversi stili da loro liberamente adottati (fumetto, schema, disegno, racconto ed elenco, in [Figura 3](#)) per rispondere alla prima domanda del questionario: che cosa si dovrebbe fare per riuscire a risolvere un problema matematico? L'obiettivo era quello di far loro scegliere uno stile condiviso da utilizzare in seguito per l'attività di gruppo. Di comune accordo, dopo aver ponderato vantaggi e svantaggi di ogni opzione, gli allievi hanno scelto lo stile del “racconto”.

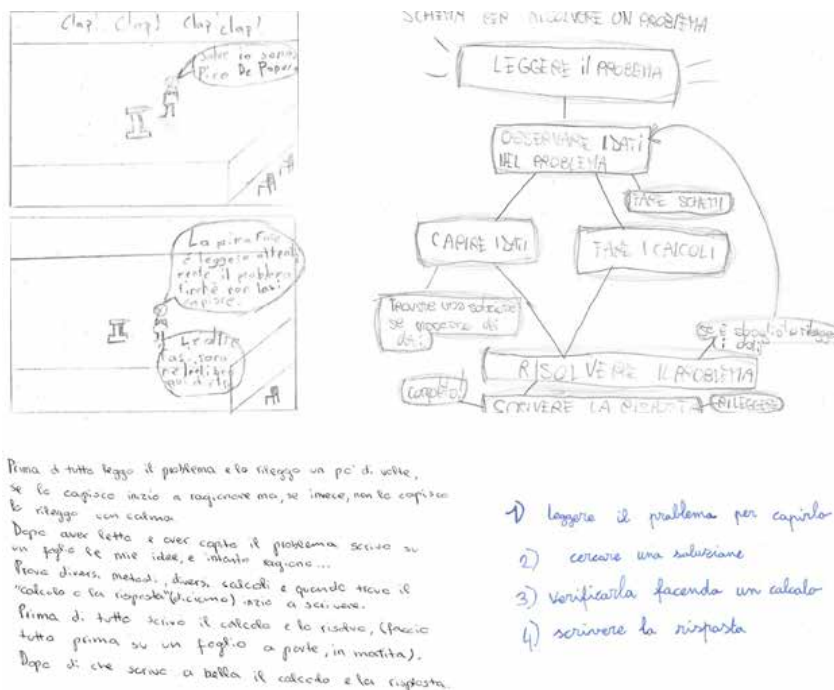


Figura 3. Esempi degli stili di risposta adottati dagli allievi per rispondere al questionario iniziale.

Successivamente, gli studenti sono stati suddivisi in 4 gruppi creati a partire dai processi risolutivi emersi dall’analisi delle risposte da loro fornite al questionario iniziale: leggere, comprendere, risolvere e riflettere. A ciascun gruppo sono stati presentati tutti gli enunciati espressi dagli allievi inerenti a quel preciso processo ([Allegato 3](#)), come riportato per chiarezza in [Figura 4](#) relativamente al processo “leggere”.

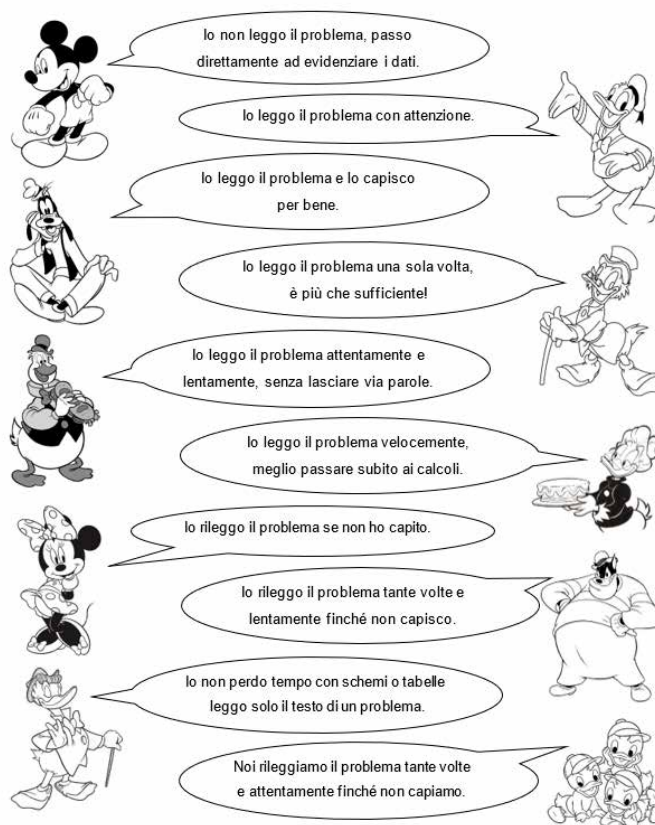


Figura 4. Raccolta di enunciati proposti al gruppo dedicato al processo della lettura.

Gli allievi hanno dovuto riflettere su tali enunciati e valutare l’importanza degli stessi, per poi riassumere il procedimento da loro validato utilizzando lo stile scelto del racconto. In Figura 5 è riportata la risposta data dagli allievi appartenenti al gruppo “leggere”.

Quando bisogna risolvere un problema si legge attentamente la consegna e se è necessario si rilegge più volte, si evidenziano i dati importanti e si scartano quelli inutili. Il problema bisogna leggerlo con calma, passaggio per passaggio e in un clima di tranquillità. Di fronte al problema si possono scrivere degli appunti per poi riuscire a risolverlo.

Figura 5. Procedimento validato in condivisione dal gruppo chiamato a lavorare sul processo della lettura.

Ciascun gruppo è stato poi chiamato a presentare il proprio lavoro davanti ai compagni e, di seguito, la classe è stata coinvolta in una discussione generale con l’obiettivo di definire lo schema finale da tutti condiviso. Per poter fissare in maniera stabile tale procedimento comune è stato infine realizzato un cartellone (Figura 6), la cui copia è stata poi consegnata a ciascun allievo per utilizzo personale.

COME RISOLVERE UN PROBLEMA ...





<div style="text-align: center;">  <h3>LEGGERE</h3> </div> <p>Quando bisogna risolvere un problema, io leggo attentamente la consegna e se è necessario rileggo più volte. Evidenzio i dati importanti e scarto quelli inutili. Il problema lo leggo con calma passaggio per passaggio in un clima di tranquillità. Di fronte al problema posso scrivere degli appunti per poi riuscire a risolverlo.</p>	<div style="text-align: center;">  <h3>COMPRENDERE</h3> </div> <p>Dopo aver letto il problema io Non Penso sia utile capire se ho già visto problemi Simili in precedenza, perché basta che capisco che si sbaglia il problema. Evidenzio invece le parti più importanti e schemizzo il problema. Comprendo i dati che il problema mi fornisce e se dopo alcune riflessioni non capisco allora chiedo al prof. Se Non ricordo l'argomento, consulto il classmate.</p>
<div style="text-align: center;">  <h3>RISOLVERE</h3> </div> <p>Per risolvere un problema io prendo le varie informazioni dal testo, scelgo i vari calcoli. Su un foglio a parte verifico la forma corretta. Metto poi i risultati su un foglio di bella in forma ordinata e corretta, per risolvere meglio il problema. Esempio: $(100 + 10) \cdot 3 = 105 \cdot 3 = 315$ (per i bambini). Per creare una risposta sensata, leggo attentamente la domanda, da cui si prende spunto per la risposta. Esempio: Quanti franchi ha ricevuto Andrea a Natale da suo papà? Risposta: Andrea ha ricevuto 194 fr da suo papà.</p>	<div style="text-align: center;">  <h3>RIFLETTERE</h3> </div> <p>Dopo aver finito il problema, ritengo i calcoli fatti per risolverlo e, con un ragionamento logico, osservo se corrispondono alla consegna data. Devo essere sempre sicuro sul mio lavoro svolto e controllato. Inoltre, se attivo degli errori, non devo cancellare subito.</p>

Figura 6. Cartellone finale con riportato il procedimento condiviso da tutti gli allievi riguardo ai processi necessari per risolvere al meglio un problema matematico.

Si riporta per maggiore chiarezza quanto scritto nel cartellone:

- Leggere → Quando bisogna risolvere un problema, io leggo attentamente la consegna e se è necessario rileggo più volte. Evidenzio i dati importanti e scarto quelli inutili. Il problema lo leggo con calma passaggio per passaggio in un clima di tranquillità. Di fianco al problema posso scrivere degli appunti per poi riuscire a risolverlo.
- Comprendere → Dopo aver letto il problema, io non penso sia utile capire se ho già visto problemi simili in precedenza perché basta che cambi qualcosa che si sbaglia il problema. Evidenzio invece le parti più importanti e schematizzo il problema. Comprendo i dati che il problema ci fornisce e se dopo alcune riflessioni non capisco ancora allora chiedo al prof. Se non ricordo l’argomento, consulto il classatore.
- Risolvere → Per risolvere un problema io prendo le varie informazioni dal testo, svolgo i vari calcoli su un foglio a parte e verifico la forma corretta. Metto poi i calcoli su un foglio di bella in forma ordinata e corretta, per risolvere meglio il problema. Esempio: $(180 + 16) - 5 = 196 - 5 = 191$ Fr (ricevuti). Per creare una risposta sensata, leggo attentamente la domanda da cui si prende spunto per la risposta. Esempio: Quanti franchi ha ricevuto Andrea a Natale da suo papà? Risposta: Andrea ha ricevuto 191 Fr da suo papà.
- Riflettere → Dopo aver finito il problema, rileggo i calcoli fatti per risolverlo e, con un ragionamento logico, osservo se corrisponde alla consegna data. Devo essere sempre sicuro sul mio lavoro svolto e controllato. Inoltre, se trovo degli errori, non devo cancellare subito.

Ciò che emerge dalla lettura del cartellone e, in generale, da questa prima attività non si discosta da quanto precedentemente osservato dall’analisi del questionario iniziale:

- si dichiara l’importanza di una lettura intensiva e di un’eventuale rilettura;
- si ricorre ad una selezione delle informazioni del testo per comprenderne il significato;
- si procede in maniera rigorosa e schematica per la risoluzione matematica;
- si sottolinea l’importanza di controllare che i calcoli abbiano senso rispetto alla consegna data.

L’aspetto estremamente positivo di questa attività è stato che tutti gli allievi hanno partecipato con interesse e mettendosi in gioco, sia nella discussione di gruppo sia nella realizzazione pratica del cartellone. Gli allievi in genere più timidi hanno trovato questa modalità utile per offrire anch’essi il loro valido contributo.

4.2 Parallelismo tra fasi individuate e ciclo della matematizzazione

A questo punto del percorso, dopo aver definito le fasi ritenute dagli allievi necessarie per la risoluzione di un problema matematico, è stata loro presentata la distinzione tra “mondo reale” e “mondo matematico”. Si è scelto di definire questi due concetti al fine di costruire il terreno necessario per allestire un parallelismo tra le fasi individuate dagli allievi e il ciclo della matematizzazione.

Agli allievi sono stati presentati alcuni esempi di semplici problemi per rendere a tutti chiara la differenza tra “mondo reale” e “mondo matematico”. Una volta chiarite queste due espressioni, è stato chiesto agli allievi di inserire le quattro fasi di risoluzione da loro individuate nello schema riportato nella scheda dell’attività ([Allegato 4](#)): si è dunque ottenuto un ciclo della matematizzazione personalizzato sulla base delle convinzioni iniziali degli allievi, come riportato in [Figura 7](#). Tale ciclo è stato più volte ripreso e ridiscusso durante l’intervento didattico per consolidare la prospettiva generale di quanto svolto e per evidenziare, all’inizio di ogni attività, la fase specifica su cui lavorare e da analizzare.

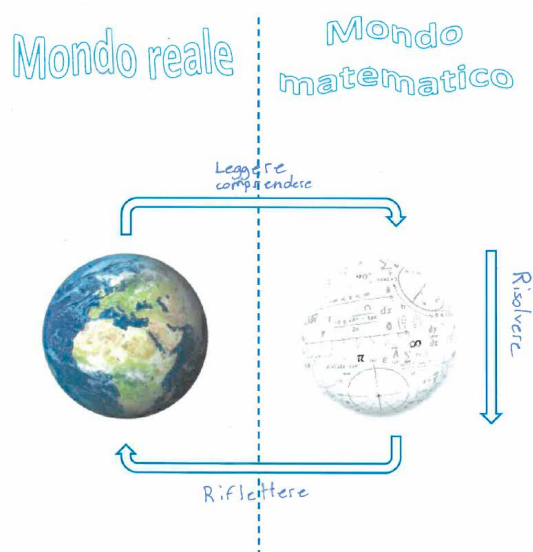


Figura 7. Parallelismo tra fasi riconosciute dagli allievi e ciclo della matematizzazione.

Come si evince dall’immagine, gli allievi hanno riconosciuto che:

- le fasi “leggere” e “comprendere” sono necessarie per tradurre il problema dal mondo reale al problema matematico e permettono di comprendere correttamente il significato e la richiesta del problema e di distinguere ciò che serve per risolvere un problema da ciò che è invece superfluo;
- la fase “risolvere” permette di raggiungere la soluzione matematica del problema e consiste nel mettere in gioco le risorse proprie della disciplina, muovendosi dunque sempre all’interno del mondo matematico;
- la fase “riflettere” consente di tornare dal mondo matematico al mondo reale, elaborando dunque una risposta al problema che tenga conto delle condizioni iniziali.

La distinzione tra “mondo reale” e “mondo matematico” non è risultata immediata agli allievi ed è stato necessario proporre più esempi per chiarire le differenze. L’obiettivo dell’attività, tuttavia, non è risultato compromesso e grazie a queste riflessioni si è potuto definire uno schema generale che, in maniera sintetica ed evidente, andasse a ricapitolare le fasi necessarie da attuare in relazione ai diversi contesti, con richiamo al ciclo della matematizzazione.

4.3 Lettura di diversi tipi, generi e formati di testi

L’obiettivo di questa attività è stato quello di presentare agli allievi le diverse modalità di lettura, da adattare in funzione del contesto e dell’obiettivo.

Gli allievi sono stati suddivisi in gruppi e in ciascuno di essi sono stati nominati un portavoce e un responsabile del tempo, incaricato di prendere nota del tempo impiegato dal gruppo per svolgere ogni successiva richiesta. L’attività proposta ([Allegato 5](#)) è stata articolata su cinque sezioni:

1. lettura di alcuni volantini per scoprire quali di essi vendono cellulari;
2. lettura di un dizionario per cercare due termini matematici;
3. lettura di un testo narrativo matematico breve (alcune pagine), tratto da un’opera di Cerasoli (2001), per poter imparare una storia da saper poi raccontare con parole proprie;
4. lettura di un testo tratto da un manuale scolastico per apprendere il significato matematico;
5. esercizio finale per consolidare la relazione tra testo, scopo e tipo di lettura.

Per ciascuna delle prime quattro sezioni è stato chiesto agli allievi di rispondere, terminata la lettura del testo specifico, alle seguenti domande volte ad indagare la modalità di esecuzione e le caratteri-

stiche della lettura effettuata:

- come avete effettuato la lettura di questo testo?
- che cosa vi siete chiesti durante l'attività per raggiungere il vostro obiettivo?
- avete incontrato delle difficoltà? Se sì, quali?
- la lettura è stata faticosa o piacevole?
- quanto tempo avete impiegato per raggiungere l'obiettivo?

Al termine di queste sezioni di lettura, la classe si è riunita per discutere riguardo alle risposte fornite da ogni gruppo. Per ciascuna sezione sono stati riportati alla lavagna i principali commenti degli allievi, sui quali tutti erano concordi (appunti in nero nella Figura 8). In seguito, grazie a questo momento di condivisione, è stato possibile dare a ogni modalità di lettura adottata un nome (appunti in verde nella Figura 8) e una descrizione più formale (Figura 9).

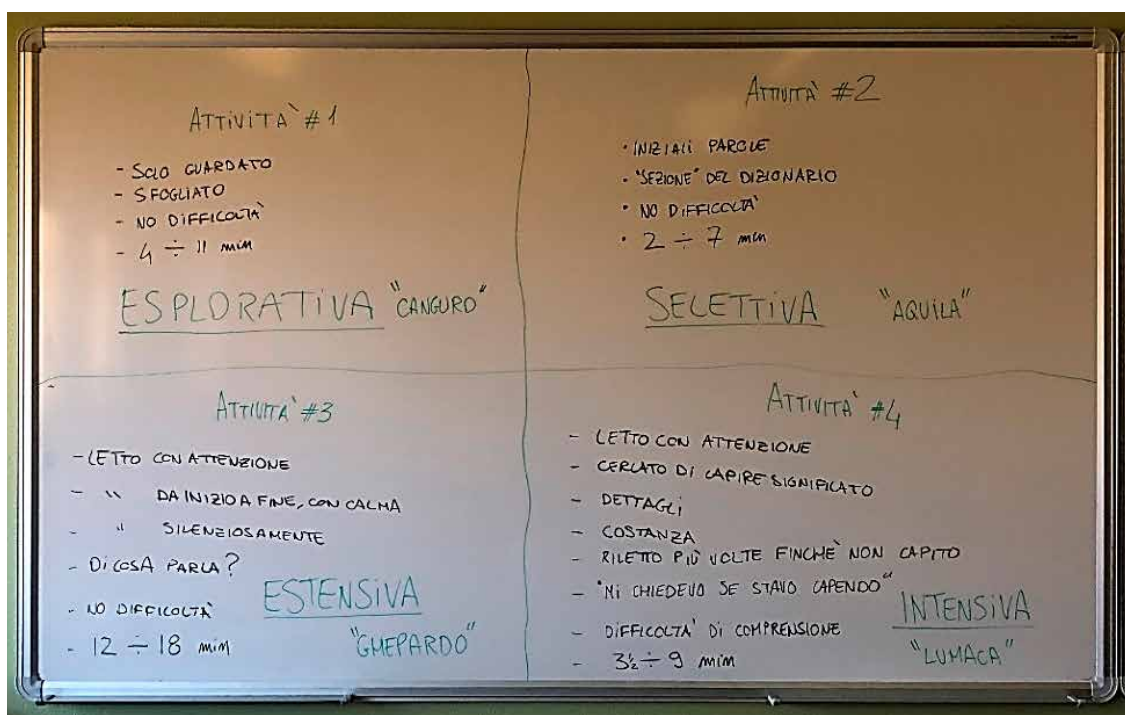


Figura 8. Lavagna con riportato quanto emerso dalla discussione a gruppo riunito a seguito delle 4 diverse attività di lettura.

Analisi finale (dopo l'attività a gruppi): LETTURA: *Esplorativa*
scorrere rapidamente un testo a salti per capire di cosa parla, come il canguro

Analisi finale (dopo l'attività a gruppi): LETTURA: *Selettiva*
Cercare informazioni specifiche (AQUILA)

Analisi finale (dopo l'attività a gruppi): LETTURA: *Estensiva (ghepardo)*
È una lettura veloce, distesa, sequenziale che usiamo spontaneamente per leggere con piacere.

Analisi finale (dopo l'attività a gruppi): LETTURA: *Intensiva*
È una lettura per studiare e per imparare, perché prevede che si si lavora sul testo per comprendere il testo è come la lumaca.

Figura 9. Descrizione delle caratteristiche di ogni tipo di lettura presentata: esplorativa, selettiva, estensiva e intensiva.

Come emerso, a ciascuna delle prime quattro sezioni dell’attività corrisponde una modalità di lettura prevalente, nell’ordine: lettura esplorativa, lettura selettiva, lettura estensiva e, infine, lettura intensiva. Dopo averne definito le caratteristiche, ad ogni modalità è stata attribuita l’immagine di un animale per permettere con più chiarezza di ricordare il tipo di atteggiamento da adottare: canguro (lettura esplorativa), aquila (lettura selettiva), ghepardo (lettura estensiva) e lumaca (lettura intensiva). L’attività si è conclusa con l’ultima sezione (Allegato 5), in cui gli allievi sono stati chiamati ad associare ad un determinato testo e scopo la migliore modalità di lettura da attuare, specificandone inoltre le caratteristiche. In Figura 10 si riportano invece alcuni ulteriori esempi, costruiti dagli allievi stessi, relativi all’associazione testo, scopo, tipo di lettura e caratteristiche della lettura.

TESTO	SCOPO	TIPO DI LETTURA	CARATTERISTICHE DELLA LETTURA
Istruzioni Farmaco	capire come assumere il farmaco	L. Intensiva	Lentamente/senza saltare passaggi
Schede classeur	preparare un formulario per la verifica	L. Selettiva	Mirata
Giornale	leggerlo per non annoiarsi	L. Estensiva	Scorrevole/Piacevole
Tutorial videoregistrato	capire come si gioca (solo alcuni comandi)	L. Selettiva	comprensiva/a salti

Figura 10. Tabella compilata dagli allievi con esempi di generi di testi e relativi scopi, con associate le rispettive modalità di lettura e caratteristiche.

L’attività è stata svolta in modo lineare e scorrevole, senza particolari ostacoli che ne compromettesero lo sviluppo. Tuttavia, gli allievi hanno riscontrato alcune difficoltà nel rispondere alle seguenti domande riguardo alle attività di lettura esplorativa (volantino) e selettiva (dizionario):

- come avete effettuato la lettura di questo testo?
- che cosa vi siete chiesti durante l’attività per raggiungere il vostro obiettivo?

Tali difficoltà possono essere dovute al fatto che l’obiettivo da raggiungere in queste attività era apparentemente semplice e, dunque, gli allievi hanno agito in modo spontaneo. Ciò ha determinato una maggiore rapidità di esecuzione ma, al contempo, anche maggiori difficoltà nell’indagare le modalità del proprio agire.

In aggiunta, distinguere una lettura esplorativa da una lettura selettiva non è stato per tutti immediato: la non sequenzialità di entrambe le letture le rendeva agli occhi degli allievi molto simili tra loro. È stato quindi più volte necessario rimarcare la differenza, insistendo sull’atteggiamento da adottare in analogia con il mondo animale (atteggiamento del canguro rispetto a quello dell’aquila).

Grazie a queste attività, gli allievi hanno imparato che esistono diverse modalità di lettura e che il tipo di lettura dipende fortemente dal testo e dallo scopo che si ha. Gli allievi hanno accresciuto la propria consapevolezza sull’argomento e hanno acquisito strumenti efficaci per dettagliare e per saper spiegare le modalità con cui leggono un determinato testo.

4.4 Analisi di testi di diversi tipi di problemi

Dopo essere venuti a conoscenza delle diverse modalità di lettura a loro disposizione, gli allievi sono stati chiamati a lavorare sull’analisi del testo di una raccolta di problemi, tra loro differenti per natura, in modo da poter focalizzare l’attenzione sulle operazioni di lettura e comprensione. L’obiettivo di questa attività è stato quello di offrire del tempo agli allievi per analizzare in profondità il testo di un problema. Si è cercato di evitare di passare direttamente alla fase risolutiva, concedendo quel tempo

prezioso, ma spesso trascurato, che permette di eseguire correttamente le operazioni di lettura e comprensione, tanto importanti nel processo “formulare” del ciclo della matematizzazione.

Agli allievi sono state consegnate le schede (Allegato 6) contenenti i problemi di diversa natura da analizzare: 2 problemi con i dati coperti; 2 problemi con i dati mancanti; 3 problemi con relazioni numeriche complesse; 4 problemi in cui emerge in modo chiaro l’effetto negativo di una lettura selettiva; 1 problema con domande non stereotipate; 1 problema con un contesto non familiare; 1 problema con una struttura narrativa del testo; 4 problemi con lessico specialistico o non noto.

A gruppo riunito, la classe ha affrontato un problema alla volta. Dopo una prima lettura insieme, ad ogni allievo è stato concesso il tempo per rileggere il testo, comprenderlo e analizzarlo individualmente. Al termine di questa riflessione in autonomia, la classe ha discusso delle difficoltà emerse nel processo di lettura e comprensione del testo. Dopo aver analizzato collettivamente il problema, è stato infine dedicato del tempo per la risoluzione dello stesso.

Durante l’analisi dei problemi gli allievi sono stati stimolati alla riflessione da domande utili a verificare la loro comprensione del testo, quali:

- di cosa parla il testo?
- chi sono i protagonisti del testo?
- sai descrivere con parole tue quello che hai appena letto?
- hai dubbi sul significato di qualche parola o frase?
- secondo te nel testo manca qualche informazione importante?
- perché ti viene data questa informazione? Pensi possa essere utile?

Sono riportati di seguito (Figura 11) due protocolli degli allievi: il primo relativo ad un problema in cui emerge in modo chiaro l’effetto negativo di una lettura selettiva e il secondo relativo a un problema con lessico non noto agli allievi. Per una loro corretta interpretazione, si precisa che il testo di ogni problema è stato prima analizzato individualmente da ogni allievo: le parti evidenziate sono quindi opera del lavoro autonomo dell’allievo. Successivamente, la classe ha apertamente discusso riguardo al significato del problema e ha infine proseguito nella risoluzione collettiva. La risoluzione dei due problemi che si osserva di seguito non riflette quindi le difficoltà individuali incontrate inizialmente dagli allievi durante l’analisi in autonomia del testo: tali ostacoli sono stati infatti superati grazie alla discussione collettiva con i compagni, che ha contribuito a modificare le convinzioni iniziali di ogni allievo.

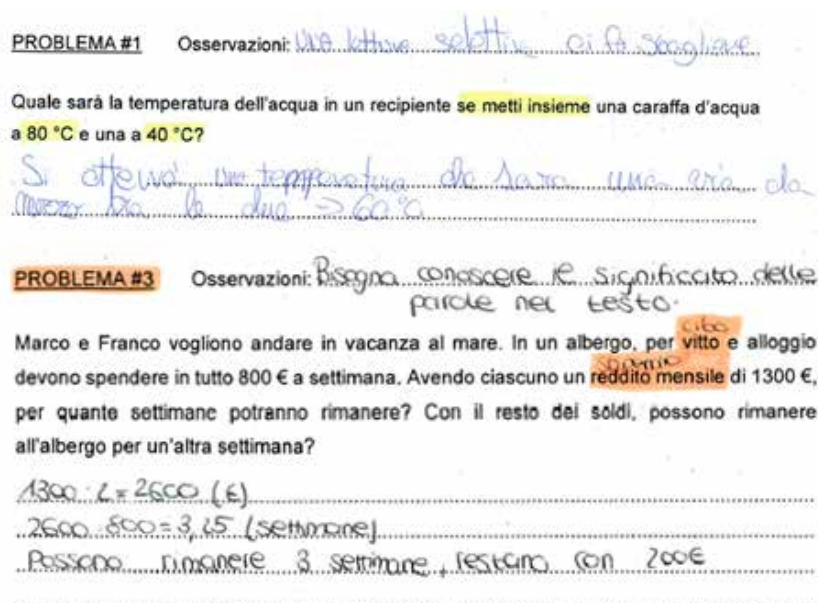


Figura 11. Analisi del testo di due problemi proposti per evidenziare gli effetti negativi della lettura selettiva e le difficoltà di comprensione se il lessico non è noto.

Come già anticipato, i due problemi sono stati proposti al fine di evidenziare sia gli effetti negativi di una lettura selettiva (“se metti insieme” suggerisce, erroneamente, di addizionare tra loro i dati), sia le difficoltà di comprensione laddove vi è una mancata conoscenza del significato di alcune parole (“vitto”, “alloggio”, “reddito” e “resto”).

In alcuni casi (problema con relazioni numeriche complesse, problema con domande non stereotipate e problema con un contesto non familiare) gli allievi si sono soffermati troppo sul processo risolutivo, alla ricerca della strategia opportuna per risolvere il problema, pur non essendo questo il reale obiettivo dell’attività. Ciò ha provocato un certo rallentamento e per queste ragioni di tempo, dunque, l’analisi del testo è stata svolta soltanto su un problema per tipo.

Nello svolgimento dell’attività, gli allievi hanno sicuramente riscontrato le maggiori difficoltà di comprensione del testo nei problemi con un contesto astratto o con relazioni numeriche complesse: è evidente come un contesto per loro familiare possa infatti agevolare la comprensione. È inoltre emerso con evidenza come la lettura selettiva sia rischiosa da attuare nella risoluzione di problemi matematici: molti allievi, infatti, durante l’analisi individuale del testo eseguita inizialmente, sono stati condizionati da alcune parole ingannevoli del testo nella scelta del procedimento risolutivo da attuare, come ad esempio le espressioni “mettere insieme” e “in tutto” che suggeriscono, talvolta erroneamente, un’operazione di addizione.

Nel complesso l’attività, pur limitata dal tempo a disposizione a causa dell’interruzione della scuola in presenza, si è rivelata produttiva e ha permesso di mostrare agli allievi le insidie nascoste nel testo di un problema, che possono tuttavia essere affrontate grazie ad una lettura profonda di tipo intensivo.

4.5 Risoluzione di problemi e applicazione di strategie e calcoli

Il percorso è proseguito con una diversa attività che ha permesso agli allievi di focalizzare l’attenzione sulla fase da loro definita “risolvere”, corrispondente al processo “utilizzare” del ciclo della matematizzazione. L’obiettivo di questa attività è stato dunque quello di far riflettere gli allievi riguardo all’importanza di possedere un valido bagaglio di conoscenze e abilità matematiche per poter risolvere adeguatamente un problema.

Agli allievi sono stati assegnati sette problemi ([Allegato 7](#)), principalmente riguardanti gli argomenti affrontati nel corso delle ultime settimane: circonferenza, poligoni regolari e frazioni. I ragazzi sono stati chiamati a svolgere a coppie tali problemi. Successivamente, a gruppo riunito, è stato risolto ciascun problema alla lavagna e gli allievi hanno discusso riguardo alle principali difficoltà affrontate nello svolgimento. A titolo esemplificativo, sono riportati di seguito due protocolli ([Figura 12](#)) nei quali emerge l’importanza, ai fini della risoluzione, di possedere conoscenze matematiche sia riguardo al calcolo dell’area e della circonferenza di un cerchio sia riguardo al concetto di frazione come operatore.

PROBLEMA #1

Un giardino ha la forma di un rettangolo il cui perimetro è di 108 m e una dimensione è i $\frac{5}{4}$ dell'altra. Nel suo interno vi sono 4 vasche circolari di raggio 2,5 m ciascuna. Calcola l'area della parte del giardino destinata al verde.

$P = 108 \text{ m}$
 $|AD| = \frac{5}{4} |AB|$
 $|AB| = 6 \cdot 4 = 24 \text{ (m)}$
 $|AD| = 6 \cdot 5 = 30 \text{ (m)}$
 $A_{\text{giardino}} = 24 \cdot 30 = 720 \text{ (m}^2\text{)}$
 $A_{\text{vasca}} = 2,5^2 \cdot \pi = 19,63 \text{ m}^2$
 $4 A_{\text{vasca}} = 19,63 \cdot 4 = 78,53 \text{ m}^2$
 $A_{\text{giardino verde}} = 720 - 78,53 = 641,47 \text{ m}^2$

Risposta: L'area destinata al verde è pari a $641,47 \text{ m}^2$.

PROBLEMA #3

La figura seguente è composta da due semicerchi. Le due misure indicate corrispondono ai loro raggi. Calcola l'area e il perimetro della figura. Approssima il risultato al cm^2 e approssima il valore di π a $3,14$ non arrotondando.

$9 \cdot 2 = 18 \text{ cm}$
 $7 \cdot 2 = 14 \text{ cm}$
 $9^2 \cdot \pi = 254,46 \text{ cm}^2$
 $254,46 : 2 = 127,23 \text{ cm}^2$
 $7^2 \cdot \pi = 153,93 \text{ cm}^2$
 $153,93 : 2 = 76,96 \text{ cm}^2$
 $127,23 + 76,96 = 204,19 \text{ cm}^2$

$(18 \cdot \pi) : 2 = 28,27 \text{ cm}$
 $(14 \cdot \pi) : 2 = 21,99 \text{ cm}$
 $18 - 14 = 4 \text{ cm}$
 $28,27 + 21,99 + 4 = 54,26 \text{ cm}$

R = L'area della figura è di $204,19 \text{ cm}^2$, il perimetro è di $54,26 \text{ cm}$.

Figura 12. Protocolli riguardanti lo svolgimento di problemi somministrati con l'obiettivo di focalizzare l'attenzione sul processo "utilizzare".

La principale difficoltà riscontrata dagli allievi nel primo problema ha riguardato il calcolo della lunghezza dei lati del rettangolo: per ottenere tale informazione era infatti necessario interpretare correttamente la relazione fornita dal testo del problema: "una dimensione è i $\frac{5}{4}$ dell'altra". Inoltre, non conoscendo la lunghezza di nessuno dei due lati e avendo come unica informazione il perimetro della figura, gli allievi sono stati chiamati ad utilizzare la relazione iniziale per individuare una strategia efficace per ricavare la lunghezza dei lati a partire dalla lunghezza del contorno.

Nel secondo problema, invece, gli allievi hanno dovuto richiamare alla memoria le loro conoscenze tecniche relative al calcolo della lunghezza di una circonferenza e dell'area di un cerchio. La figura non convenzionale proposta dal problema ha introdotto alcuni ostacoli nella risoluzione, in particolare per quanto riguarda il calcolo della lunghezza del segmento facente parte del contorno della figura. La richiesta di approssimazione, invece, è stata talvolta trascurata dagli allievi, sia per distrazione sia per una loro ancora radicata tendenza nel prediligere il calcolo esatto anziché quello approssimato.

In generale, questa attività ha permesso di osservare come diversi allievi, pur avendo dichiarato di aver compreso il significato e la richiesta dei problemi, si sono trovati in difficoltà nell'elaborare un procedimento risolutivo a causa di una carente o non ancora efficace padronanza delle risorse matematiche. In particolare, le maggiori difficoltà in tal senso sono emerse negli esercizi sulle circonferenze e sulle frazioni, nei quali agli allievi è stata richiesta una maggiore abilità cognitiva sia nel riconoscimento delle relazioni tra i dati sia nell'utilizzo di formule non per tutti ancora chiare e consolidate. In particolar modo per gli allievi più in difficoltà, ma non solo, questa attività si è dunque rivelata efficace in quanto ha evidenziato come senza un valido bagaglio di conoscenze e abilità matematiche sia impossibile risolvere la maggior parte dei problemi. Oltre alle competenze linguistiche che

permettono di eseguire una corretta lettura e comprensione è dunque fondamentale possedere gli strumenti e le risorse della disciplina.

4.6 Riflessione e interpretazione nella risoluzione di problemi

A questo punto del percorso, dopo aver affrontato le fasi “leggere”, “comprendere” e “risolvere”, si è scelto di dedicare questa attività al processo di riflessione e interpretazione, spesso sottovalutato o trascurato dagli allievi. L’obiettivo è stato quello di fare in modo che gli allievi comprendessero che ad un certo punto risulta necessaria l’operazione di interpretazione del processo risolutivo e la lettura del risultato in base al contesto reale. In alcuni casi è addirittura richiesta la modifica del processo risolutivo e del risultato matematico ottenuto, se non adeguati al mondo reale.

In primo luogo, per poter in seguito agevolare l’esecuzione dell’attività, si è scelto di ripassare lo schema personalizzato dagli allievi relativo al ciclo della matematizzazione. In questo modo è stato possibile rievocare la distinzione tra “mondo reale” e “mondo matematico”, utile per la successiva fase di analisi. Sono stati assegnati agli allievi cinque problemi (Allegato 8):

- due di questi problemi prevedono un risultato matematico che ha senso nel mondo reale;
- tre di questi problemi prevedono un risultato matematico che richiede un’interpretazione e una modifica dello stesso sulla base del contesto reale.

Dopo una fase iniziale di risoluzione a coppie, a gruppo riunito è stata in seguito riservata particolare attenzione all’analisi finale del risultato matematico ottenuto per ciascun problema. È stato dunque richiesto agli allievi di riflettere insieme sullo svolgimento da loro proposto e di pensare se quanto da loro ottenuto avesse senso oppure no nel contesto reale descritto dal testo del problema. Gli allievi hanno potuto riconoscere i casi nei quali il risultato matematico ottenuto aveva poco senso nel mondo reale e, dunque, necessitava di essere adeguatamente interpretato e modificato.

Di seguito (Figura 13) due protocolli esplicativi degli allievi, realizzati in collaborazione con il gruppo classe:

PROBLEMA #4

Per la fessura della buca delle lettere della casa di Ada si riesce a far passare a malapena una busta quadrata di 84 cm di perimetro. Per il compleanno di Ada, Elia le ha confezionato una busta rotonda. Quanto deve essere lunga al massimo la circonferenza della busta per passare dalla buca delle lettere?

$$\text{Lato busta quadrata} = 84 : 4 = 21 \text{ (cm)} \rightarrow \text{Diametro busta circolare} = 21 \text{ cm}$$

$$\text{Circ. busta} = 2 \cdot \pi \cdot r = 21 \cdot \pi \approx 65,97 \text{ (cm)}$$

Risposta: La circonferenza massima è di 65,97.
 ANALISI: Il risultato matematico ha senso nel mondo reale.....

PROBLEMA #5

Per arredare la sua nuova casa Federica deve scegliere le piastrelle per il soggiorno. La superficie da piastrellare ha un'estensione pari a 25 m². Sapendo che tutte le piastrelle sono congruenti e che ciascuna misura 1350 cm², quante piastrelle dovrà comprare Federica?

$$25 \text{ m}^2 = 250000 \text{ cm}^2$$

$$N \text{ piastrelle} = 250000 : 1350 = 185,18 \text{ piastrelle}$$

$$R: \text{dovrà comprare } 186 \text{ piastrelle.}$$

ANALISI: Il risul. mat. è corretto ma non ha senso nel mondo reale → interpretare.....

Figura 13. Protocolli riguardanti lo svolgimento e l’analisi di problemi con l’obiettivo di focalizzare l’attenzione degli allievi sull’interpretazione dei risultati.

L’attività è stata svolta nel rispetto dei tempi e in linea con l’obiettivo previsto. Gli allievi non hanno riscontrato particolari difficoltà nello svolgimento dei problemi e nel riconoscimento dei risultati da interpretare alla luce del contesto di partenza. Tuttavia, solo in pochi casi questa operazione di interpretazione è stata svolta prima dell’esplicita richiesta di analisi del risultato matematico ottenuto. Questa attività ha dunque permesso di rendere gli allievi consapevoli dell’importanza di eseguire una riflessione critica una volta ottenuto il risultato matematico di un problema. Questa riflessione è essenziale e deve tenere conto del contesto definito in partenza: solo in questo modo, infatti, è possibile far comunicare tra loro il “mondo matematico” e il “mondo reale”, chiudendo il ciclo dell’attività di risoluzione di un problema matematico.

4.7 Analisi di protocolli di problemi matematici

L’intervento didattico si è concluso con un’attività in cui sono stati mostrati alla classe alcuni problemi e i relativi procedimenti eseguiti da allievi di quinta elementare, nell’ambito della prova standardizzata di matematica svolta nel 2015 e analizzata da un punto di vista didattico da Sbaragli e Franchini (2018). L’obiettivo di questa attività è stato quello di allenare gli allievi ad una profonda analisi dei protocolli, finalizzata all’individuazione di eventuali errori e, in questi casi, del processo specifico in cui ciascun errore è stato commesso.

Agli allievi sono stati presentati i testi di alcuni problemi con i rispettivi protocolli (Allegato 9) ed è stato richiesto di esprimersi, su schede dedicate (Allegato 10), in merito alla correttezza di ciascun protocollo proposto. In caso di protocolli non corretti, è stata richiesta agli allievi una ricerca profonda e avanzata volta ad indicare in quale fase di risoluzione del problema era stato commesso l’errore:

- lettura e comprensione (formulare): l’allievo sbaglia perché ha letto / compreso male il testo;
- risoluzione (utilizzare): l’allievo sbaglia a svolgere i calcoli o utilizza formule sbagliate;
- riflessione (interpretare): l’allievo non riflette sul senso del risultato ottenuto.

Di seguito (Figura 14) il protocollo di un’allieva, realizzato in collaborazione con il gruppo classe:

PROBLEMA #1

Aldo ha pagato la spesa con una banconota da 50 franchi ricevendo come resto le monete rappresentate. Come si può calcolare quanto ha speso?

(Illustration of coins: 20 cent, 10 cent, 5 cent)

Protocollo A: È corretto ma non la risposta non precisione sulla domanda richiesta. La risposta è compresa nella soluzione.

Protocollo B: Entra nel risolvere → l'allievo sbaglia a risolvere il calcolo.

Protocollo C: L'utente in legge e comprende → l'allievo comprende la domanda superficialmente i calcoli sono giusti ma non gli si chiede di determinare il resto.

Risposta (top): $50 - 3,85 = 46,15$

Risposta (middle): $50 - 3,85 = 46,15$

Risposta (bottom): $50 - 3,85 = 46,15$

Risposta (bottom right): $50 - 3,85 = 46,15$

Figura 14. Analisi (a sinistra) di vari protocolli di risoluzione (a destra) di un problema somministrato ad allievi di quinta elementare.

Questa attività è stata svolta pochi giorni prima della chiusura delle scuole a causa della pandemia da virus COVID-19. La situazione delicata che già condizionava il clima di classe in quei giorni ha dunque compromesso il pieno svolgimento dell’attività: diversi allievi (5) non erano presenti a lezione e solo la metà dei problemi previsti è stata analizzata.

Nonostante questi impedimenti, l’attività è stata svolta in maniera costruttiva e gli allievi presenti hanno offerto il loro contributo in maniera molto positiva. La richiesta di correggere protocolli altrui ha divertito i ragazzi e questo aspetto motivazionale ha permesso di soddisfare l’obiettivo prefissato. Come emerge dal protocollo riportato, gli allievi hanno mostrato una buona capacità nel distinguere i procedimenti corretti da quelli errati, individuando non solo gli errori più evidenti compiuti a livello del processo “utilizzare” ma riconoscendo anche le imprecisioni più velate dovute ad una lettura superficiale del testo, la quale spesso conduce ad una risposta non precisa alla domanda del problema. In conclusione, gli allievi si sono dunque resi conto che per comprendere la natura di un errore è importante indagare il processo in cui tale errore è stato commesso: per fare ciò è necessario essere consapevoli dei processi che caratterizzano il ciclo della matematizzazione, che gli allievi hanno scoperto e approfondito nel corso di questo intervento didattico. Un comportamento consapevole e riflessivo di questo tipo consente sicuramente di sviluppare allo stesso tempo un maggiore atteggiamento critico nei confronti del proprio operato.

5 Sintesi dei risultati

Dall’analisi del questionario iniziale somministrato agli allievi ad inizio percorso emerge un comportamento abbastanza standardizzato nella risoluzione di problemi matematici da parte degli allievi. Le fasi da loro riconosciute per lo svolgimento di un problema sono riconducibili ai processi “formulare” e “utilizzare” del ciclo della matematizzazione: leggere, comprendere, risolvere e riflettere. Nessun allievo prende dunque in reale considerazione i processi “interpretare” e “valutare”. Gli allievi riconoscono l’importanza di leggere con attenzione il testo di un problema, ma dimostrano poca abilità nel dettagliare le modalità con cui leggono un testo: la lettura è per loro un’operazione automatica e spontanea, e non ne colgono ancora il reale significato ai fini della comprensione del testo. La risoluzione di un problema per quel che riguarda l’applicazione di algoritmi risolutivi avviene in modo molto stereotipato: si ricercano parole all’interno del problema per capire come combinare tra loro i dati e si scrivono le operazioni che più si adattano ai numeri del problema. È dunque chiaro come il focus degli allievi sia principalmente puntato sull’applicazione di algoritmi piuttosto che sull’attività di ragionamento che coinvolge i restanti processi del ciclo della matematizzazione. Infine, le strategie metacognitive degli allievi si limitano alla rilettura del procedimento o del testo del problema: manca una vera e propria riflessione sul risultato matematico ottenuto e un’interpretazione dello stesso alla luce del contesto reale.

Quanto appena descritto è raccolto sinteticamente nel seguente schema (Figura 15): nella colonna di sinistra sono indicate le quattro fasi individuate dagli allievi (e la percentuale relativa agli allievi che hanno nominato tale fase nelle loro risposte del questionario), mentre nella colonna di destra sono elencati i principali atteggiamenti dichiarati dagli allievi in ogni specifica fase. Per la corretta comprensione dello schema, si segnala che le frecce contenute nella colonna di destra indicano, laddove presente, una variazione nei contenuti tra le risposte fornite alla prima parte del questionario (domanda aperta) e alla seconda parte (elenco di atteggiamenti e convinzioni riguardo ai quali esprimersi a favore o sfavore).

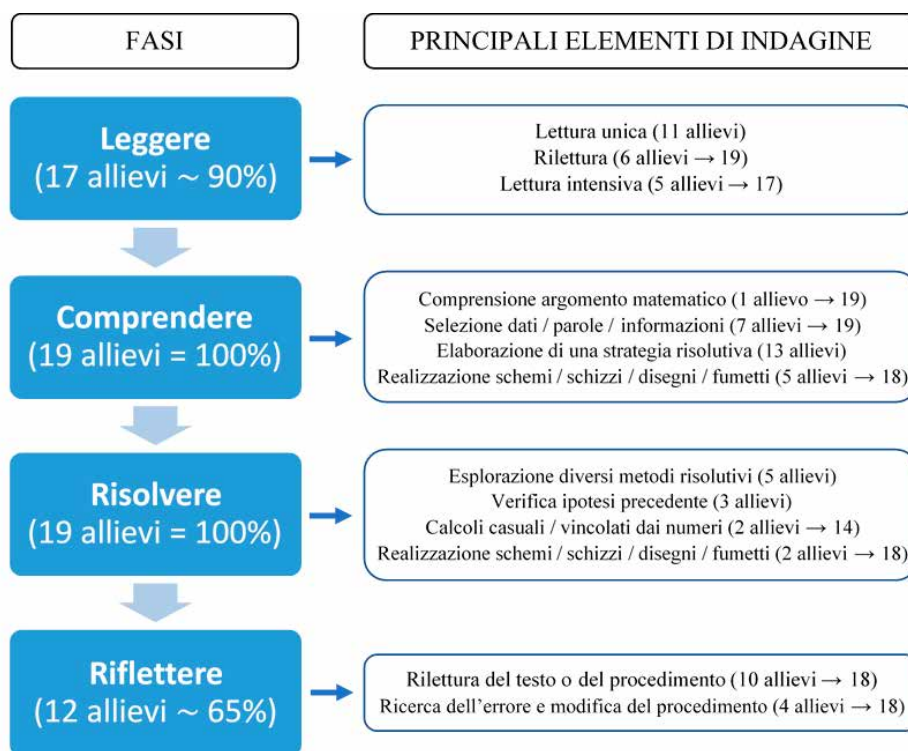


Figura 15. Schema riassuntivo relativo alle principali operazioni svolte dagli allievi durante il processo di risoluzione di un problema matematico.

Grazie al percorso svolto gli allievi hanno modificato almeno in parte le loro convinzioni riguardo agli elementi e ai processi efficaci al fine di una risoluzione ottimale di un problema matematico. Tra le risposte fornite dagli allievi alle varie domande del questionario finale (Allegato 11), è interessante osservare come sono cambiate le loro convinzioni rispetto a delle identiche affermazioni già presenti nel questionario iniziale. Nel seguente grafico (Figura 16) sono riportati in blu i punteggi assegnati dagli allievi a ciascun enunciato nel questionario iniziale e in arancione i punteggi relativi al questionario finale (1 = per nulla d'accordo; 2 = poco d'accordo; 3 = abbastanza d'accordo; 4 = molto d'accordo). È possibile osservare come in tutti gli enunciati (a eccezione del 21) si verifica una variazione delle convinzioni degli allievi, in alcuni casi minima e in altri più marcata.

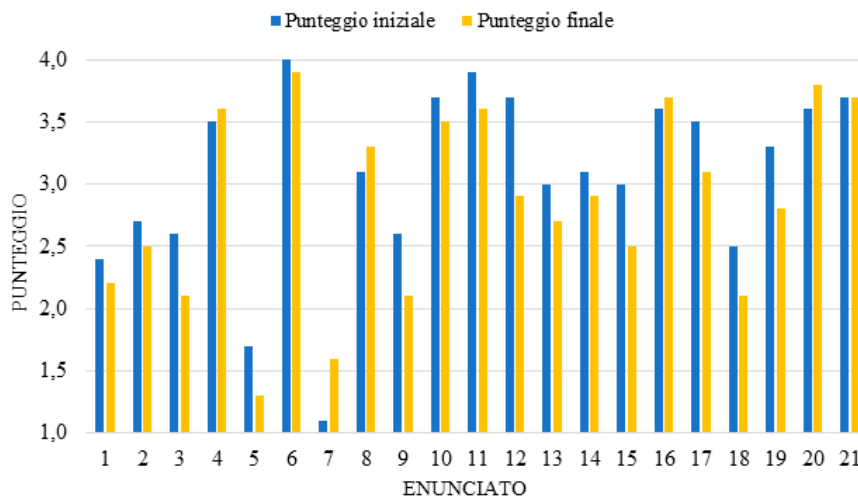


Figura 16. Confronto tra i punteggi iniziali e finali relativi agli elementi e ai processi ritenuti efficaci per l'ottimale risoluzione di un problema matematico.

Nella tabella seguente (Tabella 1) si riportano i 21 enunciati per una migliore lettura e analisi del grafico precedente.

1.	È più facile comprendere un problema con un testo più corto rispetto a un problema con un testo più lungo.
2.	È più facile risolvere un problema con una sola domanda rispetto a un problema con tante domande.
3.	È più facile svolgere i calcoli di un problema con numeri piccoli rispetto a un problema con numeri grandi.
4.	Utilizzare tutto il tempo necessario per leggere in profondità il testo di un problema matematico allo scopo di comprenderne bene il senso.
5.	Leggere velocemente il testo di un problema matematico per concentrarsi prima possibile sul procedimento matematico da implementare.
6.	Rileggere il testo di un problema se alla prima lettura non si è capito il significato.
7.	Leggere soltanto il testo di un problema. Tutto il resto (es. disegni, schemi, tabelle) non serve per comprenderne il significato.
8.	Cercare il significato di una parola sul dizionario se non si conosce.
9.	Capire che tipo di testo si sta leggendo: se non ha dati numerici, allora non è un problema matematico.
10.	Prima di pensare ad un possibile procedimento risolutivo, cercare di capire l'argomento matematico che emerge dal problema.
11.	Cercare di capire il significato della/e domanda/e presenti nel problema.
12.	Cercare nel testo del problema le parole che suggeriscono l'operazione da fare.
13.	Pensare se il problema proposto ha una struttura simile a quella di problemi già visti.
14.	Prima di iniziare a scrivere sul foglio, pensare a tutto il procedimento risolutivo.
15.	Provare a scrivere le operazioni che sembrano più adatte ai numeri e alle parole del problema. Scegliere poi quella che si ritiene corretta.
16.	Fare disegni o schemi se può essere utile per risolvere alcuni problemi.
17.	Modificare subito il procedimento se ci si rende conto di avere sbagliato.
18.	Essere più concentrati quando si svolgono i calcoli rispetto a quando si sceglie l'operazione da scrivere: è peggio infatti fare un errore di calcolo piuttosto che sbagliare a scegliere le operazioni.
19.	Chiedere subito aiuto ai compagni o al docente quando non si capisce qualcosa.
20.	Dopo aver svolto il procedimento risolutivo, controllarlo per assicurarsi di non avere fatto errori.
21.	Dopo aver svolto il procedimento risolutivo, rileggere il problema per assicurarsi che il processo e la soluzione siano accettabili.

Tabella 1. Elenco degli enunciati riguardo ai quali gli allievi hanno espresso il loro grado di condivisione sia nel primo che nel secondo questionario.

L'analisi delle variazioni più significative del grafico, supportata dalle ulteriori risposte fornite dagli allievi alle altre domande del questionario, permette di osservare con piacere che gli allievi hanno imparato ad attribuire alla lettura un significato molto più importante: alcuni allievi riconoscono che è possibile utilizzare molteplici modalità di lettura, in funzione del tipo di problema e delle richieste, ma la maggior parte degli allievi dichiara che è necessaria una lettura intensiva per comprendere il significato di un problema e per non perdere informazioni importanti. La lettura del testo e la comprensione che ne deriva si configurano quindi come processi necessari per passare dal mondo reale

al mondo matematico. Grazie al percorso svolto, gli allievi dichiarano di aver imparato a risolvere un problema in maniera più riflessiva e ragionata: la scelta del procedimento risolutivo da attuare è ora meno vincolata dalle parole presenti nel testo o dal tipo di dati. Si riconosce inoltre l'importanza di porsi domande in itinere, utili per tenere sotto controllo il procedimento e per evitare errori, distrazioni o dimenticanze. In aggiunta a tutto questo, sembra anche che gli allievi abbiano compreso l'importanza di riflettere sul risultato matematico ottenuto. Per la maggior parte degli allievi, tale operazione consiste in una rilettura del testo o del procedimento mentre solo per alcuni allievi si configura in una più consapevole operazione di interpretazione e valutazione del risultato matematico ottenuto alla luce del contesto reale. Infine, è con grande piacere che tra i vari protocolli emerge la risposta di un'allieva (Figura 17) che con forte entusiasmo si mostra consapevole di aver sviluppato nel percorso anche alcune importanti competenze trasversali (DECS, 2015), quali la collaborazione e la comunicazione.

RISPOSTA:

In questi mesi ho imparato a risolvere i problemi matematici con molta più facilità. Ho imparato che esistono 4 passaggi che si devono fare in un problema e che esistono molti modi diversi di lettura. Il lavoro della lettura che abbiamo fatto a gruppi mi è piaciuto molto anche perché questi lavori ci insegnano a collaborare e infatti noi per la lettura esplorativa ci siamo divise i giornali e abbiamo fatto più in fretta. Poi è bello anche confrontarsi con gli altri per vedere come hanno letto loro, perché magari qualcuno non ha usato un certo tipo di lettura che invece qualcun altro ha fatto e si impara qualcosa di nuovo. Ho imparato moltissime cose e ne sono felice. Ma poi il bello è che queste cose si possono usare anche nella vita reale, infatti mia mamma, visto che è una docente, mi ha chiesto aiuto per una cosa e io gli ho insegnato un po' di cose.

Figura 17. Risposta di un'allieva alla domanda del questionario riguardo agli apprendimenti acquisiti grazie al percorso svolto.

6 Conclusioni

Il percorso didattico descritto nei paragrafi precedenti ha permesso di intervenire sulle convinzioni degli allievi riguardo agli elementi e ai processi da attuare al fine di una risoluzione efficace di un problema matematico.

Grazie a questo percorso il focus degli allievi si è maggiormente spostato dal prodotto al processo. Le numerose attività svolte sui vari processi del ciclo della matematizzazione hanno infatti reso gli allievi consapevoli che l'attività di risoluzione di un problema matematico non si limita unicamente ad una semplice lettura e alla scrittura di calcoli e che, inoltre, il risultato non è tutto. Gli allievi hanno appreso che il testo di un problema matematico può essere letto in vari modi, ma solo una lettura intensiva permette di cogliere ogni dettaglio, che la scelta delle operazioni e lo svolgimento dei calcoli deve avvenire in modo ragionato e richiede una comprensione totale della richiesta del problema, che porsi domande durante l'esecuzione significa essere previdenti e che un problema non può dirsi concluso se non dopo aver riflettuto sul risultato matematico ottenuto.

Gli allievi hanno inoltre imparato a distinguere con maggiore consapevolezza il “mondo reale” dal “mondo matematico”, riconoscendo l'efficacia di ciascun processo a loro presentato all'interno del ciclo della matematizzazione. Le fasi descritte dagli allievi nel questionario iniziale (leggere, comprendere, risolvere e riflettere), caratterizzate in origine da una certa indipendenza e da un legame tra loro di tipo sequenziale, sono state progressivamente inserite dagli allievi all'interno di una struttura

più estesa che permette loro di avere una maggiore visione d’insieme, utile per definire il concreto apporto di ciascun processo alla complessa attività di risoluzione di un problema matematico.

Con riferimento ai risultati ottenuti, è emerso come pochi allievi siano realmente consapevoli del processo interpretativo necessario per chiudere il ciclo della matematizzazione. Probabilmente l’acquisizione di tale processo è più difficile da conseguire per gli allievi poiché richiede loro una certa capacità riflessiva non scontata alla loro età. Sarebbe quindi opportuno dedicare più tempo all’analisi di questo importante processo e prevedere attività più approfondite che permettano agli allievi di acquisire un atteggiamento più critico e riflessivo. L’interruzione della didattica in presenza a causa della pandemia da virus COVID-19 non ha sicuramente consentito di dedicare a questo processo l’attenzione e lo spazio opportuno che avrebbe meritato.

Una delle problematiche principali riguardo all’estendibilità dell’efficacia di questo percorso didattico è stato il numero esiguo di allievi del campione di riferimento. Sarebbe interessante proporre questo percorso ad un numero maggiore di allievi, non solo di seconda media, in modo da osservare come gli apprendimenti e le convinzioni si modificano al variare dell’età e delle esperienze degli allievi. Inoltre, il presente lavoro non valuta se le convinzioni acquisite dagli allievi riguardo ai processi efficaci per la risoluzione di un problema matematico si mantengano costanti oppure subiscano ulteriori modifiche. Sarebbe quindi interessante proporre, nei mesi successivi alla compilazione del questionario finale, ulteriori problemi da analizzare e sui quali discutere in maniera più approfondita.

Oggi viviamo in una società frenetica e sempre in movimento. I nostri allievi sono esposti a numerosi stimoli e distrazioni ed è spesso difficile per loro mantenere per un tempo adeguato l’attenzione necessaria per svolgere un’attività. Uno degli obiettivi di questo percorso didattico è proprio quello di far comprendere agli allievi l’inefficacia di un agire rapido e impulsivo nell’attività di risoluzione di un problema matematico. È necessario che gli allievi imparino a procedere con calma, dedicando il tempo adeguato a ciascun processo del ciclo della matematizzazione. La maggiore consapevolezza acquisita dagli allievi grazie a questo percorso didattico permette loro di abbandonare un atteggiamento frettoloso, volto a raggiungere nel minor tempo possibile il risultato di un problema. Ciò che permette all’allievo di sviluppare con solidità le proprie competenze, infatti, non è il focus sul risultato ma la corretta e profonda applicazione dei processi necessari per la risoluzione di un problema.

Bibliografia

- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. La Pensée Sauvage.
- Cerasoli, A. (2001). *I Magnifici Dieci*. Sperling & Kupfer.
- Charnay, R. (1988). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. In C. Parra & I. Saiz (Eds.), *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones* (pp. 51–64). Paidós.
- Clements, M. A. (1980). Analysing children’s errors on written mathematical tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 11(1), 1–21.
- D’Amore, B. (2014). *Il problema di matematica nella pratica didattica*. Digital Docet.
- Demartini, S., & Sbaragli, S. (2019). La porta di entrata per la comprensione di un problema: la lettura del testo. *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d’aula*, 5, 9–43.
- Dipartimento dell’educazione, della cultura e dello sport. (2015). *Piano di studio della scuola dell’obbligo ticinese*. Repubblica e Cantone Ticino, Dipartimento dell’educazione, della cultura e dello sport, Divisione della scuola. <https://scuolalab.edu.ti.ch/temieprogetti/pds>

- Franchini, E., Lemmo, A., & Sbaragli, S. (2017). Il ruolo della comprensione del testo nel processo di matematizzazione e modellizzazione. *Didattica della Matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula*, 1, 38–63.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures*. Kluwer Academic Publishers.
- Halmos, P. R. (1980). The heart of mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 87(7), 519–524.
- Jupri, A., & Drijvers, P. H. M. (2016). Student difficulties in mathematizing word problems in algebra. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 12(9), 2481–2502.
- Newman, M. A. (1977). An analysis of sixth-grade pupils' errors on written mathematical tasks. *Victorian Institute for Educational Research Bulletin*, 39, 31–43.
- Organization for Economic Co-operation and Development. (2013). *The PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. OECD Publishing.
- Organization for Economic Co-operation and Development. (2016). *The PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic and Financial Literacy*. OECD Publishing.
- Sbaragli, S., & Franchini, E. (2018), *Valutazione didattica delle prove standardizzate di quinta elementare*. SUPSI, Dipartimento formazione e apprendimento.
- Schoenfeld, A. H. (1987). What's all the fuss about metacognition? In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education* (pp. 189–215). Lawrence Erlbaum Associates.
- Schwartz, L. (1994). Le point de vue de Laurent Schwartz. *Dossier Les Mathématiciens, Pour la Science*, 2, 15–18.
- Tanner, R., & Green, C. (1988). *Tasks for teacher education. A reflective approach*. Addison Wesley Longman.
- Treffers, A. (1987). *Three dimensions: a model of goal and theory description in mathematics instruction - The Wiskobas project*. Kluwer Academic Publishers.
- Zan, R. (1998). *Problemi e convinzioni*. Pitagora.
- Zan, R. (2007). *Difficoltà in matematica. Osservare, interpretare, intervenire*. Springer.
- Zan, R. (2016). *I problemi di matematica. Difficoltà di comprensione e formulazione del testo*. Carocci.

La Lingua Matematica: un'esperienza didattica nel Liceo Matematico

The mathematical language: a teaching experience in *Liceo Matematico*

Giuseppa Rita Cirimi, Salvatore D'Asero e Maria Flavia Mammana

Dipartimento di Matematica e Informatica, Università di Catania – Italia

✉ cirimi@dmi.unict.it, dasero@dmi.unict.it, mariaflavia.mammana@unict.it

Sunto / In questo lavoro si presenta un modulo didattico dal titolo *La Lingua Matematica*, rivolto a studenti del primo anno di scuola secondaria di secondo grado.

Il modulo è stato presentato in classi di *Liceo Matematico*, ma può essere proposto anche in altri contesti. Esso ha un duplice obiettivo: introdurre questioni relative a matematica e linguaggio da un lato e introdurre i concetti di teorema e dimostrazione dall'altro. Il percorso ha permesso di introdurre nozioni di aritmetica modulare e ha condotto gli studenti a confrontarsi, elaborare ipotesi, produrre argomentazioni e generare nuovi teoremi.

Parole chiave: laboratorio di matematica; Liceo Matematico; Teaching for Robust Understanding; matematica e linguaggio; argomentare in matematica.

Abstract / In this paper we present a teaching module entitled *The Mathematical Language*, aimed at students of the first year of upper secondary school.

The module has been presented in *Liceo Matematico* classes, but it can also be proposed in other environments. It has a twofold objective: to relate mathematics and language on the one hand and to introduce the concept of theorem and demonstration on the other. The module allowed to introduce some notions concerning modular arithmetic and led students to confront themselves, develop hypotheses, produce arguments and generate new theorems.

Keywords: mathematical laboratory; Liceo Matematico Project; Teaching for Robust Understanding; mathematics and language; mathematics argumentation.

1 Introduzione

Il *progetto Liceo Matematico* nasce nel 2014 come progetto di ricerca del Dipartimento di Matematica dell'Università di Salerno. Pilastri del progetto sono interdisciplinarietà, attività didattica laboratoriale, percorsi didattici in cui affrontare temi matematici che non hanno ancora trovato posto nel curriculum (Capone et al., 2017).

Sviluppatosi su tutto il territorio nazionale, ad oggi aderiscono al progetto 20 sedi universitarie (Poli) che collaborano, complessivamente, con circa 130 scuole secondarie superiori. Le scuole che aderiscono al progetto individuano al loro interno una o più sezioni (d'ora in avanti denominate *Licei Ma-*

tematici) in cui svolgere ore aggiuntive dedicate alla realizzazione di attività didattiche co-progettate da docenti della scuola e del Polo universitario di riferimento.

Le attività proposte in classe mirano a sviluppare capacità critiche e attitudine alla ricerca scientifica degli studenti, e a completare, in senso interdisciplinare, la loro formazione come cittadini e come persone.

Il modulo che presentiamo in questo articolo è stato disegnato all'interno del Polo dell'Università di Catania per i *Licei Matematici* della Sicilia Orientale che afferiscono ad esso.

Il Polo di Catania nasce nel 2017 in seno al Dipartimento di Matematica e Informatica (DMI) e ha un'offerta formativa ormai giunta al suo quarto anno. Aderiscono al progetto tredici istituti di istruzione secondaria superiore, dodici licei e un istituto tecnico aeronautico.

I docenti dei *Licei Matematici* partecipano a incontri pomeridiani organizzati dal DMI, con cadenza quindicinale, in cui discutono e co-progettano con i docenti universitari le attività/moduli da proporre in classe ai loro studenti.

La Lingua Matematica, oggetto di questo articolo, è il modulo con cui accogliamo gli studenti del primo anno del *Liceo Matematico*. Esso prende spunto da un gioco di strategia, introduce i concetti di teorema e di dimostrazione e mira a sviluppare negli studenti competenze argomentative e capacità critiche, mettendo in relazione questioni relative a matematica e linguaggio.

Dopo una breve illustrazione del quadro di riferimento che sottende alla costruzione dell'attività, si descriverà il percorso didattico e si analizzeranno alcuni risultati della relativa sperimentazione in classe.

2 Quadro teorico

Nel 2013 Schoenfeld propone il quadro di riferimento *Teaching for Robust Understanding* (TRU) (Schoenfeld, 2013, 2014; Schoenfeld & the Teaching for Robust Understanding Project, 2016).

Il quadro individua cinque dimensioni di seguito descritte (Figura 1), che rendono un contesto di insegnamento/apprendimento realmente efficace e che favoriscono una comprensione *profonda* da parte degli studenti, realizzando così una didattica *ambiziosa, robusta*.

The Five Dimensions of Powerful Classrooms				
The Content	Cognitive Demand	Equitable Access to Content	Agency, Ownership, and Identity	Formative Assessment
The extent to which classroom activity structures provide opportunities for students to become knowledgeable, flexible, and resourceful disciplinary thinkers. Discussions are focused and coherent, providing opportunities to learn disciplinary ideas, techniques, and perspectives, make connections, and develop productive disciplinary habits of mind.	The extent to which students have opportunities to grapple with and make sense of important disciplinary ideas and their use. Students learn best when they are challenged in ways that provide room and support for growth, with task difficulty ranging from moderate to demanding. The level of challenge should be conducive to what has been called "productive struggle."	The extent to which classroom activity structures invite and support the active engagement of all of the students in the classroom with the core disciplinary content being addressed by the class. Classrooms in which a small number of students get most of the "air time" are not equitable, no matter how rich the content: all students need to be involved in meaningful ways.	The extent to which students are provided opportunities to "walk the walk and talk the talk" – to contribute to conversations about disciplinary ideas, to build on others' ideas and have others build on theirs – in ways that contribute to their development of agency (the willingness to engage), their ownership over the content, and the development of positive identities as thinkers and learners.	The extent to which classroom activities elicit student thinking and subsequent interactions respond to those ideas, building on productive beginnings and addressing emerging misunderstandings. Powerful instruction "meets students where they are" and gives them opportunities to deepen their understandings.

Figura 1. Dimensioni del quadro TRU (Schoenfeld, 2016).

Il contenuto: Il contenuto deve essere ricco, deve cioè rendere gli studenti dei "pensatori", in grado di imparare le idee e le tecniche proprie della disciplina e anche di produrre connessioni e sviluppare abitudini mentali produttive. Gli studenti devono «afferrare il contenuto per affrontare ciò che chiamiamo una *lotta produttiva*» (Schoenfeld, video di apertura del sito dedicato al quadro di riferimento TRU, <https://truframework.org/>, traduzione degli autori).

Richiesta Cognitiva: Durante le attività gli studenti devono avere l'opportunità di affrontare e capire a fondo le idee importanti della disciplina. Essi imparano meglio quando affrontano *sfide*, che favoriscono le *lotte produttive* e che permettono loro di crescere, mediante attività che diventano via via sempre più impegnative.

Accesso equo ai contenuti: Le attività in classe devono essere progettate in modo da favorire il coinvolgimento di *tutti* gli studenti in attività sfidanti, senza limitare i contenuti matematici.

Tutti gli studenti devono essere coinvolti in modo significativo: le attività in cui solo un piccolo numero di studenti ottiene la maggior parte dei risultati non sono eque/inclusive.

Azione, padronanza, identità: È opportuno proporre agli studenti attività in cui possano mettersi in gioco, proponendo il loro punto di vista, contribuendo alle discussioni e costruendo il proprio sapere. "*I can do this!*", dice Schoenfeld nel video: gli studenti rafforzano la loro autostima e la loro identità disciplinare ("lo penso come uno scienziato!", "lo penso come un fisico!", "lo penso come un matematico!").

Valutazione Formativa: L'attività deve essere tarata sulle conoscenze dello studente: un'attività robusta "incontra gli studenti dove sono" e offre loro l'opportunità di approfondire le loro conoscenze.

In breve,

«se il contenuto è ricco, gli studenti si impegnano, ottengono idee brillanti, costruiscono sulle idee dei compagni, possono costruire identità positive con l'insegnante che adatta opportunamente il livello di istruzione per gli studenti che si impegnano in modo produttivo».

(Schoenfeld, video in <https://truframework.org/>, traduzione degli autori)

Le dimensioni del quadro TRU trovano ampio spazio nel laboratorio di matematica.

Il laboratorio di matematica è

«quello spazio fenomenologico dell'insegnamento apprendimento della matematica che si struttura attraverso l'uso di specifici strumenti tecnologici e di articolati processi di negoziazione e in cui la conoscenza matematica viene assoggettata a un nuovo ordine rappresentativo, operativo e sociale per essere riconfigurata in oggetto di investigazione e poter essere quindi più efficacemente insegnata e appresa».

(Chiappini, 2007, p. 10)

Il laboratorio di matematica è oggi molto diffuso e appare già nei curricula dell'Unione Matematica Italiana del 2004 (Anichini et al., 2004):

«Il *laboratorio* di matematica non è un luogo fisico diverso dalla classe, è piuttosto un insieme strutturato di attività volte alla costruzione di significati degli oggetti matematici. Il *laboratorio*, quindi, coinvolge persone (studenti e insegnanti), strutture (aule, strumenti, organizzazione degli spazi e dei tempi), idee (progetti, piani di attività didattiche, sperimentazioni).

L'ambiente del laboratorio di matematica è in qualche modo assimilabile a quello della bottega rinascimentale, nella quale gli apprendisti imparavano facendo e vedendo fare, comunicando fra loro e con gli esperti.

La costruzione di significati, nel laboratorio di matematica, è strettamente legata, da una parte,

all'uso degli strumenti utilizzati nelle varie attività, dall'altra, alle interazioni tra le persone che si sviluppano durante l'esercizio di tali attività».

(Anichini et al., 2004, p. 28)

In laboratorio quindi

«l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati, negozia e costruisce significati, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive».

(Ministero dell'istruzione, dell'università e della ricerca [MIUR], 2012, p. 50)

Il laboratorio di matematica quindi si presta bene a favorire una didattica *ambiziosa* e *robusta*: in esso gli studenti lavorano su un problema (Contenuto), che non deve essere né troppo facile perché rischierebbero di annoiarsi, né troppo difficile perché potrebbero scoraggiarsi (Richiesta cognitiva), confrontandosi con gli studenti di tutta la classe (Accesso equo ai contenuti), affermando e discutendo le proprie scelte (Azione, padronanza identità).

3 Il percorso didattico: La Lingua Matematica

La Lingua Matematica è un percorso didattico di tipo laboratoriale che mira ad avviare processi di argomentazione e dimostrazione, a introdurre il concetto di teorema in matematica. Inoltre, si ha l'occasione per riflettere su questioni relative a matematica e linguaggio, mettendo in evidenza che il linguaggio è lo strumento col quale comunichiamo qualcosa, un certo contenuto (Bramanti & Travaglini, 2009). L'attività di argomentazione si snoda attraverso produzioni scritte che devono essere chiare, precise: sottolineiamo infatti che, se in una comunicazione orale possiamo porre domande a più riprese per essere certi di aver compreso, nella comunicazione a distanza, scritta per esempio, è necessario comprendere in maniera univoca un messaggio, un'istruzione, una spiegazione, cioè è necessario scrivere in modo semplice e non ambiguo.

Il percorso, rivolto a studenti delle prime classi di scuola secondaria di secondo grado,¹ si articola in 12 attività divise in tre fasi.²

Fase 1: *La corsa a 20*: gioco e ricerca di strategie.

Fase 2: Formalizzazione delle strategie mediante teoremi e produzione delle relative dimostrazioni.

Fase 3: Produzione e comprensione di varianti de *La corsa a 20*.

Fase 1:

Il percorso prende spunto da *La corsa a 20*, un gioco di strategia proposto per la prima volta da Brousseau (1997). Come in tutti i giochi di strategia, anche qui la capacità che ha un giocatore di prendere decisioni ha un grande impatto nel determinare il risultato e la fortuna non ha un peso rilevante. Agisce un giocatore alla volta, mentre gli altri restano in attesa.

La corsa a 20 viene presentato agli studenti come un vero e proprio gioco da tavolo, con istruzioni, pedina e tabellone (Figura 2).

1. La scuola secondaria di secondo grado in Italia dura cinque anni e corrisponde all'ultimo anno di scuola media e alla scuola media superiore o scuole professionali nel Canton Ticino.

2. Al fine di non appesantire la descrizione si è scelto di riportare negli allegati alcuni approfondimenti relativi a singole attività. Per ulteriori informazioni è possibile contattare gli autori dell'articolo.

La corsa a 20
(o anche detto Gioco del 20)

Contenuto:
1 tabellone, 1 pedina.

Preparativi:
I giocatori si dividono in due squadre e decidono quale squadra inizia a giocare per prima (con il gioco del pari e dispari o estrazione a sorte...).

Scopo del Gioco:
Vince la squadra che arriva per prima sulla casella 20.

Svolgimento del gioco:
La squadra che inizia a giocare posiziona la pedina sul numero 1 o sul numero 2.
Ogni squadra, a turno, sposta la pedina di una o due caselle.

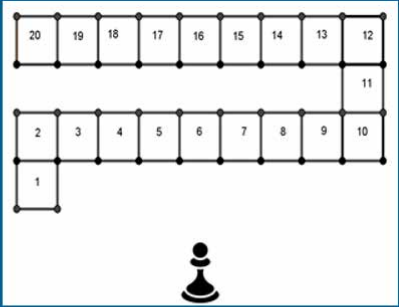


Figura 2. La corsa a 20: regole del gioco, tabellone e pedina.

Gli studenti, divisi in piccoli gruppi, sono invitati a giocare e a descrivere, per iscritto, la strategia vincente con le relative argomentazioni, (nell'[Allegato 1](#) il lettore trova suggerimenti in merito alla strategia del gioco). A seguire i ragazzi, sempre in gruppi, giocano al *Dico 29!* (Figura 3). Il gioco è simile a *La corsa a 20*. Questa volta però gli studenti sono invitati a giocare senza tabellone e pedina, ma alternandosi nel nominare il numero che vogliono raggiungere. Gli studenti elaborano la strategia vincente e argomentano la loro posizione ([Allegato 1](#)).

Dico 29!

Due giocatori
Il primo giocatore dice 1 o 2.
Ogni giocatore a turno dice un numero ottenuto aggiungendo uno o due al numero detto dall'altro.
Vince chi dice il numero 29.

Figura 3. Dico 29!

Una discussione matematica (Bartolini Bussi et al., 1995), guidata dal docente, in cui si presentano e si confrontano le strategie trovate, chiude la Fase 1.

La revisione delle strategie nella discussione moderata dal docente si rivela sempre un momento intenso e di grande confronto.

Spesso infatti gli studenti, nelle descrizioni/argomentazioni delle loro strategie, danno per scontato alcune condizioni, o sono imprecisi:

Gruppo 1: «A inizio partita se gli avversari muovono di 1 la pedina dopo si deve muovere di 2; al contrario se gli avversari muovono di 2 bisogna muovere di 1 (prima delle caselle 12/13). Per vincere i giocatori, da queste due caselle, devono arrivare alla casella 17».

Gruppo 2: «Bisogna conquistare le caselle n 5, 8, 11, 14, 17 per poter vincere.

PS: bisogna partire dal due.

Per vincere devi riuscire a far arrivare l'avversario alla casella 3».

Gruppo 3: «Arrivare alla casella 14, perché se l'avversario si muove di una o due caselle (15 o 16) si va alla casella 17 anche se l'avversario muove di una o due (18 o 19) poi arrivando alla ventesima casella si vince».

Le proposte di questi tre gruppi mostrano ragionamenti piuttosto imprecisi e facilmente attaccabili o incompleti: non è detto che chi arriva alla casella 12 o 13 arrivi sicuramente alla 17 (Gruppo 1); oppure si può vincere senza partire dal 2 o senza che l'avversario passi per la casella 3 (Gruppo 2); infine, il ragionamento del Gruppo 3 è incompleto perché non individua caselle vincenti prima della quattordicesima.

Molto puntuale è stato il Gruppo 4 che ha riportato le mosse, ma che non è stato capace di operare una sintesi:

Gruppo 4: «Per vincere questo gioco bisogna iniziare sul numero 2. Poi l'avversario può muoversi nel 3 o nel 4, in ogni caso ti devi spostare sul 5; poi l'avversario si deve spostare sul 6 o sul 7. In ogni caso ti sposterai sull'8. Dopo l'avversario dovrà spostarsi sul 9 o 10. In ogni caso ti sposterai sul 14. poi l'avversario si sposterà sul 15 o 16 e tu in ogni caso ti sposterai sul 17. Poi l'avversario è costretto a mettersi sul 18 o 19 e tu hai vinto».

Fase 2:

Con la Fase 2 si inizia a passare dal linguaggio naturale al linguaggio matematico.

Si propongono le seguenti proposizioni (Tabella 1) chiedendo di indicarne il valore di verità, specificando che, per quelle proposizioni che si ritengono false, si deve portare un controesempio.

		V	F
1	Se parto da 2 vinco.		
2	Se inizio per primo vinco.		
3	Se non parto da 2 non vinco.		
4	Se arrivo sulle caselle 2, 5, 8, 11, 14, vinco.		
5	Se avanzo di un numero di caselle diverso da quelle di cui avanza il mio avversario vinco.		
6	Se arrivo su una delle caselle 2, 5, 8, 11, 14, 17 e avanzo di un numero di caselle diverso da quelle di cui avanza il mio avversario vinco.		
7	Se arrivo sulla casella 19 perdo.		

Tabella 1. Vero o Falso?

Si passa poi a osservare che ciascuna delle precedenti frasi è costituita da due proposizioni legate tra loro da un "Se" (esplicitato) e da un "allora" (implicito), si introducono le notazioni $A \Rightarrow B$ oppure $A \Leftrightarrow B$ e infine i delicati concetti di teorema e di dimostrazione: a tal proposito si analizzano teoremi del linguaggio naturale (*Se Marco vive a Roma allora Marco vive in Italia*) e teoremi propri della matematica (*Se n è un numero naturale multiplo di quattro allora n è un numero naturale pari*).

Alla luce di quanto imparato si analizzano poi le 7 proposizioni della Tabella 1, individuando nella

proposizione 6 un teorema che gli studenti, mediante una attività guidata, sono invitati a dimostrare. La proposizione 6 diventa allora il *Teorema del come faccio a vincere!*

NOTA: Sono state elaborate due dimostrazioni (due attività guidate) del *Teorema del come faccio a vincere*: una utilizza la proprietà caratteristica delle caselle vincenti (essere un numero del tipo $3n-1$), l'altra permette di introdurre le classi di resto modulo 3. Il docente è libero di proporre alla classe l'una, l'altra o entrambe le dimostrazioni. Nell'[Allegato 2](#) è possibile visionare una dimostrazione guidata.

Fase 3:

Con la Fase 3 si chiude il percorso proponendo nuovamente un momento ludico: si gioca con alcune varianti de *La corsa a 20* e si chiede agli studenti di inventarne altre.

I nuovi giochi diventano poi occasione per creare nuovi teoremi.

4 Considerazioni e varianti

La parte più intrigante per gli studenti è indubbiamente quella in cui giocano, o meglio quella in cui inventano giochi nuovi, che portano a enunciare e dimostrare nuovi teoremi (Fase 3).

Riportiamo a seguire due varianti proposte dagli studenti e una variante proposta da un docente, che ci sono sembrate molto interessanti.

1	2	3
4	5	6
7	8	9
10	11	12
13	14	15
16	17	18
19	20	21

Il gioco del 21

I giocatori devono riuscire a raggiungere la casella 21 spostando la pedina di due o tre caselle.

Materiale: la tabella delle 21 caselle, una pedina

Giocatori: 2

Figura 4. Il gioco del 21: tabellone, regole, pedina.

Un giocatore, anche non troppo esperto, si renderà conto che non sempre c'è un giocatore vincente, e la partita può anche finire in parità.

Caselle vincenti per questo gioco, cioè caselle che portano alla vittoria se ci si arriva e se si utilizza una corretta strategia sulle mosse da fare, sono 6, 11, 16.

Come suggerisce bene Gia., nella sua argomentazione:

Gia.: «Numeri vincenti sono 6-11-16-21.

In questo gioco possiamo adottare 2 strategie:

la prima strategia è quella vincente: conquistare per primi le caselle 6, 11, 16 e dalla casella 16 in base a come muove l'avversario, si arriva alla casella 21 e si vince.

La seconda strategia è quella per pareggiare, quindi non c'è nessun vincitore. Evitando di fare arrivare l'avversario alle caselle vincenti».

Gia. indica le caselle vincenti (che chiama numeri vincenti) e indica molto bene le "due strategie". La possibilità di pareggiare era proprio la novità che voleva introdurre M.:

M.: «L'idea di questo gioco mi è venuta perché ho pensato se si potesse non solo vincere o perdere ma anche pareggiare».

A completamento del ragionamento indicato, A., L. e Ra. sottolineano che

A., L., Ra.: «Nell'elenco delle caselle vincenti non è incluso l'1 perché non è raggiungibile in alcun modo».

I ragazzi (anche M., autore del gioco), non avendo indicato le caselle utili per il posizionamento iniziale, hanno assunto che la pedina partisse dalla casella zero, non indicata sul tabellone.

La variante di *Enn.*, *Enr.*, *Gio.* e *Ro.*, 14 anni (Figura 5).



Figura 5. *The new 20 game*: Tabellone, regole, pedina.

Il *The new 20 game* è un gioco che, a fronte di un tabellone uguale, a meno della forma, a quello de *La corsa a 20*, presenta una novità nelle mosse: la possibilità, una volta a partita, di non avanzare o di avanzare di tre caselle. Questa novità pone delle possibilità di azione del giocatore più ampie e una strategia vincente un po' più complessa da elaborare.

Ragioniamo come segue.

Supponiamo di essere arrivati sulla casella 16 e di non avere mai utilizzato la *mossa +0 oppure +3* che fa spostare la pedina di 0 o di 3 caselle. A prescindere dalla mossa dell'avversario io posso portarmi sulla casella 20 (Tabella 2).

	Mossa dell'avversario	Mossa mia
Possibilità 1	+1 (casella 17)	+3 (casella 20)
Possibilità 2	+2 (casella 18)	+2 (casella 20)
Possibilità 3	+3 (casella 19)	+1 (casella 20)
Possibilità 4	+0 (casella 16)	+1 (casella 17)

Tabella 2. Possibili mosse a partire dalla casella 16.

La possibilità 4 ci riporta a *La corsa a 20*. Infatti, a quel punto, l'avversario ha già utilizzato *la mossa +0 oppure +3* e per lui il gioco si riduce a *La corsa a 20*. Quindi io avanzerò la pedina di due caselle se l'avversario la sposta di una e di una casella se l'avversario avanza di due, portandomi sulla casella 20. Andando a ritroso, la precedente casella vincente, se non ho ancora utilizzato *la mossa +0 oppure +3* è la casella 13 (Tabella 3).

	Mossa dell'avversario	Mossa mia
Possibilità 1	+1 (casella 14)	+2 (casella 16)
Possibilità 2	+2 (casella 15)	+1 (casella 16)
Possibilità 3	+3 (casella 16)	+1 (casella 17)
Possibilità 4	+0 (casella 13)	+1 (casella 14)

Tabella 3. Possibili mosse a partire dalla casella 13.

Se ci spostiamo secondo le possibilità 1 e 2 arriviamo alla casella 16 e ci troviamo nella condizione precedente. Se ci spostiamo secondo le possibilità 3 e 4 applichiamo la strategia de *La corsa a 20*. In ogni caso ci si riconduce ad un caso già studiato. In generale, finché non viene usata la mossa speciale, *le caselle vincenti* saranno 1, 4, 7, 10, 13, 16 (Figura 6). Quindi, se inizio per primo e mi sposto sulla casella 1 e procedo per mosse vincenti vinco la partita!

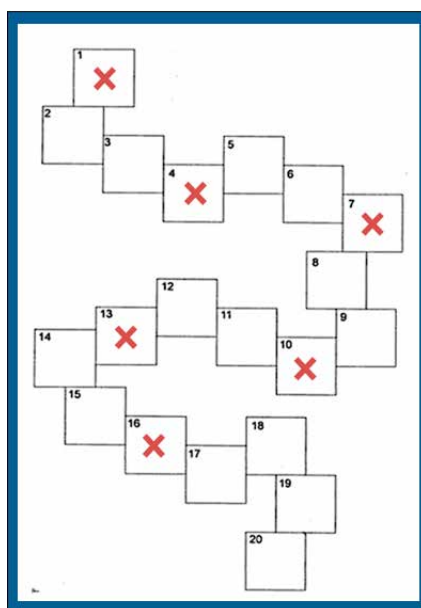


Figura 6. Caselle vincenti del *The new 20 game*.

Il *The new 20 game* risulta essere un gioco piuttosto avvincente in cui entrano in gioco conoscenze pregresse. Probabilmente i quattro autori non avevano neanche inteso quanto avrebbero messo in difficoltà i compagni che si sono ritrovati a giocare con la loro variante.

La variante del Professore

La proposta del Professore prevede un tabellone costituito da caselle esagonali: due giocatori a tur-

no spostano la stessa pedina dalla casella in cui si trova il cartoncino blu a quella in cui si trova il cartoncino rosso, procedendo da sinistra verso destra avanzando da una casella a una confinante in orizzontale o in diagonale – direzioni ovest-est, nord-est o sud-est (Figura 7).

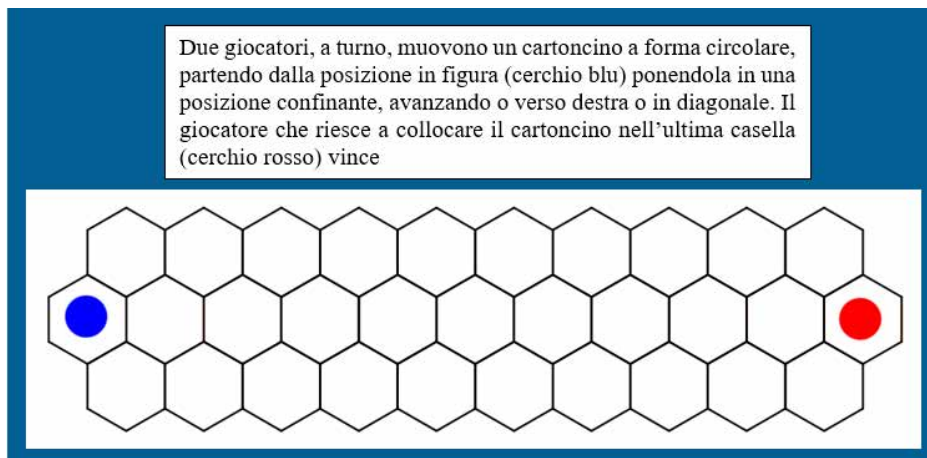


Figura 7. Il tabellone del gioco del Professore e le regole del gioco.

Se numeriamo in modo adeguato le caselle, l'equivalenza al gioco de *La corsa a 20* apparirà chiaramente (Figura 8).

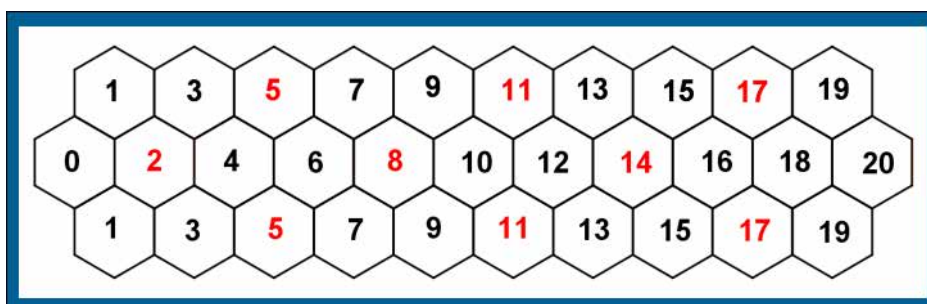


Figura 8. Numerazione del tabellone del gioco del Professore.

Avanzare di una casella in orizzontale equivale a fare un salto di due caselle ne *La corsa a 20*, avanzare di una casella in diagonale equivale a fare un salto di una casella ne *La corsa a 20*. Quindi, le caselle vincenti sono la 2, la 5, la 8, la 11, la 14, la 17 e la mossa vincente, trovandosi in una casella vincente, consiste nello spostarsi in una direzione diversa da quella di cui si è spostato l'avversario.

5 Conclusioni e suggerimenti

Il percorso qui presentato prende spunto da un gioco da tavolo. Il gioco accompagna diverse fasi dell'attività laboratoriale e si configura come strumento per attirare lo studente e avviare processi di conoscenza che si snoderanno attraverso discussioni, confronti, ragionamenti, dimostrazioni e nuovi giochi. D'altra parte, l'utilizzo di giochi nella didattica è sempre più diffuso. Si tratta di giochi che

non hanno esclusivamente o principalmente uno scopo di intrattenimento, ma contengono elementi educativi: si pensi per esempio ai giochi seri, cioè videogiochi nati a scopi didattici in cui si impara *in contesto* (Sawyer, 2007), ai giochi di strategia noti a tutti come il gioco della Dama o degli Scacchi, che pur non nascendo come giochi educativi, sviluppano competenze, o alle favole che accompagnano attività didattiche dei più piccoli (Ponte, 2001).

L'utilizzo di giochi nella didattica permette di migliorare capacità di pensiero critico mentre si insegna un particolare argomento, permettendo agli studenti di pensare fuori dagli schemi mentre si seguono le regole (Zirawaga et al., 2017). Da un punto di vista pedagogico, il modello di riferimento è quello del *learning by doing* (imparare facendo): giocando scopro, penso, rifletto, formulo congetture, verifico, tento, ritento, argomento. I giochi promuovono comportamenti creativi e pensiero divergente; spesso agiscono come stimoli per l'apprendimento, inducendo una vivace discussione sui concetti di apprendimento tra gli studenti dopo il gioco (Boyle, 2011). Inoltre, l'elemento ludico permette allo studente di agire più spontaneamente e di muoversi in un ambiente a lui più confortevole e senza insidie.

Si ha così l'opportunità di proporre una didattica coinvolgente e di favorire un atteggiamento positivo verso la disciplina (Di Martino, 2007).

Nello specifico del percorso presentato, accanto al momento ludico, si propongono momenti di riflessione che stimolano l'argomentazione, la difesa della propria tesi, l'evoluzione della propria identità, in un terreno su cui lo studente si sposta con disinvoltura. L'evoluzione della competenza argomentativa degli studenti dalla Fase 1 alla Fase 3 si evince dalle loro produzioni. Basti confrontare le argomentazioni dei Gruppi 1, 2, 3 (par. 3) con quella di Gia. (par. 4), che descrive con precisione e buona capacità di sintesi le situazioni che si possono presentare, oppure con quella di Leonardo e Matteo:

«Per poter vincere bisogna puntare sulle seguenti caselle: 6-11-16, caselle che chiameremo "Caselle Vincenti" queste ti porteranno alla vittoria!

Le caselle che bisogna evitare sono: 3-4-8-9-13-14-18-19, caselle che chiameremo "Caselle Perdenti" queste caselle sono assolutamente da evitare perché il tuo avversario potrebbe posizionarsi sulle caselle vincenti!

Un consiglio per vincere è quello di cominciare dalla casella numero 2 onde evitare che l'avversario possa raggiungere la casella numero 6.

Se non è più possibile raggiungere le "Caselle Vincenti" una buona strategia è quella di puntare sulle caselle: 7-12-17, caselle che chiameremo "Caselle Semi vincenti"; quest'ultime potranno portarti alla vittoria, ma in alcuni casi porteranno ad un numero maggiore di 21, il che corrisponderebbe a un pareggio, per questo abbiamo deciso di chiamarle "Semi vincenti"».

Le dimensioni del Quadro TRU trovano applicazione in questo percorso, in cui *contenuti, coinvolgimento, sfide, quadro in continua evoluzione* concorrono a creare quella *identità matematica* propria di ciascuno studente e di ciascun cittadino.

Con attività di questo tipo si ha l'occasione di presentare una matematica ancora in evoluzione, in cui ogni giorno si scoprono nuovi teoremi e in cui tutti gli studenti possono essere creativi e piccoli matematici: si presenta una matematica

«non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come contesto per affrontare e porsi problemi significativi e per esplorare e percepire relazioni e strutture che si ritrovano e ricorrono in natura e nelle creazioni dell'uomo».

(MIUR, 2012, p. 50)

Ringraziamenti

Ringraziamo la Professoressa Gabriella Chisari, dirigente del Liceo Scientifico Galileo Galilei di Cata-

nia, e la Professoressa Agnese Zuccarello, docente di Matematica nella sezione di *Liceo Matematico*, che hanno consentito la sperimentazione dell'attività alla presenza di uno degli autori. Un ringraziamento speciale ai meravigliosi ragazzi della 1^aO, anno scolastico 2017/2018.

La ricerca è stata supportata dal progetto di ricerca "Programma Ricerca di Ateneo UNICT 2020-22 linea 2, EEEP&DLaD".

Bibliografia

- Anichini, G., Arzarello, F., Ciarrapico, L., & Robutti, O. (2004). *Matematica 2003*. Matteoni Stampatore.
- Bartolini Bussi, M. G., Boni, M., & Ferri, F. (1995). Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica. *Rapporto tecnico n.21 NDR di Modena*. Centro Documentazione Educativa.
- Boyle, S. (2011). *Teaching toolkit: An introduction to game based learning*. UCD Teaching and Learning Resources. <https://www.ucd.ie/t4cms/UCDTLT0044.pdf.pdf>
- Bramanti, M., & Travaglini, G. (2009). *Matematica. Questione di Metodo*. Zanichelli.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Kluwer Academic.
- Capone, R., Rogora, E., & Tortoriello F. S. (2017). La matematica come collante culturale nell'insegnamento. *Matematica, Cultura e Società. Rivista dell'Unione Matematica Italiana*, 2(3), 293–304.
- Chiappini, G. (2007). Il laboratorio didattico di matematica: riferimenti teorici per la sua costruzione. In R. Garuti, A. Orlandoni & R. Ricci (A cura di), *Il laboratorio matematico scientifico: suggerimenti ed esperienze, allegato al n.8 di Innovazione educativa* (pp. 9–12). IRRE Emilia Romagna.
- Di Martino, P. (2007). L'atteggiamento verso la matematica: alcune riflessioni sul tema. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 30A-B(6), 651–666.
- Ministero dell'istruzione, dell'università e della ricerca. (2012). *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione*. <http://www.indicazioninazionali.it/2018/08/26/indicazioni-2012/>
- Ponte, J. P. (2001). Professional narratives in mathematics teacher education. *Proceedings of the 2001 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group* (pp. 61–65). University of Alberta. <https://www.researchgate.net/publication/277239646> Professional narratives in mathematics teacher education
- Sawyer, B. (2007). The "Serious Games" Landscape. *Proceedings of Instructional & Research Technology Symposium for Arts, Humanities and Social Sciences*. Camden.
- Schoenfeld, A. H. (2013). Classroom observations in theory and practice. *ZDM-The International Journal Of Mathematics Education*, 45, 607–621.
- Schoenfeld, A. H. (2014). What makes for powerful classrooms, and how can we support teachers in creating them? *Educational Researcher*, 43(8), 404–412.
- Schoenfeld, A. H., & the Teaching for Robust Understanding Project. (2016). *An Introduction to the Teaching for Robust Understanding (TRU) Framework*. Graduate School of Education. <http://map.mathshell.org/trumath.php>
- Zirawaga, V. S., Olusanya, A. I., & Maduku, T. (2017). Gaming in Education: Using Games as a Support Tool to Teach History. *Journal of Education and Practice*, 8(15), 55–64.

Il passaporto numerico: un percorso “italmatico” alla scuola dell’infanzia

The numeric passport: an italmatic journey at the kindergarten

Sofia Franscella^{*} e Lara Ponzio[°]

^{*} Scuola dell’infanzia di Monte Carasso e gruppo Matematicando – Svizzera

[°] Scuola dell’infanzia di Lumino – Svizzera

✉ sofia.franscella@hotmail.it, l.ponzio@hotmail.com

Sunto / Questo articolo ha lo scopo di descrivere un itinerario interdisciplinare focalizzato principalmente sull’italiano e sulla matematica. Il progetto “italmatico”, che è stato realizzato in due sezioni di scuola dell’infanzia di Monte Carasso e Bellinzona nord (Canton Ticino), si basa sulla realizzazione di un passaporto numerico. In questo documento d’identità vengono riassunte le principali informazioni numeriche che caratterizzano i bambini da diversi punti di vista (numeri personali: età, altezza, peso ecc.). Nel vivere queste esperienze, attraverso attività laboratoriali vissute con i compagni, non ci si sofferma solo sui numeri che si incontrano, ma anche su aspetti linguistici e sull’identità competente dei bambini. Per gli allievi della scuola dell’infanzia ed elementare risulta molto significativo individuare i propri numeri “personali” per conoscere meglio se stessi e gli altri. Lavorando in un’ottica interdisciplinare i bambini hanno l’opportunità di confrontarsi con attività contestualizzate nell’ambito del reale, sviluppando le proprie competenze in modo ricco e positivo.

Parole chiave: passaporto numerico; italmatica; identità competente; attività laboratoriali; interdisciplinarietà.

Abstract / This article describes an interdisciplinary itinerary mainly focused on the subjects of Italian and mathematics. The "Italmatic" project, which was carried out in two sections of the kindergarten in Monte Carasso and Bellinzona nord (Canton Ticino), is based on the creation of a numerical passport. This identity document summarizes the main numerical information that characterizes the children from different aspects (personal numbers: age, height, weight etc.). The children participated in different laboratory activities together with classmates, where the focus is not solely placed on numbers, but also on the linguistic aspects tied to the themes that are dealt with and on the competent identity of the children. For pupils in kindergarten and elementary school, it is very significant to identify their “personal” numbers to learn more about themselves and others. Through this interdisciplinary work, the children had the opportunity to deal with activities that are clearly put into the context of the real world. This allowed them to develop their skills in a rich and positive way.

Keywords: numerical passport; italmatica; competent identity; laboratory activities; interdisciplinarity.

«L'atteggiamento scientifico e quello poetico coincidono:
entrambi sono atteggiamenti insieme di ricerca
e di progettazione, di scoperta e di invenzione».
Italo Calvino

1 Introduzione

L'esperienza didattica proposta in questo articolo è stata realizzata in due sezioni di scuola dell'infanzia di Monte Carasso e Bellinzona nord del Canton Ticino ed è nata dalle sollecitazioni avute nel corso del terzo anno del Bachelor per l'insegnamento per la scuola dell'infanzia dal titolo: "Italiano e matematica nella scuola dell'infanzia" erogato dal Dipartimento formazione e apprendimento (DFA) della SUPSI di Locarno. Tale corso ha preso forma all'interno dei progetti di ricerca e divulgazione sul tema "Italmatica", nome dato all'integrazione delle due discipline italiano e matematica, che fin dal 2012 sono stati condotti dal Centro competenze didattica della matematica (DDM) con il Centro competenze didattica dell'italiano lingua di scolarizzazione (DILS) del DFA. In questi anni, il team formato da ricercatori di didattica della matematica e linguisti ha cercato di rispondere alla sfida di favorire una visione unificante fra queste due discipline, conducendo ricerche e sperimentazioni nelle classi di scuola dell'infanzia, elementare e media (Demartini et al., 2017, 2018; Demartini & Sbaragli, 2015a, 2015b, 2019a, 2019b; Fornara & Sbaragli, 2013, 2014, 2016). È in questo contesto che è nato il progetto di ricerca *Italmatica. Comprendere la matematica a scuola, fra lingua comune e linguaggio specialistico* (Progetto n. 176339 del FNS), nel quale si affrontano alcune problematiche legate al linguaggio della matematica attraverso l'analisi di un corpus di libri di testo scolastici di matematica in lingua italiana della scuola elementare e media (Canducci, 2019; Canducci et al., 2019a, 2019b; Demartini et al., 2020; Demartini & Sbaragli, 2019a, 2019b; Sbaragli, 2019).

Dal punto di vista dei processi di insegnamento-apprendimento, l'italmatica fa interagire il pensiero umanistico e quello scientifico, evitando una rigida separazione fra le due discipline. In questo modo si agevola l'apprendimento e si sensibilizzano gli alunni riguardo ai rapporti che intercorrono tra matematica e linguaggio. Lavorando in un'ottica interdisciplinare si dà quindi la possibilità ai bambini di sviluppare le proprie competenze in un modo più ricco e di vivere l'esperienza di apprendimento con una propensione più positiva e creativa.

Come sostengono Demartini et al. (2020):

«è dunque più che mai opportuno avviare progetti interdisciplinari [...], soprattutto in contesti in cui la collaborazione tra le due discipline e i contatti con le scuole sono saldi e consolidati. Infatti, solo una sinergia profonda tra la matematica e le competenze della linguistica renderà possibile avviare un effettivo cambiamento [...]».

(Demartini et al., 2020, p. 492)

Per quanto concerne nello specifico la scuola dell'infanzia, dato che in questo livello scolastico si predilige un insegnamento a carattere fortemente globale, unitario ed esperienziale per soddisfare i bisogni e gli interessi degli allievi, si è cercato di creare un percorso che combinasse queste due discipline con una visione fortemente trasversale sull'identità del bambino.

2 Il passaporto numerico alla scuola dell'infanzia e l'identità competente

Alla scuola dell'infanzia è molto importante fornire occasioni contestualizzate nell'ambito del reale, in modo da permettere ai bambini di vivere situazioni problema creative e impregnate di positività. Un esempio in questo senso è legato alla creazione di quello che viene chiamato passaporto numerico, a seconda del contesto scelto dal docente. Per gli allievi della scuola dell'infanzia ed elementare risulta molto significativo individuare i propri numeri "personali" per conoscere meglio se stessi e gli altri. Alla base dello "sviluppo personale", come viene menzionato nel Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese (Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport [DECS], 2015, p. 30), vi è «la consapevolezza di sé, in quanto condizione irrinunciabile di un comportamento autonomo e responsabile, intesa come percezione dei propri limiti e delle proprie potenzialità, fiducia nei propri mezzi, immagine realistica di sé».

Nel passaporto vengono riassunte le principali informazioni numeriche che caratterizzano i bambini da diversi punti di vista (numero di lettere del proprio nome e cognome, data di nascita, numero degli elementi della famiglia, numero delle parti del corpo, numero delle scarpe, peso, altezza ecc.) emerse da diverse attività laboratoriali vissute con i compagni. Nel vivere queste esperienze non ci si sofferma solo sui numeri che si incontrano, ma anche su aspetti linguistici e sull'identità competente dei bambini. Con questa espressione si intende uno strumento educativo di indagine del gruppo-classe che ha come fine immediato quello di individuare gli hobby, le piccole specialità, le competenze scolastiche ed extrascolastiche, le passioni collezionistiche di ciascuno studente. Ogni studente si esprime (esprime una propria identità) attraverso competenze che sovente rimangono implicite al proprio modo di operare e sottese al proprio modo di apprendere (Berlini & Canevaro, 1996, p. 20).

In questo percorso, oltre agli argomenti già elencati in precedenza, è possibile includere anche altre tematiche (nomi delle parti del corpo, aggettivi per descrivere una persona, membri della famiglia, filastrocche, canzoni, rime, termini legati al tempo ecc.), che permettono di indagare gli interessi, le specialità, le potenzialità (cosa si è bravi a fare), le competenze scolastiche ed extrascolastiche di ogni bambino, che spesso restano implicite. Lo scopo è quello di favorire l'inclusione di tutti i bambini nel gruppo, di migliorare l'interazione fra i compagni e di favorire l'espressione verbale. Valorizzando le identità competenti di ognuno, sarà possibile avere una visione di una sezione, composta da singoli individui diversamente competenti; una diversità che può rappresentare una risorsa per l'intero gruppo, se canalizzata dall'insegnante con cura e attenzione.

Per prendersi cura dei propri allievi nel migliore dei modi è molto importante conoscerli; imparare i loro interessi, le loro potenzialità e le loro difficoltà. Grazie a queste conoscenze approfondite è più facile approcciarsi e utilizzare metodi di insegnamento diversi (stimolo visivo, uditivo tattile, concreto ecc.) che soddisfino i diversi livelli di apprendimento.

L'aspetto della valorizzazione delle identità competenti risulta essenziale per arrivare a creare il gruppo classe unito e coeso. La valorizzazione delle differenze oltre a far acquisire autostima e sicurezza nel bambino, permette all'intero gruppo di apprezzare le potenzialità di ognuno evitando comportamenti discriminatori e di esclusione. Il gruppo classe diventa risorsa fondamentale per crescere insieme, dove ognuno potrà dare e apprendere dagli altri, favorendo in tal modo uno scambio reciproco e un clima di classe sereno e disteso.

Come si afferma nel Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese (DECS, 2015, p. 57), «promuovendo la scoperta e la valorizzazione della propria identità, il bambino sviluppa un proprio percorso di crescita attraverso la scoperta e la valorizzazione di proprie caratteristiche e risorse che lo portano a fare esperienza di ruoli/identità che si possono/devono assumere in contesti diversi». Conoscendosi meglio tra di loro, i bambini cominciano a guardarsi in maniera diversa, capendo che ognuno, in fondo, ha delle qualità e delle identità competenti da offrire al gruppo. Il docente deve quindi essere abile a cogliere queste diversità e a renderle risorsa per tutto il gruppo.

È quindi opportuno, come afferma Selleri

«creare un clima comunicativo favorevole al dialogo, alla costruzione di una solida rete sociale, poiché un contesto comunicativo volto alla comprensione reciproca è uno strumento che rende certamente più favorevole ed efficace il contesto più generale dell'apprendimento».

(Selleri, 2013, p. 7)

3 Percorso svolto: quadro organizzativo

Presentiamo le principali fasi del percorso che è stato svolto durante il terzo anno di formazione Bachelor in due sezioni di scuola dell'infanzia e risperimentato negli anni successivi, in quanto si tratta di un'esperienza estremamente ricca a livello formativo.

La scelta dell'argomento nasce anche dalla constatazione che, nelle sezioni in cui sono state sperimentati i percorsi, erano presenti numerosi bambini stranieri che conoscevano ancora poco la lingua italiana; alcuni di questi bambini non italofoeni stentavano a prendere la parola durante le discussioni, e per questo risultava importante sviluppare anche aspetti linguistici e trasversali. In ambito linguistico si è passati da attività di arricchimento lessicale (ripetizione del nome delle parti del corpo), a ripetizione di filastrocche (ruota dei mesi), fino a più complessi momenti dedicati alla descrizione di sé stessi e dei membri della famiglia, abbinandole in maniera sinergica a proposte in ambito numerico (i numeri del corpo, l'età, il peso, l'altezza ecc.) (Marazzani, 2007). Il tentativo è stato quello di agevolare un apprendimento che andasse in entrambe le direzioni, offrendo stimoli in modo funzionale.

Introduzione: arrivo del passaporto. Il percorso è stato introdotto tramite i due personaggi delle rispettive sezioni (topo Ted e pinguino Limpo) che, dovendo partire per un viaggio lontano con l'aereo, necessitavano di un documento d'identità.

I due personaggi un po' disordinati hanno ritrovato unicamente la copertina del passaporto raffigurante il disegno del viso, il nome e il cognome (Figure 1 e 2).



Figura 1. Ipotesi in merito al pacco ricevuto in sezione.



Figura 2. Arrivo in sezione del passaporto.

I bambini hanno ricevuto quindi la copertina dei rispettivi personaggi di sezione e una copertina per ciascuno di loro con la scritta "Passaporto" (Figura 3).



Figura 3. Scoperta del proprio passaporto.

Successivamente, i bambini hanno formulato delle ipotesi in merito al contenuto ("che cos'è?", "a cosa serve?", "chi ce l'ha inviato?" ecc.) e al significato del termine passaporto.

Alcune ipotesi in merito a "cosa serve il passaporto" sono state le seguenti:

- «serve per viaggiare»;
- «per fare la spesa»;
- «per andare a prendere i soldi»;
- «per farsi riconoscere dalla polizia».

Dopo aver accolto e rilanciato le varie ipotesi dei bambini, questi hanno deciso di chiedere ai propri familiari a casa qual è l'utilità di un passaporto.

Nei giorni seguenti alcuni bambini sono arrivati a scuola con molte informazioni al riguardo e le hanno riportate ai compagni. In questo modo ciascun bambino ha compreso che il passaporto è un documento che mostra i dati personali (nome, cognome, fotografia, data di nascita, attinenza ecc.).

L'autoritratto. I bambini hanno deciso di aggiungere nel proprio passaporto anche l'autoritratto. Prima di svolgere il disegno, è stato chiesto loro di descrivere com'è fatto il loro viso (come si chiamano le varie parti, di che colore hanno gli occhi, i capelli ecc.).

I bambini hanno elencato le varie parti del viso, nel seguente modo:

- «abbiamo gli occhi»;
- «la bocca»;
- «le labbra»;
- «le orecchie»;
- «il collo»;
- «le sopracciglia»;
- «le ciglia»;
- «i capelli»;
- «le guance».

Per disegnarsi rispettando le caratteristiche principali del proprio viso sono stati forniti ai bambini degli specchi per guardarsi mentre si disegnavano (Figura 4 e 5).

Grazie all'osservazione allo specchio sono scaturite considerazioni numeriche sul proprio volto, ad esempio:

- «ho due orecchie e due occhi»;
- «ho un naso e una bocca»;
- «non riesco a contare i capelli sono troppi»;
- ecc.



Figura 4. Osservarsi allo specchio per il proprio ritratto.



Figura 5. Realizzazione dell'autoritratto.

I numeri del viso. Dopo aver disegnato lo schema iniziale dell'autoritratto, i bambini più grandi (anno obbligatorio 2¹) e alcuni dell'anno intermedio (anno obbligatorio 1) hanno stimato i tratti caratteristici del viso (dai più facili, come ad esempio il numero di occhi, fino ai più complessi come il numero di ciglia e di capelli). Nello stimare il numero di capelli sono uscite quantità molto diverse: da "5" a "41" a "centomila" o "centomille". I bambini si sono divertiti a stimare anche i denti: "25" – "24" – "11" – "30" – "7" – "non so contarli".

Come verifica, i bambini sono andati davanti allo specchio a contarli.

Dopo questa discussione iniziale i bambini si sono spostati davanti allo specchio (o al tavolo con gli specchi) per osservare il proprio viso e verificare tramite la conta il numero effettivo di elementi laddove possibile (Figura 6). Infine, hanno quantificato e rappresentato i numeri del proprio volto sotto forma di lista pittorica e indo-araba convenzionale.

1. Il sistema scolastico svizzero prevede l'obbligatorietà alla scuola dell'infanzia a partire dai 4 anni (bambini dell'anno obbligatorio 1 e dell'anno obbligatorio 2). In Ticino inoltre hanno la possibilità di iscriversi alla scuola dell'infanzia all'anno facoltativo anche i bambini di 3 anni.

Bambini dell'anno obbligatorio 2: 5-6 anni.

Bambini dell'anno obbligatorio 1: 4-5 anni.

Bambini dell'anno facoltativo: 3-4 anni.



Figura 6. Verifica allo specchio dei numeri del proprio viso.

Agli allievi è poi stato chiesto di rappresentare i numeri del proprio viso e ciò è stato fatto seguendo varie strategie. Alcuni di essi, già abili con i numeri, hanno utilizzato la rappresentazione indo-araba convenzionale (Figura 7), altri invece hanno usato la rappresentazione iconica (mani) e altri la forma pittorica (Figura 8).

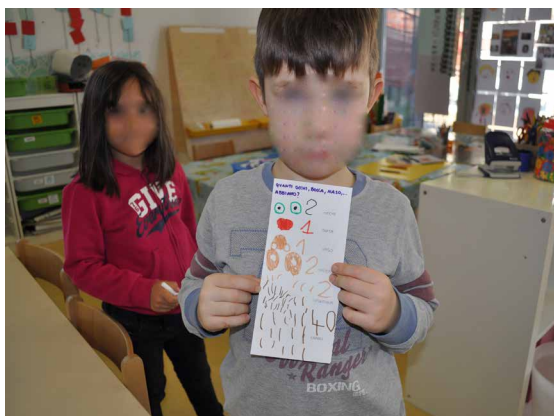


Figura 7. Rappresentazione dei numeri del proprio viso.



Figura 8. Un esempio di rappresentazione pittorica.

Il nome e il cognome. In seguito, i bambini hanno notato che nel passaporto del personaggio di sezione era presente anche il nome e il cognome. Hanno quindi voluto completare la loro pagina inserendo anche questi due elementi. L'attività è stata differenziata in base alle loro competenze: i bambini più piccoli (anno facoltativo) hanno dovuto riconoscere il proprio nome scritto su un cartellino e l'hanno incollato; i bambini di età intermedia (anno obbligatorio 1) che non sapevano ancora scrivere il proprio nome, hanno dovuto riconoscerlo e in seguito hanno preso le lettere corrispondenti (corrispondenza biunivoca) e le hanno incollate in una griglia rispettando la sequenza corretta. Infine, hanno avuto la possibilità di copiare il nome anche sulla copertina principale. Tutti gli altri bambini

(anno obbligatorio 2 e alcuni dell'anno obbligatorio 1) hanno scritto direttamente il proprio nome ed è stato chiesto loro quale fosse il proprio cognome. Alcuni allievi non erano a conoscenza del proprio cognome ed è stata quindi colta l'occasione di invitarli a chiedere ai propri genitori.

Gli alunni, una volta venuti a conoscenza del proprio cognome, hanno dovuto cercarlo tra i vari cartellini. Dopo averlo individuato, hanno cercato le lettere corrispondenti tra quelle disponibili e le hanno incollate nella giusta sequenza (Figura 9).

Durante quest'attività sono emerse diverse strategie: alcuni bambini effettuavano una corrispondenza biunivoca tra lettere del nome/cognome scritto sul cartellino e le lettere da individuare; altri invece guardavano prima il cartellino e poi andavano a cercare le letterine (Figura 10); altri ancora cercavano alcune letterine, le mettevano in ordine e poi andavano a cercare quelle mancanti.

I bambini con l'ausilio di questa pagina hanno potuto completare anche la copertina del passaporto, copiando il nome e il cognome su di essa.



Figura 9. Selezione delle lettere del proprio cognome.



Figura 10. Riordino delle lettere del proprio cognome nella giusta sequenza.

Confronto e ordinamento del nome e del cognome. Gli alunni si sono accorti che sulla pagina del personaggio di sezione, a fianco del nome e del cognome, c'era un numero. Hanno subito capito che si trattava del numero corrispondente alle lettere del nome e del cognome. Essi hanno provato a contarle e la loro ipotesi si è rivelata corretta. Ogni bambino (anno obbligatorio 2) ha contato le lettere del proprio nome e cognome e ha scritto accanto il numero corrispondente nella modalità che preferiva (forma indo-araba o iconica). Per verificare la capacità di quantificare il numero è stato chiesto agli allievi di prendere il numero di pennarelli corrispondenti al numero di lettere del proprio nome o del proprio cognome.

Le strategie emerse sono state le seguenti: alcuni bambini contavano le lettere del nome e poi andavano a prendere i pennarelli del numero corrispondente; altri effettuavano una corrispondenza biunivoca letterina-pennarello; altri ancora riconoscevano la cifra e prendevano direttamente il numero corrispondente.

Successivamente si è discusso su chi avesse il nome o il cognome "più lungo", ossia costituito da un numero maggiore o minore di letterine, e sono stati fatti degli ordinamenti e dei confronti fra i compagni (Figure 11 e 12).



Figura 11. Ordinamento dei cognomi dal più lungo al più corto.



Figura 12. Ordinamento del nome dal più lungo al più corto.

Infine, è stato chiesto ai bambini di sommare le lettere del proprio nome e del cognome. Anche qui sono emerse strategie diverse: alcuni bambini erano già capaci di gestire l'addizione sommando direttamente i due numeri, altri utilizzavano il conteggio per individuare prima il numero di lettere del nome e poi quelle del cognome ottenendo due numeri che poi cercavano di sommare, mentre altri hanno scelto di contare in sequenza dichiarando poi il totale.

"Indovina chi?" Sono state presentate agli allievi otto fotografie di "bambini sconosciuti" ed è stato chiesto loro di osservarle con attenzione. La docente ha iniziato a descrivere le caratteristiche del viso delle persone raffigurate e i bambini dovevano indovinare di chi si trattasse, ad esempio "è una femmina che ha gli occhi a mandorla, color marrone, ha la bocca fine e i capelli corti, lisci e neri. Di chi si tratta?".

Nella descrizione sono stati usati anche vocaboli e aggettivi più ricercati (come ad esempio "lentigini", "mulatto" ecc.). I bambini sono stati invitati a spiegare il significato di queste parole. Infine, è stato realizzato il cartellone "faccia" con le fotografie dei "bambini sconosciuti" e gli allievi hanno provato a descriverle nuovamente riprendendo anche i vocaboli emersi in precedenza. Il cartellone è stato completato dai bambini con la descrizione di alcune caratteristiche del volto (Figura 13).

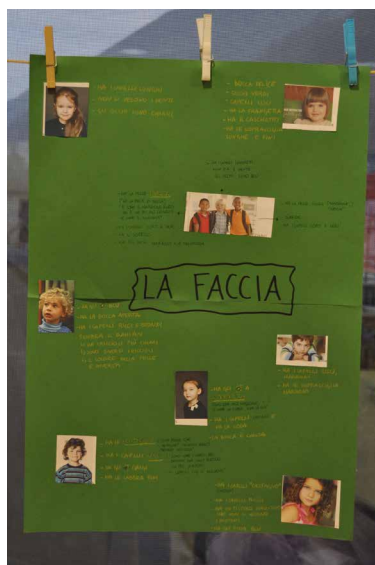


Figura 13. Cartellone con le caratteristiche della faccia.

Un'altra attività proposta è stata quella di individuare dapprima gli elementi principali per descrivere una persona (aggettivi: una persona può essere "alta/bassa", "magra/grassa", "occhi chiari/scuri", "capelli lunghi/corti", "lisci/ricci/mossi" ecc.). Dopodiché ogni bambino ha provato a descriversi partendo da tre immagini (alto/basso, magro/grasso, colore degli occhi e dei capelli).

Per allenarsi sull'utilizzo dei nuovi vocaboli appresi è stato proposto il gioco dell'"Indovina chi": un bambino alla volta doveva pescare il nome di un compagno e doveva provare a descriverlo (ad esempio "ha i capelli corti, biondi, gli occhi verdi e una bocca grande" ecc.) e i compagni dovevano indovinare di chi si trattasse.

Alcuni bambini hanno ripreso numerosi aggettivi introdotti nel cartellone della "faccia", i più piccoli invece si soffermavano soprattutto sulla descrizione dei vestiti.

Queste attività sono state molto utili per discutere dei termini sconosciuti e per nominare e descrivere i tratti caratteristici del viso e del corpo.

Durante quest'attività alcuni bambini nel descrivere il compagno utilizzavano anche riferimenti numerici. Ad esempio "ha i due occhi verdi, una bocca, due orecchie".

Il profilo. In seguito all'attività riguardante la descrizione di sé stessi e dei compagni, è stato proposto un momento dedicato al profilo, cioè la visione del volto che si osserva quando la testa è presentata di fianco. Questa scelta è nata dal fatto che nella sezione di Bellinzona nord la programmazione annuale era basata sul libro "Il pinguino senza frac" di Silvio D'Arzo. In questo libro viene citato il profilo e si è quindi colta l'occasione per approfondire la tematica.

Innanzitutto, si è discusso con i bambini sul termine "profilo" per comprenderne il significato, dopodiché gli alunni hanno dovuto capire quali parti del viso si vedono guardando una persona di profilo. Essi si sono accorti che, rispetto alla visione frontale, si vedevano solo metà degli elementi del viso, ad esempio: "solo un occhio", "solo un sopracciglio", "solo un orecchio", "metà bocca", "metà naso", "una guancia" ecc. I bambini hanno così avuto la possibilità di rinfrescare i nomi delle varie parti del viso e di riflettere in merito al numero di quest'ultime.

Grazie al teatro delle ombre si è giocato ad un'altra versione dell'"Indovina chi", dove un bambino si metteva di profilo dietro al teatro e gli altri dovevano indovinare il personaggio nascosto (Figura 14). Un altro gioco proposto è stato il "memory" con le fotografie dei due profili di ogni bambino da accoppiare (Figura 15).



Figura 14. Indovinare i profili dei compagni attraverso il teatro delle ombre.



Figura 15. Memory dei profili dei bambini.

Compleanno (età). I bambini hanno trovato in sezione una nuova pagina del passaporto del personaggio motivazionale raffigurante una torta con le candeline (età) e la data di nascita. Hanno poi contato le candeline e hanno ipotizzato che si trattava dell'età del personaggio di sezione. Dopo una breve riflessione hanno intuito che il numero indicato sulla pagina del passaporto si riferiva alla data di nascita. Successivamente è stata svolta una discussione sui propri dati personali: "quanti anni abbiamo?" e "chi conosce la propria data di nascita?".

Alcuni bambini dicevano il numero (ad esempio: "io ho 5 anni") mentre altri indicavano la propria età utilizzando le mani e mostrando il numero di dita corrispondente all'età.

Gli allievi hanno voluto completare la propria pagina del documento d'identità inserendo la propria età (Figure 16 e 17). I bambini più piccoli hanno dovuto contare le candeline e incollarle sopra la torta; i bambini dell'anno obbligatorio 1 e dell'anno obbligatorio 2, oltre ad aver incollato le candeline del numero corrispondente all'età, hanno provato anche a scrivere il numero (Figure 18 e 19).

Chi non era ancora in grado di usare la rappresentazione indo-araba convenzionale ha utilizzato quella iconica per rappresentare l'età.



Figura 16. Realizzazione della torta che indica l'età dei bambini.



Figura 17. Due esempi di torte realizzate con acquerello.



Figura 18. Rappresentazione dell'età in forma indo-araba.



Figura 19. Torta completata.

Con i bambini più grandi (anno obbligatorio 2) si è svolta in seguito anche un'attività per sviluppare la motricità fine: essi hanno dovuto decorare la torta seguendo le indicazioni delle docenti che mostravano vari tipi di linee da disegnare (zig-zag, onde, pallini, spirali ecc.), che hanno poi potuto personalizzare (Figura 20).



Figura 20. Decorazione delle torte seguendo le indicazioni delle docenti.

Ruota dei mesi. Dopo aver svolto le attività riguardanti l'età è arrivata in sezione una filastrocca dei mesi ([Allegato 1](#)) e una ruota rappresentante questi ultimi (Figura 21), dando così avvio a un ricco e stimolante percorso sul tempo.

I bambini hanno potuto esprimere le loro ipotesi in merito alla ruota dei mesi:

- «è una ruota dei giorni»;
- «è una ruota dei colori»;
- «è una ruota dei mesi».



Figura 21. Ruota dei mesi.

Una volta appurato che si trattava dei mesi, gli allievi hanno espresso le loro conoscenze sul tema: quanti sono i mesi, i nomi dei mesi, la loro lunghezza ecc. e si è inoltre svolta una breve discussione sulla ciclicità del tempo (i mesi che si ripetono) (Figura 22).



Figura 22. Osservazione della ruota dei mesi.

È stata letta la filastrocca dei mesi che era sotto forma di indovinelli: la docente leggeva la prima parte di filastrocca (ad esempio "febbraio un po' speciale ci regala il...?") e i bambini cercavano di completarla con una rima ("carnevale") (Figure 23).



Figura 23. Ricerca delle immagini (in rima) che servono a completare la filastrocca.

Un'altra attività svolta è stata quella di associare l'iniziale del mese con delle immagini che iniziavano con la stessa lettera, ad esempio: "febbraio – farfalla", "dicembre – dado" (Figura 24).



Figura 24. Attività fonologica: associare immagini che iniziano con la stessa lettera del mese.

I bambini hanno completato la filastrocca disegnando le parole in rima (o nel caso di Monte Carasso ricercando le immagini raffiguranti la rima). Dopodiché hanno incollato i disegni (o le immagini) sulla ruota per favorire la memorizzazione/apprendimento del testo (Figura 25).



Figura 25. Attività di memorizzazione della filastrocca.

In seguito, alcuni bambini hanno proposto di scrivere su questa ruota i propri nomi nel mese corrispondente alla loro nascita, in modo da sapere quando avrebbero compiuto gli anni. Grazie a questo spunto si sono potuti contare i mesi che mancavano per ciascun compleanno.

I bambini più grandi (anno obbligatorio 2) hanno successivamente dovuto provare a ricordare la loro data di nascita, per poi scriverla su un cartoncino e aggiungerla alla pagina dell'età sul loro passaporto.

I numeri del corpo umano. Per introdurre l'argomento sul corpo umano è stata letta la storia "Achille il puntino" di Guia Risari (vedi [Allegato 2](#)). Achille è un puntino, ma è anche un bambino che cresce e si sforza di diventare uomo. Decide di darsi un nome e sceglie di chiamarsi Achille. Poi si fa anche crescere due occhi e una testa, le orecchie, il naso ecc. Si fa crescere le gambe che servono

per poter viaggiare e conoscere tutte le cose meravigliose che ci sono nel mondo. In fondo al libro i bambini hanno trovato la sagoma del corpo umano disegnata sulla carta da pacco (dimensione reale) insieme ad una busta contenente gli elementi di cui esso è costituito (immagini di: occhi, bocca, naso ecc.). In alternativa possono essere i bambini a disegnare la sagoma del corpo del proprio compagno (Figure 26 e 27).



Figura 26. Disegno della sagoma del corpo.



Figura 27. Aggiunta delle parti del corpo mancanti.

Dopo aver osservato la sagoma vuota è stato chiesto ai bambini di nominare le parti del corpo che mancavano e man mano venivano selezionate le immagini delle parti da loro menzionate (o eventualmente si potevano disegnare). I bambini hanno saputo nominare le seguenti parti del corpo che erano state citate in precedenza: "bocca", "occhi", "sopracciglia", "ciglia", "naso", "orecchie", "ginocchia", "piedi", "gambe", "braccia", "tette", "culetto", "ombelico" (conosciuto da molti bambini come "bombonin"; "belico", "imbelico", "ombelico").

Ogni volta che un bambino menzionava una parte del corpo veniva chiesto di provare a descriverla tramite degli aggettivi, come ad esempio "naso lungo e a punta" (come quello nella storia di Achille). Sono emersi i seguenti aggettivi:

Mani	"grandi" - "piccole"
Piedi	"puzzolenti" - "profumati" "grandi" - "piccoli"
Occhi	"a mandorla" - "ovali" "marroni" - "verdi" - "blu" - "grigio-verdi" "chiusi" - "aperti"
Naso	"a punta" - "triangolare" "piccolo" - "grande" "dritto" - "storto"

Orecchie	"grandi" - "piccole"
Bocca	"grande" - "piccola" "fine" - "grossa" ("carnivora" invece di "carnosa")
Capelli	"lunghi" - "corti" "biondi" - "castani" - "neri"
Denti	"bianchi" - "gialli" "sdentato" "grandi" - "piccoli"

Tabella 1. Aggettivi per descrivere le parti del corpo.

Successivamente i bambini hanno proposto di classificare le parti del corpo in tre famiglie. Famiglia del 20: "dita delle mani e dei piedi"; famiglia del 2: "mani, ginocchia, occhi, orecchie"; famiglia dell'1: "naso, bocca, ombelico" (Figura 28).

- «Del 20 perché se mettiamo insieme 10 dita della mano più 10 dita dei piedi fa 20»;
- «Del 2, come 2 occhi, 2 ginocchia, 2 piedi»;
- «Dell'1, come 1 naso, 1 bocca, 1 ombelico».



Figura 28. Classificazione delle parti del corpo in tre famiglie (20, 2 e 1).

Infine, è stata completata la sagoma del corpo incollando le varie immagini al posto giusto (Figura 29). Quando sono state incollate le mani è emersa la discussione di come si chiamano le dita (diversi bambini non sapevano il nome di alcune dita, come l'indice e l'anulare) e qual è il dito più lungo e qual è quello più corto ("il pollice è il più corto, poi c'è il mignolo, poi l'indice, poi l'anulare e alla fine il medio"). Per imparare i nomi delle dita è stata proposta la "filastrocca delle dita" (Allegato 3).



Figura 29. Aggiunta delle parti mancanti della sagoma.

I bambini hanno voluto chiamare il corpo Achille, come quello della storia, e appenderlo sul vetro della portafinestra. Essi spontaneamente si divertivano a confrontare la propria altezza con la sagoma di Achille e affermavano: "io gli arrivo alla pancia"; "io all'ombelico".

In quest'attività è stato possibile focalizzare l'attenzione sui nomi specifici delle parti del corpo e sui numeri del corpo (ad esempio "quante mani, piedi, dita, occhi abbiamo?").

Un'altra attività (di transizione) è stata quella di identificare delle corrispondenze biunivoche fra le varie parti del corpo, ad esempio:

- «ho due piedi tanti quante le mani»;
- «ho 2 spalle tante quante le ginocchia»;
- «ho 2 braccia come 2 orecchie»;
- «ho 2 mani come 2 polmoni»;
- «ho 2 piedi come 2 sopracciglia».

Come attività di verifica degli apprendimenti (rappresentare varie parti del corpo e individuare il numero di quest'ultime) è stato chiesto ai bambini di completare una sagoma già disegnata su foglio A4. I bambini più grandi (anno obbligatorio 2) sono riusciti a rappresentare il numero delle dita delle mani e dei piedi in maniera corretta. Hanno inoltre scritto il numerale 10 accanto alle dita dei piedi e alle dita delle mani.

Un bambino molto coinvolto nel percorso ha portato da casa la canzone del corpo umano intitolata "Siamo fatti così" ([Allegato 4](#)) e l'ha insegnata ai compagni.

Sagoma dei piedi. I bambini hanno ricevuto dal personaggio di sezione una nuova pagina del passaporto raffigurante le sue impronte. La discussione si è focalizzata principalmente sulla grandezza dei piedi. In seguito, sono stati svolti dei confronti piede-piede per capire chi avesse quelli più grandi (Figura 30 e 31).



Figura 30. Confronto della grandezza dei piedi tra i compagni.



Figura 31. Confronto della grandezza dei piedi con la docente.

I bambini a coppie hanno dovuto disegnare e ritagliare la sagoma dei piedi (Figura 32). Alcuni di essi hanno fatto notare che sotto le ciabatte vi è scritto un numero che indica la grandezza del proprio piede (numero di scarpe). Gli allievi più grandi (anno obbligatorio 2) e alcuni di età intermedia (anno obbligatorio 1) lo hanno trascritto sulla sagoma (Figura 33).



Figura 32. Realizzazione della sagoma del piede.



Figura 33. Scrittura del numero di piede sulla sagoma disegnata.

Le varie strategie messe in atto per scrivere il numero sulla sagoma sono state le seguenti: alcuni bambini hanno copiato direttamente il numero dalla ciabatta, altri invece hanno guardato il numero, hanno rimesso la ciabatta al piede e hanno trascritto il numero.

Dopo aver ritagliato le varie sagome, i bambini hanno provato a ordinarle dalla più grande alla più piccola e, infine, le hanno incollate sulla propria pagina del passaporto (Figura 34).



Figura 34. Ordinamento dal numero più grande a quello più piccolo.

Le strategie emerse per effettuare l'ordinamento sono state le seguenti: alcuni bambini hanno messo le impronte in ordine di grandezza guardando il numero scritto, altri invece hanno confrontato direttamente la lunghezza delle impronte.

È inoltre nata la discussione sul perché si hanno piedi di grandezze differenti ("perché quando si cresce poi anche il piede diventa più grande"; "io ho già dovuto cambiare tante volte le pantofole perché non ci entravo più") e come si fa a scegliere un paio di scarpe che va bene ("si entra con il piede e se il ditone tocca contro vuol dire che la scarpa è piccola"). Ai bambini più piccoli (anno facoltativo) è stato proposto di realizzare su un foglio l'impronta dei propri piedi con la tempera.

L'altezza. Per fare il punto della situazione è stato chiesto ai bambini di ricapitolare quanto fatto fino ad ora nel passaporto. Dopo aver osservato le varie pagine del documento una bambina ha detto che mancava l'altezza.

È stata l'occasione per introdurre l'argomento chiedendo agli allievi "come si fa a sapere quanto si è alti". I bambini come prima risposta hanno menzionato il metro ("dobbiamo usare il metro"). Per provare dapprima strade alternative è stato detto loro che il metro alla scuola dell'infanzia non c'era e che avremmo dovuto trovare altre soluzioni. I bambini hanno proposto:

- «ci mettiamo vicino al muro e facciamo una righetta e scriviamo il numero da parte. La mamma a casa fa così quando mi misura»;
- «ci mettiamo uno vicino all'altro e vediamo chi è più alto» (i bambini ci provano) (Figura 35);
- «oppure possiamo usare il filo di ferro lungo lungo e ci mettiamo dentro le perline e contiamo quante perline siamo alti»;
- «possiamo usare i rotoli del laboratorio»;
- «possiamo provare con i duplo, possiamo costruire una torre alta e dopo contiamo i duplo».



Figura 35. Confronto di altezze tra due compagne.

Gli allievi hanno sperimentato a gruppetti le seguenti due idee proposte: una torre con i duplo (alcuni hanno utilizzato duplo della stessa altezza, altri di altezze diverse) (Figura 36 e 37), l'uso dei rotoli (Figura 38). Alla fine, hanno scritto su un foglio quanti duplo o rotoli sono alti. È stata fatta una discussione in merito ai risultati ottenuti in base all'unità di misura scelta, ad esempio "come mai sei alto solo 15 rotoli mentre con i duplo eri 58?"; "va bene usare duplo di altezze diverse?".

Risposta di un bambino: "no, devono essere tutti uguali altrimenti non posso capire che sono alto 54 duplo".



Figura 36. Sperimentazioni per misurare l'altezza attraverso i duplo.



Figura 37. Conteggio del numero di duplo utilizzati per misurare la compagna.



Figura 38. Sperimentazioni per misurare l'altezza attraverso i rotoli di carta.

Dopo aver ottenuto tutte le altezze dei bambini (in duplo) è stato chiesto loro di mettersi in ordine di altezza (dal più alto al più basso) (Figura 39).



Figura 39. Ordinamento dal più alto al più basso.

Gli allievi si sono divertiti molto a misurarsi con i duplo e hanno iniziato spontaneamente a misurare anche i loro giochi (Figura 40). Sono stati svolti anche alcuni ordinamenti di altezze di oggetti scelti in sezione (dal più basso al più alto o viceversa) (Figura 41).



Figura 40. Misura dell'altezza di un pupazzo.

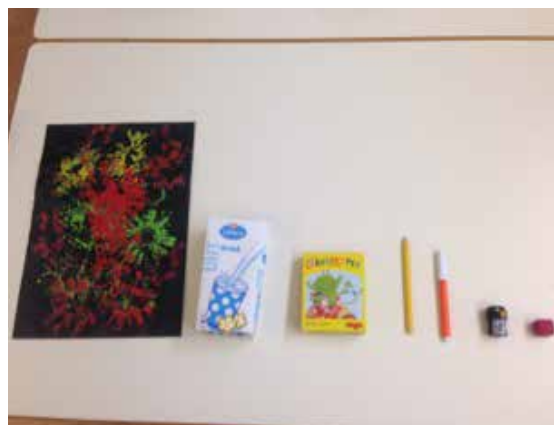


Figura 41. Ordinamento di altezze di oggetti presenti in aula.

Una bambina, qualche giorno dopo, ha portato il metro in sezione ed è stata svolta una discussione in merito al suo utilizzo ("cos'è?", "a cosa serve?", "come si usa?"). Infine, tutti i bambini sono stati misurati con questo mezzo (Figure 42 e 43).



Figura 42. Misura dei compagni attraverso il metro.



Figura 43. Misurazione della propria altezza con il metro.

Elementi della famiglia. Dopo aver parlato dell'altezza è arrivata in sezione una nuova pagina del documento d'identità del personaggio motivazionale raffigurante tre pinguini (per Limpo) e tre topi (per Ted). I bambini hanno subito ipotizzato che si trattava della famiglia del personaggio e, notando la presenza di molti foglietti simili a quelli su cui erano disegnati i membri della famiglia di Limpo/Topo Ted, hanno pensato di dover fare lo stesso.

Ognuno ha potuto citare i componenti della sua famiglia e provare a dirne il numero (ad esempio "siamo io, mia mamma, mio papà e mio fratello. Quindi siamo in 4"). I cartellini sono stati utili per favorire il conteggio di ciascun bambino, infatti ogni allievo ha dovuto prendere tanti cartellini quanti i componenti della sua famiglia. Le strategie usate dagli allievi sono state le seguenti: dire il numero dei membri della famiglia e poi contare i cartellini, oppure dire il nome di un componente della famiglia mentre prendevano un cartellino. I bambini hanno infine disegnato su ogni cartellino un membro della famiglia (Figure 44, 45 e 46) e con l'aiuto delle docenti hanno scritto di chi si trattava per poi incollarli sulla pagina del proprio passaporto.



Figura 44. Disegno di ogni membro della famiglia.



Figura 45. Disegno dell'animale domestico.



Figura 46. Realizzazione della pagina del passaporto (membri della famiglia).

Piani della propria abitazione. Agli allievi più grandi (anno obbligatorio 2) è stato chiesto di rappresentare i piani della propria casa sempre con l'ausilio dei cartellini (in riferimento alla programmazione annuale sulle abitazioni) e di individuarne il numero (Figura 47).



Figura 47. Rappresentazione dei piani della propria casa.

Peso. È arrivata in sezione una nuova pagina del documento di Limpo/Topo Ted riguardante il peso. Sulla pagina era raffigurato il personaggio di sezione con il suo peso scritto in chilogrammi (per non anticipare ai bambini il termine "chilogrammi" le docenti lo hanno nascosto). Con i bambini più grandi (anno obbligatorio 2) si è discusso per capire di cosa si trattasse. Essi hanno capito che il numero indicato rappresentava il peso. Si è quindi discusso delle possibili modalità per definire il peso di qualcuno o di qualcosa. Essi hanno nominato l'oggetto "bilancia" e il peso espresso in "chili" o "chilogrammi".

Nei giorni seguenti è stata portata in sezione una bilancia digitale (Figura 48) e un'analogica (Figura 49), in modo da poter osservare le tacche e capire che ogni tacca vale un chilogrammo.



Figura 48. Arrivo di una bilancia digitale in sezione.



Figura 49. Arrivo di una bilancia analogica in sezione.

Dopo una prima fase di sperimentazione libera delle bilance, i bambini hanno potuto pesarsi e provare a capire il peso di ognuno per poi scriverlo su un foglio (Figura 50). È stata scattata la fotografia di ogni bambino con il proprio peso. In seguito, hanno riordinato le fotografie dal bambino più leggero a quello più pesante (Figure 51 e 52).



Figura 50. Scrittura del proprio peso.



Figura 51. Confronto del peso tra i compagni.



Figura 52. Ordinamento dal più leggero al più pesante.

Sono stati svolti altri ordinamenti di oggetti in base al loro peso: ad esempio ogni bambino si recava a prendere un oggetto presente in sezione. Gli allievi potevano manipolare gli oggetti, dopodiché ipotizzavano quale fosse il più leggero e quale il più pesante. Infine, provavano ad ordinarli nella giusta sequenza secondo il criterio del peso (Figura 53). La sequenza definitiva veniva poi verificata grazie alla bilancia.

Questa attività è stata svolta anche in maniera più astratta, ad esempio con le immagini di alcuni animali che i bambini hanno dovuto ordinare secondo le loro conoscenze (Figura 54).



Figura 53. Classificazione di oggetti secondo il peso (dal più leggero al più pesante).



Figura 54. Ordinamento delle immagini degli animali (dal più leggero al più pesante).

Gli allievi hanno apprezzato particolarmente la bilancia, tanto che è diventato un gioco molto ambito. Provavano a pesare oggetti, a pesarsi in due, in tre, la maestra, con l'obiettivo anche di arrivare fino a 100 kg (Figura 55).



Figura 55. Pesare più bambini per arrivare a 100 kg.

4 Competenze attivate

Nelle tabelle seguenti vengono illustrate le competenze disciplinari e trasversali coinvolte nel percorso italmatico, facendo riferimento alle competenze disciplinari e trasversali indicate nel Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese (DECS, 2015).

<p>Traguardi specifici di apprendimento di italiano</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Arricchimento lessicale. - Entrata in contatto con diversi tipi di testo (storie, filastrocche, carta d'identità). - Avvicinamento alla lingua scritta (per i bambini dell'obbligatorio 1 e 2).
<p>Competenze disciplinari italiano</p>	<p><u>Ambito di competenza: parlare</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - Attivare: usare in modo preciso il lessico di base, riutilizzando parole ed espressioni nuove in modo appropriato al contesto. <p><u>Ambito di competenza: leggere</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - Attivare: riconoscere i grafemi, associare fonema e grafema. - Contestualizzare: mettere in relazione codice scritto e immagini. <p><u>Ambito di competenza: scrivere</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - Attivare: scrivere spontaneamente parole e numeri acquisendo i concetti di lettera e numero (copiatura, dettatura e scrittura spontanea).
<p>Traguardi specifici di apprendimento di matematica</p>	<p><u>Ambito di competenza: numeri e calcolo</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - Effettuare ordinamenti, stime, conteggi di raccolte alla sua portata numerica. - Stimare quantità in situazioni concrete. - Confrontare, ordinare, leggere e scrivere, numeri naturali.
<p>Competenze disciplinari matematica</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Matematizzare e modellizzare: rappresentare situazioni numeriche espresse in forma linguistica con parole, disegni. - Sapere e riconoscere: conoscere e utilizzare i numeri legati principalmente al contesto quotidiano: al proprio corpo, all'identità e al contesto socio-famigliare. - Interpretare e riflettere sui risultati: interpretare dati numerici relativi a diverse situazioni legate alla vita quotidiana.

Tabella 2. Competenze disciplinari.

Sviluppo personale	<ul style="list-style-type: none"> - Conoscere sé stessi. Lo sviluppo personale si rifà alla costruzione del processo di identità nelle sue diverse dimensioni e, in chiave di competenza si riflette nella capacità di agire con autonomia e responsabilità nei diversi contesti di vita.
Comunicazione	<ul style="list-style-type: none"> - Saper attivare le informazioni e le risorse che permettono di esprimersi utilizzando diversi tipi di linguaggio a seconda del contesto. - Sperimentare i diversi linguaggi: orale, scritto, musicale, gestuale, grafico, grafico/pittorico ecc. - Atteggiamento comunicativo: si pone in atteggiamento di ascolto e prova piacere nell'esprimersi, verbalmente e non.
Collaborazione	<ul style="list-style-type: none"> - Si riconosce nel gruppo e nei suoi scopi. - Nel lavoro cooperativo mette a disposizione le proprie risorse personali. - Si esprime e partecipa nell'interazione con gli altri. - Si relaziona con la diversità (sessuale, di capacità, etnica ecc.), non escludendo compagni dal gruppo di lavoro o di gioco.

Tabella 3. Competenze trasversali.

5 Conclusioni e bilancio dell'esperienza

Considerando la ricchezza del percorso svolto nelle due sezioni di scuola dell'infanzia, in questo ultimo paragrafo si è deciso di soffermarsi principalmente a presentare alcune potenzialità e criticità dell'esperienza vissuta.

L'interdisciplinarietà sfociata in multidisciplinarietà in questo itinerario emerge molto bene, i bambini sono stati confrontati con attività legate ad ambiti diversi: matematico, linguistico, grafico-pittorico, cognitivo e socioaffettivo. Gli allievi hanno così avuto modo di entrare in contatto e sviluppare delle competenze legate a diversi ambiti sia disciplinari sia trasversali. Ad esempio, sono stati trattati diversi tipi di testo, da quello narrativo a quello espressivo (filastrocche, canzoni) a quello informativo-espositivo (passaporto). Grazie a questi testi i bambini hanno avuto la possibilità di imparare nuovi vocaboli legati al corpo umano ("lentiggini", "mulatto", "labbra carnose"), ai mesi, alle unità di misura ("metro", "chilogrammo") ecc. ai quali si è provato a dare una descrizione. Si è notato che nelle attività successive i bambini hanno iniziato ad utilizzare sempre di più questi termini più specialistici. Inoltre, in questo percorso, sono state proposte occasioni di avvicinamento alla lingua attraverso attività di scrittura spontanea (dei numeri, delle lettere, delle parole), copiatura, ascolto e lettura.

Allo stesso tempo, gli alunni hanno avuto modo di conoscere e approfondire i numeri del proprio corpo tramite stime, ordinamenti, confronti, corrispondenze biunivoche, conteggi e di rappresentarli in diversi modi, rispettando sempre le scelte individuali. Hanno anche avuto l'occasione di conoscere in modo intuitivo diverse grandezze: lunghezze, tempo, massa e di effettuare con esse confronti in modo qualitativo e quantitativo, venendo in contatto anche con diversi strumenti di misura.

Le competenze trasversali maggiormente coinvolte nel progetto sono state: lo sviluppo personale, la comunicazione e la collaborazione. Le attività proposte hanno infatti stimolato i bambini a parlare tra loro, a confrontarsi, favorendo non solo la comunicazione (verbale e non) ma anche la collaborazione nel risolvere le varie situazioni-problema che si presentavano.

Durante il percorso i bambini hanno potuto e hanno saputo conoscersi meglio, ottenendo una migliore consapevolezza di sé. Difatti il passaporto è stato uno strumento prezioso per promuovere lo sviluppo della propria identità e di quella degli altri.

Un altro punto di forza è stato l'entusiasmo e la partecipazione attiva da parte di tutti i bambini. La scelta dello sfondo motivazionale ha sicuramente giocato un ruolo molto importante nel mantenere

viva l'attenzione e invogliare i bambini a voler realizzare le varie pagine del passaporto come quelle di Limpo e di Ted. L'arrivo in sezione di una pagina alla volta del passaporto ha contribuito a riallacciare le attività e a svolgerle con piacere.

Un altro aspetto positivo è stato quello di poter collegare il percorso italmatico anche alla programmazione annuale. Il vantaggio di un'esperienza multidisciplinare è quello di rafforzare il senso di ciò che viene trattato rispetto alle attività isolate prive di continuità. È stato più interessante anche per i bambini svolgere un percorso di questo tipo, perché attraverso la collaborazione, la creatività, l'autonomia, la comunicazione, essi hanno svolto esperienze in diversi ambiti e sono cresciuti insieme al tema. A tal proposito il percorso ha subito degli accorgimenti, poiché si è cercato di collegarlo ai bisogni/idee dei bambini mettendo in atto le loro proposte, con il vantaggio di ottenere maggiore partecipazione, entusiasmo e sicurezza da parte loro.

Per questioni di tempo, purtroppo, non si sono potuti approfondire maggiormente alcuni aspetti legati agli argomenti trattati, come ad esempio il peso (sperimentare altri tipi di bilance come ad esempio stadere, a due piatti, a molla, a trazione ecc.), l'altezza (lasciare più spazio per sperimentare liberamente metodi di misura alternativi), individuare altri numeri presenti in casa, o del corpo ecc.

Si consiglia quindi di proporre un percorso di questo tipo nell'arco di almeno un intero anno scolastico, in modo tale da poter seguire al meglio le proposte dei bambini.

Durante questo percorso siamo cresciute personalmente e professionalmente come docenti e abbiamo potuto capire quanto sia importante conoscersi all'interno di una sezione per avere un gruppo coeso che sappia collaborare e condividere con gli altri il proprio vissuto. Il fatto di aver trattato una tematica vicina alla personalità dei bambini ci ha permesso di far esprimere anche i bambini più chiusi e di avvicinarci ancora di più a loro, scoprendo e valorizzando qualità e potenzialità di ognuno, anche quelle che riguardano la vita del bambino al di fuori della scuola dell'infanzia.

Per tutte queste ragioni siamo dell'opinione che un percorso italmatico di questo tipo, che porta in realtà ad un percorso globale, oltre ad essere motivante e formativo, si presta bene per favorire una continuità tra scuola dell'infanzia e scuola elementare.

Bibliografia

Berlini, M. G., & Canevaro, A. (1996). *Potenziali individuali di apprendimento*. La Nuova Italia.

Canducci, M. (2019). Il rapporto testo-figure nei libri di testo di matematica: il caso dei poligoni analizzato in ottica multimodale. In B. D'Amore & S. Sbaragli (A cura di), *Didattica della matematica e professionalità docente, Atti del XXXIII convegno di Castel San Pietro Terme* (pp. 107–108). Pitagora.

Canducci, M., Demartini, S., Franchini, E., & Sbaragli, S. (2019a). La definizione nei testi scolastici: dall'analisi alla didattica. In B. Di Paola (A cura di), *Pratiche d'aula e ricerca didattica: nuove e vecchie sfide di insegnamento/apprendimento matematico per una scuola competente e inclusiva*. "Quaderni di Ricerca in Didattica", n. 2, Numero speciale n. 5, 2019 (pp. 47–48). Gruppo di ricerca sull'insegnamento/apprendimento delle matematiche. http://math.unipa.it/~grim/quaderno2_suppl_5_2019.pdf

Canducci, M., Demartini, S., Franchini, E., & Sbaragli, S. (2019b). Analisi di manuali scolastici di matematica dal punto di vista linguistico e disciplinare. In B. Di Paola (A cura di), *Pratiche d'aula e ricerca didattica: nuove e vecchie sfide di insegnamento/apprendimento matematico per una scuola competente e inclusiva*. "Quaderni di Ricerca in Didattica", n. 2, Numero speciale n. 5, 2019 (pp. 43–44). Gruppo di ricerca sull'insegnamento/apprendimento delle matematiche. http://math.unipa.it/~grim/quaderno2_suppl_5_2019.pdf

Demartini, S., Fornara, S., & Sbaragli, S. (2017). *Numeri e parole*. Giunti.

- Demartini, S., Fornara, S., & Sbaragli, S. (2018). Dalla parola al termine. Il cammino verso l'apprendimento del lessico della matematica nelle definizioni dei bambini. In L. Corrà (A cura di), *La lingua di scolarizzazione nell'apprendimento delle discipline non linguistiche* (pp. 79–101). Aracne. <http://www.aracneeditrice.it/index.php/publicazione.html?item=9788825518368>
- Demartini, S., Fornara, S., & Sbaragli, S. (2020). Se la sintesi diventa un problema. Alcune caratteristiche del linguaggio specialistico della matematica in prospettiva didattica. In J. Visconti, M. Manfredini & L. Coveri (A cura di), *Linguaggi settoriali e specialistici: sincronia, diacronia, traduzione, variazione. Atti del XV Congresso Internazionale SILFI* (Genova, 28–30 maggio 2018) (pp. 487–494). Cesati.
- Demartini, S., & Sbaragli, S. (2015a). Geometria e narrazione alla scuola dell'infanzia: un "binomio fantastico". In B. D'Amore & S. Sbaragli (A cura di), *La didattica della matematica, disciplina per l'apprendimento* (pp. 67–72). Pitagora.
- Demartini, S., & Sbaragli, S. (2015b). Storie di figure. *Scuola dell'infanzia*, 16(4), 17–18.
- Demartini, S., & Sbaragli, S. (2019a). La porta di entrata per la comprensione di un problema: la lettura del testo. *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula*, 5, 9–43. <https://doi.org/10.33683/ddm.18.5.1>
- Demartini, S., & Sbaragli, S. (2019b). *Italmatica: l'unione di due mondi. Riflessioni tra teoria e didattica*. http://www.treccani.it/magazine/lingua_italiana/articoli/scritto_e_parlato/Italmatica.html
- Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport. (2015). *Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese*. <http://www.pianodistudio.ch>
- Fornara, S., & Sbaragli, S. (2013). Italmatica. Riflessioni per un insegnamento/apprendimento combinato di italiano e matematica. In B. D'Amore & S. Sbaragli (A cura di), *La didattica della matematica come chiave di lettura delle situazioni d'aula* (pp. 33–38). Pitagora.
- Fornara, S., & Sbaragli, S. (2014). Italmatica. L'importanza del dizionario nella risoluzione di problemi matematici. In F. De Renzo & M. E. Piemontese (A cura di), *Educazione linguistica e apprendimento/insegnamento delle discipline matematico-scientifiche. Atti del convegno Giscel* (Roma, 26–29 marzo 2014) (pp. 211–224). Aracne. <http://www.aracneeditrice.it/aracneweb/index.php/publicazione.html?item=9788825500301>
- Fornara, S., & Sbaragli, S. (2016). Che problema, queste parole!, *La vita scolastica*, 2, 16–18.
- Marazzani, I. (2007). *I numeri grandi. Esperienze di ricerca e sperimentazione nella scuola dell'infanzia e primaria*. Erickson.
- Sbaragli, S. (2019). Il ruolo della comprensione del testo nella risoluzione dei problemi. In B. D'Amore & S. Sbaragli (A cura di), *Didattica della matematica e professionalità docente* (pp. 47–50). Pitagora.
- Selleri, P. (2013). *La comunicazione in classe*. Carocci editore.

Recensioni

DdM

Recensioni

100 albi illustrati fra italiano e matematica: una bibliografia con spunti didattici

Silvia Demartini e Silvia Sbaragli

Dipartimento formazione e apprendimento – SUPSI di Locarno, Svizzera

Introduzione

L'ultimo anno e mezzo ci ha travolti e toccati in profondità, spingendoci, forse, al rinnovamento e all'osservazione del mondo con occhi nuovi; il 2020 è stato anche l'anno di Gianni Rodari, nel centenario della nascita: un autore notissimo (purtroppo a volte solo a livello superficiale), che ha saputo magistralmente ricordare a tutti, ma soprattutto ai grandi, l'importanza di mantenere un *orecchio acerbo* – curioso e disposto all'ascolto senza pregiudizi –, e un atteggiamento esplorativo e sperimentale, che è proprio della matematica nella sua essenza più profonda, in cui è possibile riconoscere fantasia, creatività e senso di scoperta. Tale atteggiamento permette di dare vita alla scintilla del *binomio fantastico*, proposta da Rodari stesso. E allora, quale binomio più fantastico di quello fra matematica e italiano? Per coglierlo, e per addentrarsi nell'interdisciplinarietà con mente aperta, un ambito interessante da prendere in considerazione è quello che concerne un particolare genere di testo: gli albi illustrati e, nello specifico, alcuni di quelli che nascono o possono essere affrontati come profondamente *italmatici*, per favorire attività e percorsi da proporre in continuità tra la scuola dell'infanzia e la scuola elementare. Contrariamente a ciò che spesso si pensa, questo non significa che gli albi siano sempre adatti solo a tali ordini scolastici, ma semplicemente che ci concentriamo intanto su di essi per poter offrire un panorama sufficientemente ricco.

L'albo illustrato è ormai un formato testuale (e anche un oggetto libro) largamente circolante nella pratica didattica e, materialmente, nelle aule scolastiche. Le sue origini vanno collocate nell'Inghilterra di fine dell'Ottocento (con il nome di *picturebook*), per arrivare in Italia solo nella seconda metà del Novecento, periodo in cui si è consolidata come vera e propria categoria editoriale. Da qui, ecco apparire svariate traduzioni e via via anche una produzione autoctona crescente, che va a incrementare il panorama odierno: vario, ricco, costantemente in crescita e caratterizzato dalla presenza di un'editoria specializzata o che, comunque, dedica parte della sua produzione proprio a questi libri. Libri che non smettono di affascinare piccoli e grandi fruitori, soprattutto per la varietà dei temi e delle possibilità espressive condensate in un "tutto" compatto, di non troppe pagine.¹

Le classificazioni degli albi sviluppate a partire dagli anni '80 del '900 sono numerose,² e considerano diversi elementi caratterizzanti rispetto ai contenuti e alla forma. Qui non è possibile richiamarli tutti, ma è invece efficace selezionare quegli elementi che permettono di delineare una tipologia di albi particolarmente utile e pratica da applicare anche a quelli *italmatici*. In generale, gli albi presentano l'imprescindibile tratto comune di dare grande importanza alle immagini e al rapporto di esse con le parole (parole che possono essere in prosa o, talvolta, presentarsi in rima); il rapporto fra i due codici comunicativi può però variare, così come può variare la natura delle parti scritte, secondo le seguenti modalità (non per forza esclusive: in qualche albo ne prevale una netta, mentre in altri possono coesistere o presentarsi alternate in parti diverse dello stesso):

– *silent book* (albi senza parole), in cui a parlare sono solo le immagini, che possono narrare una

1. Sugli albi e sui loro usi in didattica, sono utilissimi i lavori di Terrusi (2012) e Capetti (2018).

2. Ne sono quella di Nikolajeva e Scott (2006) basata sulle modalità di relazione testo/immagini e quella più recente di Fornara (2017) che li divide in minimalisti; a catena; emotivi; divergenti; *silent book*; enciclopedici.

storia o non avere finalità narrative, bensì comunicative d'altro tipo (ad esempio mostrare immagini che avviano una riflessione);

- albi con poche parole, a volte in forma di semplici didascalie o annotazioni;
- narrazioni vere e proprie, che spesso presentano situazioni problematiche, oppure albi di tipo espositivo, che avvicinano esplicitamente il bambino a un sapere;³
- libri-gioco interattivi, che per procedere richiedono un'azione al lettore.

Queste semplici categorie – ricavate considerando sia la funzione e lo scopo testuale sia alcune caratteristiche stilistiche e formali – non pretendono di esaurire tutte le possibilità né sono sempre esclusive, ma si prestano bene a cogliere la varietà delle modalità comunicative di questo genere testuale. Nello specifico, gli albi che presenteremo qui di seguito sono concepiti, come vuole appunto il genere, come un tutt'uno: immagini, parole (se ci sono), richiami più o meno espliciti alla matematica e ad aspetti della realtà che la riguardano, in varie sfaccettature; un tutto testuale potente, predisposto per attivare la curiosità dei bambini e spingerli alla scoperta.

Fatte queste brevi premesse, proponiamo una bibliografia, che, per forza di cose, data la vastità e la varietà dei materiali circolanti, non pretende di essere esaustiva, ma di enucleare cinque macro-ambiti significativi per accostarsi a importanti scoperte matematiche (e non solo) sin dalla scuola dell'infanzia, che possono essere sollecitate e stimolate anche tramite il confronto con dei bei testi. Nello scrivere "bei testi", ricordiamo la complessità della *bellezza* (anche) quando si tratta di libri: per noi gli albi scelti sono belli nel senso di utili per avviare e arricchire percorsi didattici, originali, piacevoli, profondi, espressivi e costruiti in modo convincente dal punto di vista di entrambe le discipline.

³. Su questo tipo di albi e sul loro ruolo nell'avvicinamento dei bambini al mondo scientifico è interessante l'articolo di Grilli (2018). Per ulteriori spunti di lavoro nella scuola dell'infanzia, si possono vedere Demartini e Sbaragli (2015a, 2015b).

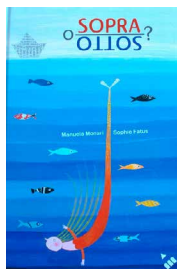
1. Questioni di punti di vista!

L'unione dei due mondi: l'italiano e la matematica, significa anche allenarsi – grandi e piccoli – a osservare il mondo con sguardo nuovo, aperto, a volte divergente, capace di cogliere le diverse possibilità del reale. Ci sono albi illustrati che sono autentici tesori in questo senso: spesso con poche parole o con nessuna, sono perfetti per stimolare i lettori più giovani (e non solo), incentivando in loro l'attitudine a guardare le cose da più prospettive. Sono albi adatti per essere abbinati a percorsi incentrati sull'osservazione e sull'esplorazione dello spazio che ci circonda, attività che vanno sostenute dalla comprensione e dalla gestione efficace delle relazioni spaziali e dei relativi termini che le identificano. Si scopre così che ci sono parole *assolute*, che non dipendono dal punto di vista, e altre *relative*, che dipendono da dove si guarda il mondo, e altre ancora addirittura *soggettive*, cioè correlate in maniera forte al nostro giudizio personale su come concepiamo ciò di cui stiamo parlando. L'analisi di queste parole risulta importante per poter comprendere e saper comunicare quello che percepiamo e viviamo. Questo sguardo curioso rispetto alle cose che ci circondano apre la mente alle percezioni personali, ma anche a considerare ciò che vedono gli altri, favorendo così la strada all'accettazione di punti di vista diversi dal proprio e all'immaginazione: competenze entrambe fondamentali in senso linguistico, matematico e trasversale, da promuovere nel percorso di sviluppo del bambino. Grazie a queste esperienze si riesce gradualmente a comprendere e accettare ciò che pensano e argomentano gli altri, ponendolo in dialogo con i pensieri e i punti di vista individuali.

Non tutto è assoluto!

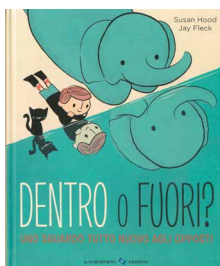
Dall'analisi del mondo che ci circonda scopriamo che ci sono diverse dicotomie che ci aiutano a descrivere ciò che vediamo e concepiamo. Ad esempio, i termini spaziali del tipo: destra-sinistra, sopra-sotto, dentro-fuori... ma anche aggettivi qualificativi (che in qualche caso assumono anche valore di avverbio) come vicino-lontano, grande-piccolo, grosso-sottile, lento-veloce... Leggerle e osservarle in contesto è un'occasione per ragionare sulle caratteristiche di queste dicotomie. Alcune risultano assolute come dentro-fuori, dato che non dipendono dal punto di vista, altre invece sono relative, come destra-sinistra o davanti-dietro (ciò che è a destra per me, può essere a sinistra per un altro, se posizionato da un altro punto di vista). Alcune di queste dicotomie risultano addirittura soggettive, come vicino-lontano o grande-piccolo, in quanto un oggetto che per me è vicino può essere lontano per un'altra persona o viceversa, inoltre a parità di persona questo giudizio può dipendere dal contesto: basti pensare che qualcosa può essere vicino se ci andiamo in auto, ma lontano se dobbiamo raggiungerlo camminando. Questo consente di iniziare a comprendere che ciò che vedo e concepisco io non è detto che coincida con quanto vedono e pensano gli altri. A volte, siamo un po' troppo sicuri di quello che percepiamo e pensiamo (non solo i bambini). Eppure, ci sono idee e parole che... non valgono allo stesso modo per tutti. Perché tutti siamo diversi, ed è bello così.

Monari, M., & Fatus, S. (2011). *Sopra o sotto? Lapis*.



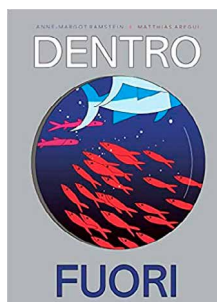
Quest'albo in rima gioca con gli "opposti": mostra, infatti, tramite efficaci illustrazioni, cose che stanno sopra e sotto le une rispetto alle altre, come le nuvole, le farfalle, gli aeroplani o l'onda rispetto ai lombrichi e ai pesci nel mare. Entrambi i mondi, del sotto e del sopra, sono affascinanti da esplorare e utili per comprendere due relazioni spaziali fondamentali per orientarsi nell'ambiente vissuto, espressi da altrettanti averbi. Un po' alla volta va anche scoperto con gli allievi che ciò che è sopra può diventare sotto e viceversa, basta cambiare il punto di vista mettendosi "a testa in giù".

Hood, S., & Fleck, J. (2017). *Dentro o fuori? Uno sguardo tutto nuovo agli opposti*. La Margherita edizioni.



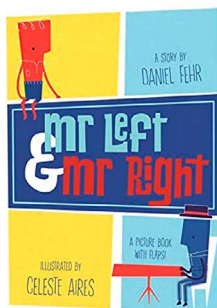
Mai essere troppo certi delle dicotomie nette! In questo albo vengono presentati diversi tipi di parole considerate una opposta all'altra, che possono anche "avvicinarsi" o addirittura "invertirsi" a seconda del punto di vista. E così il vicino potrebbe diventare lontano, il forte diventare il debole o viceversa. Questo albo interattivo aiuta i bambini a riflettere sulla realtà e sulle parole per descriverla, sollecitandoli a osservare criticamente ciò che li circonda da più angolazioni: perché gli opposti (dentro-fuori, giorno-notte, bianco-nero...) sembrano semplici, ma non sempre lo sono... ad esempio ci sono cose alte se paragonate a cose *basse*, ma che possono essere considerate *basse* se confrontate con cose ancora più *alte*.

Ramstein, A. M., & Aregui, M. (2018). *Dentro fuori*. La Margherita edizioni.



Un *silent book* in cui le illustrazioni a doppia pagina presentano uno stesso luogo e una stessa situazione mostrando la scena da punti di vista differenti: uno interno e l'altro esterno. Ad esempio l'interno di un formicaio e l'ambiente naturale che lo circonda; l'interno di un camion che viaggia e la strada deserta intorno a lui; un interno arredato con tanti quadri e un grande senso artistico e l'austerità di una città fatta di casette tutte uguali. Ogni tavola apre lo sguardo a decine di interpretazioni e di descrizioni differenti, sollecitando le idee e le parole a partire dai concetti di *dentro* e *fuori*. Questo può essere un buono spunto per individuare altri contesti del mondo reale da descrivere e rappresentare sia da dentro sia da fuori, creando con i bambini un nuovo albo e arrivando eventualmente anche ad analizzare e a descrivere noi stessi osservandoci sia da dentro sia da fuori. Un prezioso traguardo a cui ognuno di noi vorrebbe tendere...

Fehr, D. (2017). *Mr Left & Mr Right*. Edicart.



Mr Left e Mr Right sono due personaggi che vivono all'interno di un colorato albo illustrato. Sono vicini di pagina, ma purtroppo non si sono mai incontrati: uno di loro, infatti, vive nella pagina sinistra, mentre l'altro in quella destra. Vorrebbero tanto poter passare del tempo insieme, e in passato le hanno provate proprio tutte per superare il limite imposto dalla pagina: usare scale, saltare con l'asta e anche utilizzare delle pale per scavare dei buchi e creare dei passaggi sotterranei. Con l'aiuto dei piccoli lettori i due personaggi riusciranno alla fine a escogitare uno stratagemma ingegnoso per incontrarsi e cancellare così del tutto il senso di solitudine che li affliggeva.

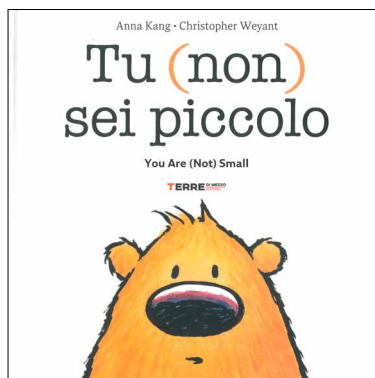
Borando, S. (2017). *Grande gatto, piccolo gatto*. Minibombo.



In questa storia, Grande Gatto sembra fare sempre cose "grandi" con "grandi" oggetti, ad esempio bere il latte in una grande ciotola, mentre Piccolo Gatto beve il suo latte nella *ciotolina* di misura e gioca con un piccolo gomitolino; tutto sembra avere un senso. Ma attenzione: Piccolo Gatto può fare tante cose grandi come avere un gran sonno e fare grandi discorsi! Soprattutto, può cacciarsi in un

grande pasticcio, da cui riuscirà a uscire grazie all'aiuto di Grande Gatto facendo... piccoli balzi. L'albo si conclude con i due gatti che dormono insieme nella grande cesta. Un gioco continuo di grande e piccolo che è possibile riprodurre nella realtà del bambino.

Kang, A., & Weyant, C. (2014). *Tu (non) sei piccolo*. Terre di Mezzo.



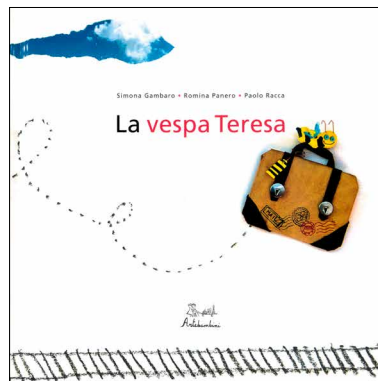
Il dialogo inscenato in questo albo vede coinvolti due orsi: uno *grande* e uno *piccolo*, l'uno rispetto all'altro. Proprio la relatività delle percezioni di sé diventa oggetto di acceso scontro, senza che nessuno retroceda sulle proprie posizioni, perché, in fondo, tutto è relativo; non per niente "lo non sono piccolo. *Tu* sei grande", sostiene il più piccolo dei due. Questo finché... non arriva un'altra strana coppia: un orso talmente enorme da non stare nell'albo, e uno minuscolo. E così, i primi due orsi capiranno finalmente di non essere né grandi né piccoli, o, meglio, di essere "piccoli e grandi, grandi e piccoli" allo stesso tempo: dipende con chi si confrontano. Quindi... grande? Piccolo? Quest'albo permette di riflettere con i bambini sul fatto che, in realtà, non sono queste le cose che davvero contano...

Vignocchi, C., & Borando, S. (2019). *Ho visto una talpa*. Minibombo.



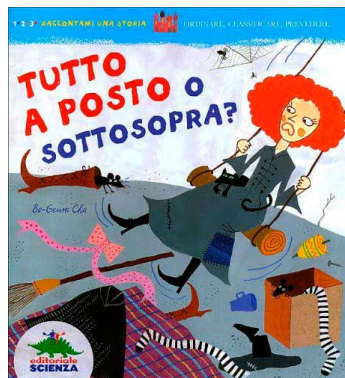
Molto grande (per la formica), piccolissima (per l'elefante), molto veloce (per la lumaca), lenta come non mai (per il ghepardo)... insomma, com'è davvero questa talpa che tutti hanno visto? Le idee iniziano a farsi confuse, quando gli animali dicono la loro: a seconda di chi l'ha incontrata, la talpa viene descritta in un certo modo, eppure lei è sempre lei. Infatti, quando la talpa compare, ciascun animale la riconosce! A riprova che dare giudizi netti non è facile e non sempre corrisponde a ciò che pensano gli altri; quindi, forse, spesso sarebbe meglio evitarli e, piuttosto, parlarne e confrontarsi.

Racca, P., Panero, R., & Gambaro, S. (2014). *La vespa Teresa*. Artebambini.



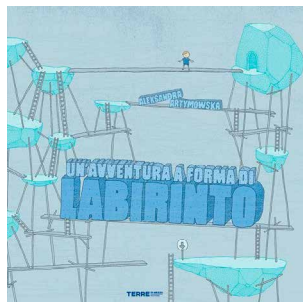
La Vespa Teresa volazza ronzando tutto il giorno, ma, improvvisamente, sbaglia strada: va “di là” anziché “di qua” (e poi sopra, sotto, a destra, a sinistra... è in totale confusione!) e si trova in uno strano luogo che non aveva mai visto, rumoroso e pieno di cose in movimento! Dove sarà casa sua? Che grande avventura per una piccola vespa! Tra immagini e suoni di eco futurista, quest’albo permette di prestare particolare attenzione alle parole che indicano relazioni spaziali (destra, sinistra, sopra, sotto ecc.), dipendenti o indipendenti dal soggetto (e per chi vuole, l’editore propone anche la versione già pronta per essere usata col Kamishibai); può essere utile da abbinare anche a un lavoro sui percorsi negli spazi interni o esterni alla scuola.

Bo-Geum, C. (2011). *Tutto a posto o sottosopra?* Editoriale scienza.



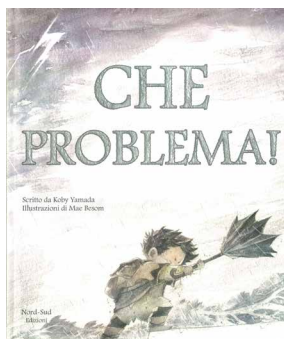
Nell’ottica di lavorare sui termini spaziali, può essere interessante proporre questo albo, che può essere collegato al tema dei percorsi da vivere nei vari ambienti. Una principessa molto sveglia e vivace riceve da un uccellino un messaggio disperato, firmato dal “principe”: è un biglietto d’aiuto, perché il principe è prigioniero nel castello della Strega Sottosopra, verso Nord. Ma attraversare il Paese delle Regole e raggiungere il castello non è per niente facile: strani personaggi, enigmi da risolvere, sequenze da riordinare e molti percorsi possibili sono solo alcune delle insidie che la protagonista e il lettore dovranno gestire, interagendo con il libro. Ciò per arrivare in soccorso del principe, ribaltando, così, anche i più classici e superati stereotipi di genere.

Artymowska, A. (2017). *Un'avventura a forma di labirinto*. Terre di Mezzo.



Sempre in un'ottica di relazioni spaziali, quest'albo senza parole unisce storia e gioco, con dieci labirinti da cui provare a uscire (nessuna paura: in fondo al libro ci sono le soluzioni!). Al protagonista mancano tanto i suoi amici: non li trova più e si chiede che fine hanno fatto. Per scoprirlo dovrà andarli a cercare, intraprendendo un lungo viaggio attraverso luoghi inaspettati e proprio labirintici... Chi andrà con lui, percorrendo grandi illustrazioni, dovrà passare in caverne misteriose, arrampicarsi su alberi vertiginosamente alti, scalare le rovine di un'antica città e molto altro. Le parole che accompagnano i percorsi compiuti per uscire dai labirinti potrà metterle il lettore, il quale potrà anche riprodurre i labirinti nel reale e inventarne dei nuovi.

Yamada, K. (2017). *Che problema!* Nord-Sud.



“Non so come sia successo, ma un giorno ho avuto un problema”. Che cos'è un problema, nella vita di tutti i giorni? Come mi sento quando ne ho uno? Come lo vivo? Perché sembra prendersi tutto di me facendomi stare male? Il protagonista riflette su queste cose, fino ad arrivare a scoprire che, affrontandolo, anche un problema può riservare qualcosa di bello: un'occasione per crescere e migliorare, per ricavare qualcosa di buono. Un albo perfetto per discutere i problemi di tutti i giorni, per parlarne, per cercare di gestirli, per capire che possono essere affrontati da diverse prospettive e per i quali si possono prendere varie strade più o meno risolutive; insomma, un buon modo per approcciarsi anche ai problemi che si affrontano in ambito matematico con una prospettiva positiva, di apertura e di confronto.

Niente è come sembra

Siamo proprio sicuri di sapere che cosa stiamo guardando? Sì, ma a volte basta spostarsi un po', cambiando il punto di vista, per mettere tutto in discussione. Il punto di vista può essere una posizione

fisica dalla quale si osserva il mondo, che, se cambiata, ci fa cogliere tramite la vista le cose in modo diverso; ma può essere anche una posizione mentale, un giudizio, una convenzione, un pensiero... non sempre supportato dalla realtà dei fatti. Quante volte abbiamo dato giudizi affrettati, dovendoci poi in seguito ricredere perché basati su assunti frettolosi e magari non veri? Si scopre così che, nella vita, è importante non accettare come certo ciò che si vede inizialmente da un'unica prospettiva, ma occorre guardare le cose da diversi punti di vista prima di giudicarle. L'acquisizione di tale competenza risulta fondamentale non solo nella vita, ma più nello specifico in geometria, caratterizzata da uno spazio isotropo privo di una direzione privilegiata, dove le proprietà risultano assolute, dunque indipendenti dal punto di vista.

Banyai, I. (2012). *Zoom*. Puffin Reprint.



Questo albo di sole immagini, ricche di dettagli, è un lungo “zoom” che, attraverso un progressivo allargarsi del campo visivo, svela che le apparenze ingannano: basta allontanarsi un po’ e poi ancora un po’ dalle cose per lasciarsi sorprendere da ciò che realmente sono. Procedendo dalla cresta di un gallo in primissimo piano, fino alla visione della terra dallo spazio. Ciò può essere adattato a percorsi italmatici in diversi modi: basta pensarlo ad esempio applicato ad argomenti che dal particolare vanno al generale, o viceversa, come la classificazione dei quadrilateri, che può essere concepita come uno zoom tra questi tipi di poligoni, le loro definizioni e i nomi caratteristici con cui li si identificano.

Borando, S. (2013). *Vicino, lontano*. Minibombo.



Questo *silent book* fa capire come vedere le cose da molto, molto vicino può confondere e non far capire più nemmeno di che si tratta; d'altronde anche nella vita guardare le cose da “fuori”, ossia da

molto lontano, consente di interpretarle in modo più limpido, oggettivo e completo. Una metafora che può essere utilizzata anche con i bambini per rileggere ciò che accade nella loro quotidianità. Una grafica semplice e accattivante cattura lo sguardo e attiva la percezione, l'immaginazione e la capacità di fare previsioni, ipotesi... e, magari, di metterle in discussione. Infatti, osservando un solo dettaglio da molto vicino, si possono prendere grandi abbagli: la coda di un uccellino può sembrare la proboscide di un elefante e gli aculei di un riccio la criniera di un leone! Passando, una pagina dopo l'altra, dal dettaglio all'immagine nel suo insieme, questo albo senza parole e senza trama permette a chi lo affronta di riempirlo di idee e di parole.

Barbero, M., & Barbero, F. (2009). *3 è tanto o poco?* B edizioni design.



Anche di numeri è impossibile dire in assoluto se sono “tanto” o “poco”: dipende dalle situazioni e da chi riguardano. Quest'albo procede da una pagina alla successiva mostrando situazioni e aprendo interrogativi: ad esempio, “In una cucina vuota... 1 formica che si è persa è poco! / In un soggiorno... 1 ippopotamo non ci sta tutto”; “Una coppia è fatta da 2. Ma quanto è 2? / Nel cielo nuvoloso... 2 gocce di pioggia sono poche. / Sulla testa di un distinto signore... 2 cappelli uno sull'altro sono un'esagerazione”. Sino a incontrare situazioni che stimolano ulteriormente la riflessione, come il pensare a 7 stelle, che nel cielo notturno “si confondono con le altre”, mentre 7 comete tutte assieme sarebbero una rarità mai vista. Insomma, molte occasioni di riflessione in cui i numeri si abbinano a diversi contesti.

Borando, S. (2019). *Cose mai viste*. Minibombo.



Avete mai pensato a come sarebbe un bruco visto di spalle? Sarebbe grosso modo un piccolissimo cerchio (con le zampette). E un ragno altissimo? E un rinoceronte da molto vicino? Non ci avete mai

pensato? Certo che no, perché sono cose mai viste o... quasi; in realtà sono solo proposte da un punto di vista insolito. Solleticando la fantasia, questo albo permette di scorgere l'originalità inattesa in ciò che siamo soliti vedere o immaginare sempre secondo posizioni e atteggiamenti standard, che ci sembrano quasi gli unici possibili: grazie a nuove visioni della cosa, la cosa stessa non ci sembra quasi più la stessa! Favorire uno sguardo diverso, vario ed esplorativo è fondamentale in generale, in particolare in geometria dove è solo grazie all'osservazione delle figure da diversi punti di vista, anche non standard, che è possibile coglierne caratteristiche e relazioni tra i suoi elementi, che altrimenti non si sarebbero potute percepire. L'apertura a vari punti di vista e al nuovo consente una generale predisposizione ad accettare, ed eventualmente a prevedere, soluzioni matematicamente ricche e divergenti.

Borando, S. (2020). *Tutto il contrario*. Minibombo.



La vita è tutta una questione di combinazioni di eventi più o meno fortunati: dove ci si trova, quando, con chi, rispetto a chi... Questo semplice albo porta a riflettere con ironia sugli opposti, visti attraverso situazioni che si mostrano come contrarie l'una all'altra: ad esempio, la lucertola è più alta (di poco) rispetto al verme, ma se il verme si alzasse "in piedi" risulterebbe più alto; il serpente è dentro se è in gabbia, mentre l'uccellino che sta sulla gabbia è fuori, ma se il serpente esce dalla gabbia e si mangia l'uccellino, a questo punto è l'uccellino a essere dentro (al serpente!)... Un'occasione per osservare con ironia i casi della vita, passando attraverso le relazioni spaziali e prospettive differenti sulle cose (anche rispetto a idee come fortuna/sfortuna, comodo/scomodo).

Cambiamo punto di vista e discutiamone!

Come abbiamo già potuto cogliere dalle sezioni precedenti, ci sono questioni in cui non tutti pensano e vedono le cose allo stesso modo: le cause possono essere molteplici. Lo sanno bene i protagonisti di questi albi... ma chi vede le cose diversamente non è affatto detto che abbia torto o che sia pazzo! Forse tutti abbiamo ragione se consideriamo proprietà diverse da osservare, ottiche distinte e, spesso, motivazioni che sembrano in apparenza non valide, ma che lo sono se lette con altri occhi. Imparare a parlarne e ad ascoltare, esercitando lo spirito critico, è un primo passo per la costruzione di una solida competenza argomentativa di ampio respiro e di accettazione dell'altro, fondamentale nelle discipline (nella matematica, nell'italiano e in tutte le altre) e in prospettiva multidisciplinare e trasversale, a scuola e non solo.

Boujon, C. (2011). *La sedia blu*. Babalibri.



Bruscolo e botolo, i due protagonisti, trovano nel deserto una sedia blu: fino alla fine dell'albo, loro tre saranno gli unici elementi del testo, insieme alla fantasia dei due animali, che espande i confini del reale fino a vedere in esso infinite possibilità. Perché, per i due amici, una sedia blu non è solo una sedia blu: è un rifugio, un aereo, un elicottero, una scrivania, un supporto su cui salire per sembrare più alto o da usare per stare in equilibrio, come al circo... tutto dipende da quanto si è creativi, da come la si osserva, da come la si colloca nello spazio e da come la si usa. Il deserto, metafora oggettivizzata dello spazio aperto e sterminato della creatività, diventa quindi luogo di libertà sperimentale, in cui il pensiero spesso divergente del bambino può esprimersi liberamente, senza vincoli o visioni precostituite. Questo, almeno, finché non arriva un austero camelide privo di immaginazione, che, senza dubbi, sentenzia: "Una sedia è fatta per sedersi". Gioco finito. Questo albo, edito per la prima volta a Parigi nel 1996, è ormai quasi un classico, ma la strategia (replicabile e adattabile) di sollecitare la fantasia partendo da un semplice stimolo del quotidiano si trova in altre opere altrettanto stimolanti, come, ad esempio Portis, A. (2019). *Non è una scatola*. Kalandraka.

Sarah, L., & Davies, B. (2014). *Sulla collina*. Giralangolo.



Uto e Leo sono due bambini che si divertono a giocare su una collina, vera protagonista dell'albo, con delle scatole di cartone, abbastanza grandi per poterci stare dentro: sembrano solo scatole, ma la loro fantasia permette di vedere in esse tante, tante cose diverse e spettacolari, grazie alle quali sentirsi re, pirati, astronauti... e molto altro. I due sono grandi amici, quindi, quando alla coppia si unisce Samu (un altro bambino), portando una scatola grandissima per giocare, l'equilibrio non sarà facile da ristabilire... Dopo le prime difficoltà, il trio troverà la sintonia, scoprendo la ricchezza portata da una persona in più e da una nuova amicizia.

Willis, J., & Ross, T. (2019). *Gisella pipistrella*. Il Castoro.



È strana. È matta. Non sa quel che dice e capisce tutto a rovescio, pensano gli altri animali. Per esempio, sostiene che gli ombrelli servono a tenere asciutti i piedi quando piove oppure dice “su nel prato” e non “giù nel prato”! Ma forse, invece, a suo modo ha ragione... perché, Gisella, essendo una pipistrella, se ne sta appesa a testa in giù e vede le cose al contrario rispetto a tutti gli altri, ma le vede e le comprende benissimo. Come suggerisce il saggio gufo, basta provare a mettersi nella sua posizione per capirla; quindi giriamo l’albo o proviamo fisicamente a metterci anche noi “sottosopra”, cioè a testa in giù: scopriremo che Gisella, dal suo punto di vista, dice tutte cose esatte. E allora perché non rileggere il mondo che ci circonda analizzandolo a testa in giù?

Servant, S., & Bonbon, C. (2016). *Ma che roba è?* Terre di Mezzo.



Un giorno l’elefante Bobo trova un pezzo di stoffa a righe. Cosa sarà? Secondo lui è un cappello, che gli sta pure benissimo, ma Kiki l’alligatore non è d’accordo: per lui è un mantello, assolutamente adatto per lui. È però la volta di Zazà la pecora, che ci vede un’altra cosa ancora: è ovviamente una gonna, proprio della sua misura. Ma anche Lili la formica e Juju il pulcino vogliono quella “roba” lì, perché pensano che possa essere una coperta o una sciarpa perfetta per loro. Tutti si mettono a litigare, e tira di qua tira di là... l’oggetto si spezza. Che guaio, per un bambino in cerca delle sue... mutande! Quest’albo, con una conclusione tutta da ridere, ci insegna che occorre meditare prima di voler possedere con prepotenza una cosa, soprattutto senza essere certi di che cosa sia e di chi sia.

Borando, S. (2016). *Un mare di tristezza*. Minibombo.



In questo albo, a essere tristi sono tutti i pesci del mare e lo sono con una pluralità di aggettivi diversi: afflitti, abbattuti, giù di corda... Un autentico mare di tristezza, finché il desolato pesciolino blu, che li incontra faccia a faccia, uno a uno, incappa nella saggia tartaruga (che gli sembra zampe in su: che stranezza!) e le chiede perché sono tutti tristi. A questo punto, il cambio di prospettiva è immediato: "Nessuno è triste qui" risponde la tartaruga "Sei tu che stai sottosopra!". Per continuare a leggere, il libro va girato, fino all'indicazione della tartaruga di tornare indietro e ri-guardare il libro: in effetti ora tutti i personaggi sorridono! È il momento di trovare tanti aggettivi sulla felicità. Anche noi possiamo cercare di guardare il mondo da un'altra prospettiva quando siamo un po' giù di corda...

2. Geometria e narrazione

La narrazione e la matematica sono luoghi della possibilità, della fantasia, dell'invenzione, della sorpresa: chi non coglie questo, si perde qualcosa di incredibilmente ricco e significativo in entrambi i mondi. La geometria è uno degli ambiti più favorevole a questa connessione, essendo una disciplina che ha inizio dalla lettura del mondo che ci circonda, tramite l'interpretazione e analisi di forme, caratteristiche e dimensioni. In questo contesto, gli oggetti del reale possono essere interpretati in chiave geometrica, tramite la modellizzazione del reale, e possono prendere vita, diventando veri e propri personaggi, ciascuno con la sua storia e la sua personalità. Le proprietà geometriche diventano dunque elementi fondamentali dal punto di vista narrativo, rappresentando aspetti che caratterizzano i vari personaggi. In quest'ottica, praticamente ogni storia (non solo quelle degli albi illustrati) può essere riscritta facendo emergere richiami alla geometria, servendosi ad esempio di figure dello spazio e del piano a seconda delle esigenze di ciò che si narra e di ciò su cui si vuole portare la riflessione. Il tipo testuale narrativo, infatti, tra le varie possibilità che offre, dà, ad esempio, quella di "geometrizzare" i personaggi, così che le caratteristiche delle figure emergano in modo accattivante e più facile da essere memorizzate da parte degli allievi poiché espresse tramite personaggi di storie. Un esempio semplice per spiegare meglio il senso di quest'affermazione è un'esperienza didattica, sperimentata qualche anno fa, in cui la fiaba di *Biancaneve* è diventata *Coneve*, con tutti i personaggi rappresentati da solidi (e annesse caratteristiche a essi ispirate: per esempio la matrigna era una piramide quadrangolare spigolosa e ostile e Biancaneve un bellissimo cono, che incontrerà sul finale il suo tronco di cono, avente un cerchio perfettamente congruente a quello di *Coneve*. Una sorta di bacio, quello della coincidenza del cerchio di *Coneve* con quello del suo principe, che rappresenta un piacevole coronamento della storia). Per quanto concerne gli albi illustrati, molto spesso sono direttamente gli elementi geometrici ad essere considerati dagli autori attivatori di storie.

Di punti, linee, superfici e... ragnatele

Sono spesso gli enti primitivi della geometria, come il punto, la linea, il piano e lo spazio a rappresentare gli elementi cardine delle storie proposte negli albi illustrati. Con la loro semplicità, eleganza ed essenza, tali enti hanno sempre affascinato diversi ambiti del sapere: l'arte, la matematica, la lingua, la geografia... Le narrazioni proposte in questi albi rappresentano un punto di partenza ideale per riflettere sulle diverse caratteristiche di questi elementi nei vari contesti d'uso. E così un punto per Kandinsky ha la caratteristica di essere "pesante" e con una certa dimensione; per i puntinisti era invece la base visiva delle loro rappresentazioni; mentre in geometria...be', in geometria è solo una posizione, priva di dimensioni: "C'è, ma non si vede!". Sulla connessione tra matematica e arte si veda Crivelli, L., Henauer V., & Martelli Pischredda A. In arte... Matematica! Collana Praticamente (dove vengono utilizzati anche diversi albi illustrati).⁴ E così una linea in geometria ha una sola dimensione, quindi non si potrebbe rappresentare, e diverse proprietà come la chiusura e l'apertura, la semplicità e l'intreccio, la limitatezza e l'illimitatezza ecc. tutte caratteristiche che possono essere approfondite partendo dalla lettura dei vari albi. Un contesto difficile, quello degli enti primitivi della geometria, basati più che altro sull'accettazione delle "regole del gioco" di questa disciplina, con le quali gli allievi possono approcciarsi tramite una metafora: entrare nel mondo della matematica indossando gli "occhiali della matematica".⁵

4. È possibile avere informazioni sul libro al seguente link: <https://www.matematicando.supsi.ch/risorse-didattiche/in-arte-matematica-3/>.

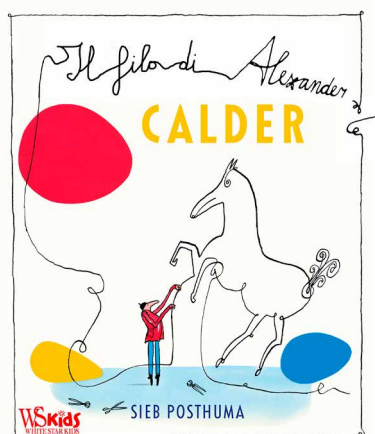
5. Per un approfondimento di questa metafora si veda Sbaragli (2014).

Reynolds, P. H. (2007). *Il punto*. Ape junior.



La protagonista non sa disegnare, anche se la sua insegnante proprio non sembra volerci credere. Tutto comincia con il suggerimento di disegnare un punto, un semplice punto, e di firmarlo: quasi una presa in giro! Eppure, anche solo un punto può diventare bellissimo, colorato, espressivo... e di punti se ne possono disegnare tanti, tantissimi, fino a fare una vera e propria mostra. Ente fondamentale in geometria, ma anche segno di punteggiatura e protagonista di varie espressioni figurate (fare il punto, arrivare a un punto, mettere un punto...), questo elemento apre le porte della fantasia; così come il suggerimento dato dalla protagonista del libro a un altro bambino convinto di non saper disegnare: quello di tracciare una riga e di firmarla. Un albo dal contenuto replicabile con i bambini, per avviare percorsi incentrati prevalentemente sull'autostima e sull'espressività e intensità che possono avere anche un semplice punto o una semplice linea, soprattutto se combinate insieme.

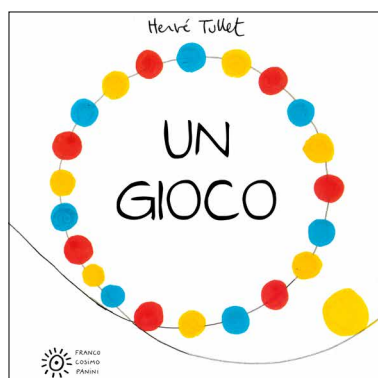
Posthuma, S. (2016). *Il filo di Alexander Calder*. White Star.



Quest'albo è molto particolare, perché la storia narrata e illustrata con bellissime immagini è una biografia: quella di Alexander Calder, celebre scultore statunitense, che, con un semplice filo di ferro, realizza tutto ciò che gli viene in mente: una bicicletta, un uccello, un pesce gigantesco... finché un giorno desidera anche imprimere movimento alle sue opere, rendendole quasi vive. Nasce così il Mobile, capace di danzare e volteggiare nel vento. Basta ripercorrere la storia di Calder con i bambini o, ancor prima, mettere nelle loro mani un filo sufficientemente flessibile per essere piegato e arrotolato

in vari modi e il gioco è fatto: si può chiedere loro di realizzare ciò che desiderano, ma anche di agire seguendo una consegna più specifica, come quella di riprodurre l'animale preferito, l'oggetto più caro, una città di linee ecc. o consegne più matematiche basate ad esempio sull'ordine dei nodi; in seguito, perché no, si può dare la consegna di assegnare un nome, di descriverlo, di renderlo protagonista di una o più storie.

Tullet, H. (2016). *Un gioco*. Franco Cosimo Panini.



Anche questo è un libro interattivo, in cui un cerchio giallo diventa un personaggio con sentimenti ed emozioni, e stimola il bambino a interagire e a giocare insieme, dialogando con lui e facendogli eseguire richieste sfogliando il libro. Le richieste, oltre a essere ludiche e divertenti, stimolano la riflessione sulle relazioni spaziali e sulle diverse linee, ma anche il conteggio e la produzione orale, in uno spazio-libro sorprendente, che esce dai normali confini di pagina e dall'uso che solitamente un lettore ne fa.

Bellei, M. (2020). *Punto, linea, superficie canterina*. Occhiolino.



Come è messo in rilievo in copertina, in questo albo i segni scoprono l'accoglienza e la voglia di stare insieme combinandosi l'uno con l'altro. Inizialmente la superficie azzurra, con aria di sfida, afferma di essere più grande, e così il punto e la linea chiamano i loro amici per farsi aiutare e vivere insieme varie esperienze. Numerosi punti e linee realizzano varie figure in diverse superfici colorate, anche in quella azzurra, che si rende dunque disponibile ad accettare altri segni che la arricchiscono permet-

tendole di diventare sempre più bella. Le figure realizzate possono avere interpretazioni diverse: un frutto che in realtà è un salvadanaio, una capretta che in realtà è una valigia piena di segni e così via. L'albo prevede l'interazione del lettore, che può staccare i 67 segni-pezzi presenti alla fine del libro per ricomporre immagini o realizzarne delle nuove, dalle quali è possibile far scaturire nuove narrazioni. Alla fine si trova anche un catalogo dei segni in grado di unire le diverse discipline, in particolare l'italiano e la matematica.

Carle, E. (2016). *Il piccolo ragno tesse e tace* [Orig. 1984]. Mondadori.



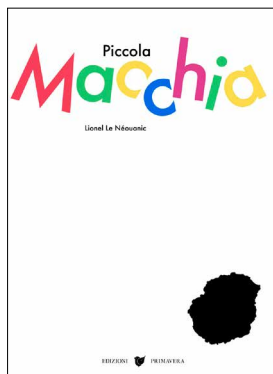
Emblema di pazienza, operosità e precisione, il ragno, in natura, tesse e tace. Anche in quest'albo, in cartone spesso e in formato pensato per i più piccoli, il piccolo Ragno, tra i pali di un recinto, fa proprio queste cose, sotto gli sguardi stupiti dei vari animali che, passando, lo invitano a dedicarsi ad altro: nelle pagine di sinistra c'è sempre l'invito degli animali che passano uno per uno (andare nei prati, andare a saltare, andare a inseguire il gatto, andare a fare un pisolino...), in quelle di destra la tela che cresce, sotto alla frase ripetuta "Il piccolo Ragno tesse e tace". Fino a notte, quando la civetta ammirerà il grande lavoro svolto dall'infaticabile ragnetto: la ragnatela completa. Una bella occasione per tessere ragnatele in sezione o in classe con fili, alla ricerca di relazioni sui diversi tipi di linee, sulle loro intersezioni e sulle superfici che si creano da questi intrecci.

Storie di figure e con figure

Le figure geometriche possono essere addirittura protagoniste dirette degli albi, a causa dell'ampio margine d'azione fantastica che forme così semplici ed evocative permettono, in virtù del loro essere enti ideali che si concretizzano in esempi reali, percepibili coi sensi. La mente del bambino non deve essere per forza iper-stimolata dalla ricchezza e dall'abbondanza: anzi, qualche volta la fantasia e l'interpretazione decollano proprio a fronte di stimoli essenziali, che incoraggiano l'aggiunta e la personalizzazione. Non a caso, spesso anche i bambini che intervengono poco o che hanno ancora un ridotto bagaglio lessicale (magari quelli che stanno apprendendo la lingua di scolarizzazione come una lingua seconda), posti di fronte a una figura geometrica (un cubo, un ritaglio a forma di rettangolo...), instaurano analogie sorprendenti, che possono ancora aumentare se le figure possono essere combinate, dando vita a ulteriori e più complessi oggetti e personaggi.

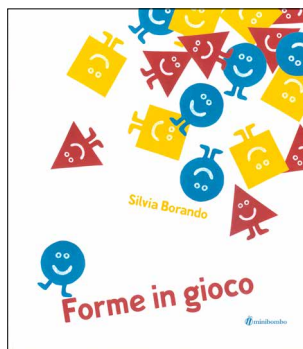
Vi sono numerosi albi illustrati che propongono ai bambini di accostarsi alle figure (che un giorno diventeranno, nel percorso di apprendimento, oggetti astratti) che possono comporsi e scomporsi in vari modi prendendo forma e vita in personaggi da osservare, trasformare, sulle cui proprietà fantasticare.

Le Néouanic, L. (2018). *Piccola macchia*. Primavera.



Piccola Macchia non riesce a farsi accettare come vorrebbe dagli amici che ha scelto: un gruppo di piccole figure geometriche di vari colori, che sembrano così ben definite e sicure, ... non ha nessuna intenzione di includere una forma nera "orripilante" e informe come Piccola Macchia! Quando torna a casa in lacrime, papà e mamma la consolano, e la esortano a fare appello a tutto il suo coraggio per tornare dal gruppo e mostrare ciò di cui è capace: Piccola Macchia si trasforma in forme che le figure piane non avevano mai visto prima e insegna loro a trasformarsi e a mischiarsi l'una all'altra a loro volta, originando ulteriori forme nuove. Un albo geometrico sulle difficoltà dell'amicizia e dell'inclusione, ma anche sulla bellezza di queste cose, quando si riescono a realizzare.

Borando, S. (2014). *Forme in gioco*. Minibombo.



I protagonisti di questo albo sono triangoli rossi, quadrati gialli e cerchi azzurri, che nel corso delle pagine si dispongono variamente creando numerose immagini: i triangoli si impilano a formare un grande triangolo, i quadrati danno vita a un quadratone e i cerchi, rimbalzando, creano onde suggestive. In ciascuna di queste rappresentazioni il docente può sollecitare considerazioni di tipo matematico, come ad esempio, quanti quadrati vedete nell'immagine? Non facciamoci ingannare da ciò che si osserva a prima vista, ci possono essere quadrati costituiti da più figure! Quali caratteristiche ha il triangolo o il quadrato? E via così. Finché un urto con effetto domino genera un gran caos. La soluzione è data dalla scoperta che le figure, mescolate, possono dare vita a nuove e più fantasiose costruzioni: case, castelli, alberi, automobili, treni... E quando la terra non basta più, un razzo porterà le forme su Marte dove, allo sbarco, c'è un comitato d'eccezione: trapezi, rombi ed esagoni, anch'essi colorati. Quante nuove forme e combinazioni da esplorare! La storia può ricominciare, inventata dai bambini manipolando le nuove figure.

Borando, S. (2014). *Chi c'è tra i ritagli?* Minibombo.



Questo albo si presta non solo all'esplorazione delle figure piane (nel volume si osservano rettangoli di vari colori e dimensioni e delle loro combinazioni fantasiose), ma anche a un lavoro sul conteggio decrescente partendo dal numero 10: dapprima compaiono 10 libellule (composte di ritagli) che volano tranquille, ma ancora per poco, perché 9 rane (composte anch'esse di ritagli) allungano la lingua; anche loro però non possono stare tranquille, perché arrivano 8 bisce (di nuovo, composte di ritagli) e così via, la costruzione a catena della vicenda è chiara. Fino all'arrivo di un drago. Sarebbe proprio il finale, ma... il drago se la dà a gambe all'arrivo di quello che sarà davvero l'ultimo personaggio: un minuscolo ragnetto. Quest'albo è una spassosa galleria di personaggi che, nati dall'accostamento di ritagli, prendono vita: una preziosa occasione da continuare, riscrivere, estendere con altre figure, e, perché no, da abbinare ad attività come dare i nomi ai personaggi trovati, descriverli, farli dialogare ecc.

Borando, S. (2015). *Quadrato al mare*. Minibombo.



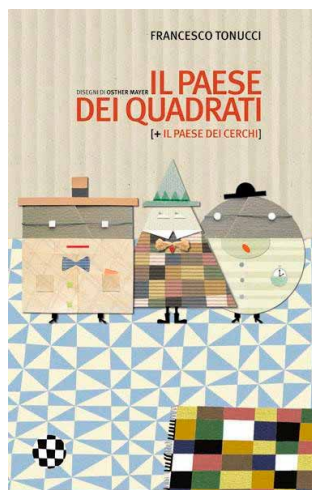
Fisso al centro di ciascuna pagina, il quadrato sembra non poter andare in nessun posto, eppure... va al mare, grazie all'illusione di movimento che questo *silent book* crea con una semplice e materialmente replicabile strategia da adottare anche con i bambini. Il quadrato diventa un sacco di cose diverse perché tutto cambia intorno a lui: così sarà la paletta nel secchiello da spiaggia, la bandierina sul castello di sabbia, il boccaglio del sub e tante altre cose. Per il bambino, osservare la figura diventare cose diverse in diversi contesti, pur rimanendo identica, sarà una bella avventura, così come quella di continuare le sue vicende o di idearne altre per altre figure. Simile a questo, ma con protagonista un'altra figura, Borando, S. (2015). *Triangolo al circo*. Minibombo.

Antony, S. (2017). *Lucertole verdi e rettangoli rossi. Una storia di guerra e di pace*. Zoolibri.



In quest'albo il binomio fantastico di Gianni Rodari è esemplificato in modo eccellente ed efficace. Che cosa c'entrano, infatti, in apparenza, lucertole verdi e rettangoli rossi? Nell'albo, in un efficace dialogo fra parole e immagini, sono due schieramenti in guerra costante, fino alla più grande battaglia, che li vedrà stremati ma pronti a trovare un nuovo (e ben più intelligente) modo per convivere, riorganizzando lo spazio così che ognuno trovi il suo posto. I rettangoli, in particolare, si organizzeranno per costruire una vera e propria città in cui le lucertole potranno vivere: lo spunto è perfetto per replicare la storia con altri binomi fantastici o, meglio, "geofantastici", cioè con un pizzico di geometria, ma anche per fare importanti considerazioni legate all'accettazione e inclusione delle diversità.

Tonucci, F. (2006). *Il paese dei quadrati (+ il paese dei cerchi)*. Orecchio Acerbo.



Dallo stesso autore di *Il paese dei cerchi*, non poteva mancare una storia di confronto fra mondi: forti e stabili, i quadrati guardano male i triangoli, ma quando il terremoto mette tutto a soqquadro, i triangoli organizzano un piano di ricostruzione insieme coi quadrati. Nascono, così, trapezi, rombi, pentagoni, esagoni... Poco lontano, poi, vivono i cerchi, che abitano in un igloo, mangiano polpette e piselli, adorano il circo. L'amicizia nasce subito e, con essa, arrivano archi, volte, cupole. Insomma, se il mondo è davvero bello perché è vario, lo è anche perché solo insieme si può crescere, trovando le risorse necessarie per migliorare noi e ciò che ci circonda.

Cerasoli, A., & Vitale, G. (2018). *Quattro artisti che contano*. Ardebambini.



Le quattro figure in copertina prendono vita nell'albo, ciascuna presentandosi con le sue caratteristiche geometriche e con le sue qualità di "personaggio" (quindi tramite tanti aggettivi per arricchire il bagaglio lessicale, sia specialistico matematico, sia della lingua comune): il signor Quadrato, ad esempio, è preciso e ordinato, e non sgarra mai; al mattino, prima di uscire, si sistema per bene i suoi quattro lati e i suoi quattro angoli, belli uguali. In giro per la città incontra altre figure, come il Signor Triangolo, un artista un po' imprevedibile, che ama cambiare: a volte è regolare, a volte allunga un solo lato più degli altri, a volte due... non si sa mai che cosa aspettarsi da lui! Sofia, una bambina che ama disegnare le varie figure, riesce a disegnare anche il Cerchio, che così, insieme al Rettangolo, può incontrare Quadrato e Triangolo. Iniziano a questo punto le discussioni: chi è il più importante? Perché? Quante cose possono fare ed esserci intorno a noi? Gli esempi che offre l'albo sono molti, come molte sono le attività interattive che presenta nell'ultima parte, in cui i bambini stessi diventano parte attiva del testo creando nuove combinazioni, e anche veri e propri codici comunicativi componendo variamente, secondo un criterio, le figure.

Bertier, A. (2012). *Piccolo Cerchio e Gran Quadrato*. Gallucci.



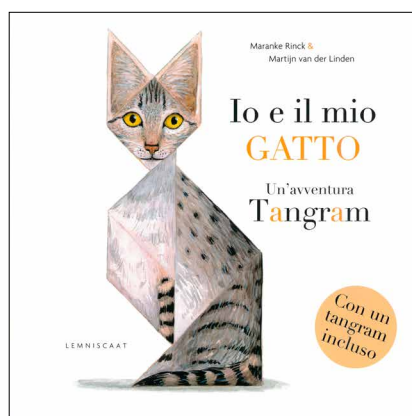
Piccolo Cerchio e Gran Quadrato giocano abitualmente insieme al gioco delle trasformazioni: scomporsi e ricombinarsi dando vita a forme nuove, che negli allievi sollecitano la fantasia tramite il costante ricorso all'analogia (motore inesauribile di scoperta). Farfalle, fiori, funghi... a un certo punto, Piccolo Cerchio non sta più dietro a Gran Quadrato! Allora propone: – E se immaginassimo qualche forma da creare insieme? Detto fatto, scomponendosi e accostandosi... compaiono una i col suo puntino, una caramella, un pagliaccio, una zuppiera, perfino un pasticcere e tanti dolci! Un albo per sollecitare l'immaginazione e gli accostamenti analogici col reale, perfetto da riscrivere (con queste o con altre figure) o da continuare coi bambini, facendoli sperimentare con semplici ritagli che potranno poi essere incollati in un grande librone.

Shapur, F. (2015). *Tondo, tondo e quadrato*. Topipittori.



Quest'albo, del designer Fredun Shapur, è del 1965, ma viene tradotto in italiano solo nel 2015. È un racconto di colorate figure geometriche, che, di pagina in pagina, mostrano le loro sorprendenti possibilità di trasformazione e mutamento. A partire dal cerchio e dal quadrato iniziali, che parlano in prima persona, il lettore incontra un susseguirsi di scomposizioni delle figure e di abbinamenti fra loro e fra le loro parti, che le fanno diventare un sacco di cose (cassette, palazzi, mezzi di trasporto, esseri umani, giocattoli ecc.): una potente sollecitazione per la scoperta di analogie e per stuzzicare la fantasia, anche dei più piccoli, che possono giocare con queste figure anche nel reale, per esempio abbinando i ritagli e realizzando un libro analogo a questo.

Maranke, R., & van der Linden, M. (2018). *Io e il mio gatto. Un'avventura tangram*. Lemniscaat.

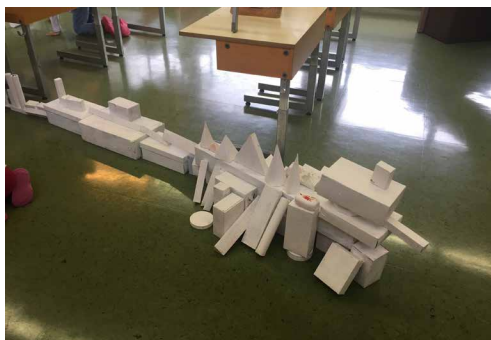


Il tangram, celebre gioco di origine cinese, oltre ad essere talmente affascinante da permettere di effettuare attività di fantasia e creatività, può avere interessanti implicazioni educative di tipo geometrico e può offrire notevoli spunti per l'immaginazione spaziale e la percezione visiva. Come si vede dalla copertina, in questo albo l'avventura parte proprio da questo gioco: un bambino crea un gatto con i sette pezzi del tangram e poi vorrebbe dargli anche un amico, ma non è facile come sembra trovare un amico giusto per un gatto pieno di energia... non resta che lasciare andare la fantasia a ulteriori combinazioni. Un ottimo libro per solleticare la creazione di personaggi e di narrazioni, a partire dalla manipolazione e dalle varie combinazioni dei pezzi del tangram.

O'Byrne, N., & Bromley, N. (2013). *Attenti al cocodrillo. Aprire con cura*. Nord-Sud edizioni.



La lettura di un qualsiasi albo illustrato può ispirare attività in cui i solidi prendono forma: i personaggi di ogni albo o storia narrata in classe possono infatti prendere vita tramite i solidi a disposizione. Consideriamo ad esempio l'albo *Attenti al cocodrillo! Aprire con cura*: al termine del racconto, nel quale un pericoloso rettile morde la copertina del libro e si libera dalle pagine in cui era costretto, gli allievi possono rappresentare il cocodrillo utilizzando i solidi a disposizione. Il docente può stimolare la discussione e la riflessione chiedendo di spiegare quale tipo di solido si presti meglio per realizzare la coda, quale invece è stata utilizzato per le squame dorsali ecc., allenando così l'osservazione di similitudini e il pensiero analogico.⁶

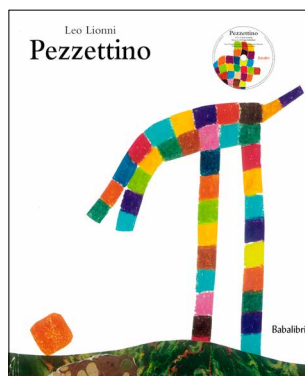


Il cocodrillo dell'albo realizzato con i solidi.

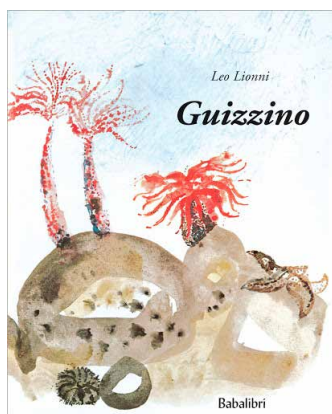
Tasselliamo con le figure

I diversi modi di ricoprire il piano con figure, senza sovrapporle e senza lasciare parti di piano vuote, ossia le tassellazioni o pavimentazioni del piano, rappresentano attività ideali per approfondire le caratteristiche delle varie figure geometriche e per approcciarsi a temi legati alla misura. Le tassellazioni possono essere realizzate con lo stesso tipo di figure disposte adiacenti l'una all'altra, giocando eventualmente con la ricorsività dei colori delle tessere, oppure con figure diverse tra loro. Il fatto che una figura riesca a tassellare il piano dipende dall'ampiezza dei suoi angoli. Tramite questa attività, da realizzare concretamente con i bambini, si scopre che sono molte le figure che tassellano il piano: tutti i tipi di triangoli, quadrati, rettangoli, rombi, parallelogrammi, trapezi... Mentre tra gli infiniti poligoni regolari sono solo il triangolo equilatero, il quadrato e l'esagono regolare a tassellare il piano. Fra gli albi illustrati, a ben osservare, se ne possono trovare alcuni adatti a introdurre questo tema in modo fantasioso, inserendolo in una cornice narrativa, come mostrano i tre albi qui presentati, frutto della fantasia di autori molto noti nel panorama della letteratura dell'infanzia.

6. Per un approfondimento si veda il link <https://missioneinsegnante.it/wp-content/uploads/2021/02/impaginato-geometria-3D.pdf>

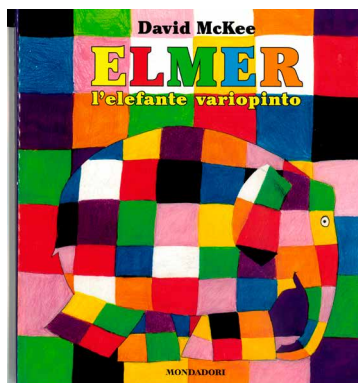
Lionni, L. (2006). *Pezzettino*. Babalibri.

Non è facile trovare la propria identità quando ci si sente piccoli in un mondo in cui tutti sembrano grandi e convinti di quello che sono e del loro senso nel mondo. Pezzettino, per forza, crede di essere un pezzo di qualcun altro, di qualcos'altro, e così inizia un viaggio per scoprire di chi è il pezzo mancante: incontra così vari personaggi ciascuno con una chiara caratteristica (c'è Quello-Che-Corre, Quello-Forte, Quello-Che-Nuota...), ma non risulta essere il pezzo mancante di nessuno. Finché, a un certo punto, inciampando, si rompe a sua volta in tanti altri pezzetti, scoprendo così che siamo tutti fatti di pezzi da tenere assieme: trovò, quindi, la vera natura di sé stesso, come gli aveva detto Quello-Saggio. È chiaro come l'albo si presti bene, oltre a percorsi sulla tassellazione creando altri personaggi di forme diverse e nuove narrazioni, anche a percorsi sull'identità e sulla scoperta di sé.

Lionni, L. (2006). *Guizzino*. Babalibri.

L'unione fa la forza: questo è l'insegnamento che il piccolo Guizzino, unico pesciolino nero in un grande branco di pesci rossi, saprà trasmettere ai suoi compagni. Per fronteggiare un grande e feroce pesce, infatti, i piccoli pesci non dovranno fare altro che unirsi in una sorta di grande "tassellazione" a forma di grande pesce formato di pesciolini, in grado di impaurire qualsiasi predatore. E così sarà, a riprova che la "tassellazione" ha tanto da insegnare anche come spunto per lavorare sulla coesione del gruppo e sulla collaborazione. In realtà in questo libro i diversi pesciolini non creano una vera e propria tassellazione, dato che si intravedono piccole parti di mare tra un pesciolino e l'altro. Questa può essere una bella occasione per affrontare questo aspetto con gli allievi e realizzare pesci che tassellano realmente il piano.

Mckee, D. (1990). *Elmer l'elefante variopinto*. Mondadori.



Le avventure di Elmer sono famosissime: l'elefantino tassellato multicolore, molto noto ai bambini, non necessita di particolari presentazioni. Stanco di essere diverso, in questo albo, cerca di rendersi grigio come tutti gli altri elefanti, rotolandosi nel fango, per non essere sempre riconosciuto e perché ha il dubbio di portare buon umore a tutti proprio per il suo strano manto. Scoprirà, però, che la sua dote naturale di portare la felicità non può essere nascosta dal manto grigio, che la pioggia laverà via dopo, però, che già tutti gli altri elefanti lo avevano riconosciuto per il suo carattere speciale. Lo spunto è... perché non costruire tanti altri amici di Elmer con tanti manti tassellati e colorati proprio come lui, ma con altre forme? Sarà un grande piacere per i bambini vedere gli elefanti con i manti tassellati in diversi modi; una buona occasione per avere anche idee originali per il carnevale!

Pfister, M. (1992). *Arcobaleno. Il pesciolino più bello di tutti i mari*. Nord-Sud edizioni.

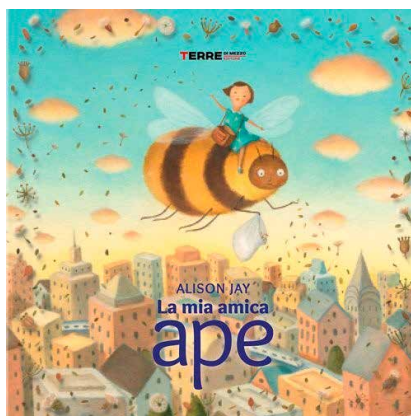


Arcobaleno è il pesciolino più bello di tutti i mari, perché è ricoperto di scaglie lucenti e colorate: tutti lo ammirano e vogliono giocare con lui. Un giorno, un altro pesciolino gli chiede in regalo una delle sue scaglie lucenti, ma Arcobaleno gli risponde bruscamente di no: da quel momento, nessun pesce vuole più saperne di lui e tutti lo lasciano solo. Su consiglio della stella marina, Arcobaleno chiede consiglio al saggio polipo, che gli suggerisce, per tornare a essere felice, di regalare tutte le sue scaglie colorate. Arcobaleno, anche se non proprio convinto (è dura staccarsi dalle proprie cose!) inizia col regalare una scaglia al piccolo pesce al quale l'aveva rifiutata: dopo questo primo segnale, pian piano tutti i suoi amici ritornano. Una storia che sembra fatta apposta per tassellare il pesciolino e per crearne altri, ma anche per riflettere sulla generosità e sul senso della condivisione come base per la felicità.

La geometria delle api tramite gli albi

Questi sono alcuni degli albi, fra i molti possibili, per avviare percorsi sulla geometria delle api, che possono avere svariate aperture multidisciplinari e trasversali, come emerge dal libretto Pedroli, O., & Ramelli, S. (2018). *Api e matematica nella scuola dell'infanzia. Collana Praticamente*.⁷ Il percorso può coinvolgere vari aspetti del mondo delle api: la loro organizzazione interna, lo spirito di gruppo che le contraddistingue, le loro intuizioni matematiche. Tramite diverse attività è possibile dare risposta a varie domande, tra le quali “Quante api vivono in un alveare?”, “Come comunicano tra loro?”, “Perché costruiscono alveari a celle esagonali?”. Tale percorso è collegato a quello delle tassellazioni, perché, tra tutte le forme delle cellette che potrebbero pavimentare un alveare, le api scelgono quelle esagonali, che risultano essere quelle ottimali, ampiamente matematiche! D'altra parte, se vogliamo pavimentare una stanza con piastrelle aventi la forma di un poligono regolare, tutte uguali tra loro, bisogna che, ai vertici, le mattonelle si accostino “bene”, il che significa che bisogna scegliere poligoni le cui ampiezze degli angoli interni siano divisori di 360°, l'ampiezza dell'angolo giro. Solo il triangolo regolare (ampiezza dell'angolo interno: 60°), il quadrato (90°), l'esagono regolare (120°) sono dunque adatti; ma l'esagono conviene perché a parità di materiale necessario per costruire le cellette, ha maggiore capienza. Oltre ad essere fini geometre, le api sono anche ottime comunicatrici: le esploratrici segnalano alle bottinatrici la direzione e la distanza tra l'alveare e un giacimento di polline, usando un sistema di riferimento polare (grazie alla cosiddetta “danza dell'addome”), come ha ampiamente dimostrato il premio Nobel austriaco Karl von Frisch (1886-1982). L'istinto matematico domina i progetti delle api, le quali seguono da milioni di anni lo stesso schema matematicamente perfetto.

Jay, A. (2017). *La mia amica ape*. Terre di Mezzo.



Questo silent book è una sorta di sogno, come la copertina lascia intuire: è un albo che sceglie di parlare dell'ape partendo da una circostanza molto comune e a volte avvertita come fastidiosa, cioè l'ingresso di una piccola ape nella stanza di una bambina, che vive in cima a un grattacielo. La bambina e l'ape, però, dopo un primo momento di paura, imparano a conoscersi a vicenda, instaurando una meravigliosa e sorprendente amicizia fatta di piccole attenzioni e di giochi fatti insieme... almeno con la fantasia. Sicuramente, la giovane protagonista imparerà l'importanza delle api in natura!

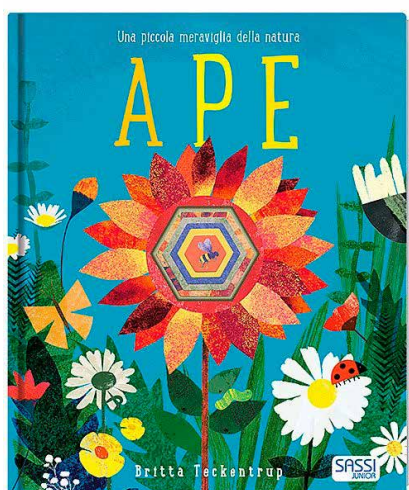
⁷ È possibile scaricare il libro dal seguente link: <https://www.matematicando.supsi.ch/risorse-didattiche/api-e-matematica-nella-scuola-dellinfanzia/>.

Hall, K., & Arsenault, I. (2019). *Vita da ape*. Terre di Mezzo.



In un prato di fiori si sente un ronzio: è l'ape, anzi, sono più api! Con bellissime immagini e una preziosa ricchezza lessicale per parlare delle sue attività, questo albo accompagna l'ape nelle sue mansioni: a nutrirsi nei fiori, ma anche a segnalare alle compagne dove si trova il succulento bottino di polline (ci sono pagine specificamente dedicate a illustrare la danza dell'addome) e a trasformare il nettare in miele, a riempire i favi e a chiudere le cellette. Si incontra anche la regina e si scopre il variare delle attività al variare delle stagioni: il tutto in un albo ricco di stimoli anche matematici, che offre anche l'occasione per incrementare il lessico ascoltando verbi, sostantivi e aggettivi (tecnici e non) per nulla banali. Alla fine, tornano i fiori e la primavera, e l'albo può ricominciare.

Teckentrup, B. (2017). *Ape, una piccola meraviglia della natura*. Sassi Junior.



Una semplice storia in rima, che racconta l'attività dell'ape per fare il miele, andando di fiore in fiore; a livello linguistico ma anche matematico, oltre alla vicenda narrata, sono interessanti i numerosi cenni alle azioni tecniche dell'ape: "l'ape sa esattamente dove andare", "la sua bussola per il ritorno è il sole raggiante di mezzogiorno", "ha un messaggio importante da recapitare" ecc.). Dopo la singola ape, seguiamo anche l'intero sciame, che l'ape stessa è andata a chiamare: a fine albo ogni piccola ape è in un fiore di un grande prato fiorito.

Petrekova, J. (2016). *L'alveare*. Editoriale scienza.



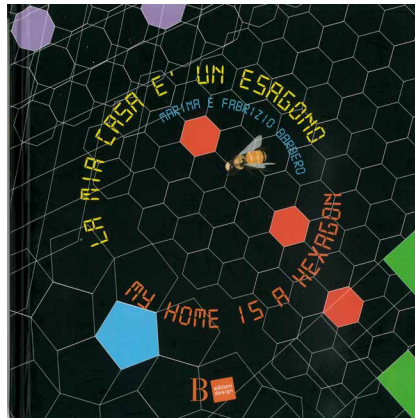
Come abbiamo detto, gli albi non sono sempre narrativi. Questo è un caso esemplare di albo che si avvicina a essere un vero e proprio testo espositivo, di genere quasi enciclopedico, in quanto dà tante informazioni sull'alveare e sulla vita al suo interno (offrendo anche moltissimi spunti matematici, soprattutto grazie alle efficaci immagini). Infine, un modellino di alveare permette di capire attivamente e in modo esplorativo com'è fatto in tutte le sue parti.

De Sabata, E. (2004). *Cosa fanno le api tutto il giorno nell'alveare?* De Agostini.



Forse non ci abbiamo mai pensato, ma le api fanno un sacco di cose, oltre a produrre il miele: si prendono cura delle larve, tengono in ordine l'alveare, fanno la guardia, lavorano instancabilmente, stanno attente agli uccelli che vorrebbero mangiarcele, le operaie nutrono i fuchi... Vivono in una società complessa, che offre vari spunti di riflessione sull'organizzazione interna e lo spirito di gruppo e tantissimi elementi per avviare riflessioni matematiche: la velocità e lunghezza del volo; le celle esagonali per risparmiare la cera; l'orientamento spaziale; l'indicazione della strada da seguire per procurarsi il cibo (come comunicano)... Questo albo consente di cogliere la vita delle api che è possibile paragonare con quella dei bambini e familiari.

Barbero, M., & Barbero, F. (2010). *La mia casa è un esagono*. B edizioni design.



Per i bambini più grandi, quest'albo è un'avventurosa miniera di contenuti (scritti in due lingue: italiano e inglese): li scopriranno seguendo l'astronave Meba che arriva dal pianeta Mebo, con l'intento di studiare alcune figure geometriche presenti sulla Terra. Le sue missioni sono molteplici: partendo dagli oggetti concreti (tetti, scacchiere, reti, tappeti, pallone da calcio... e molti altri, per analogia con ciascuno) vuole scoprire le forme che in essi ricorrono; l'esagono è scoperto proprio attraverso l'osservazione delle celle delle api, descritte dal punto di vista geometrico, sottolineando che sono fatte proprio così perché "alle api non piace sprecare spazio".

3. (Rac)contare: numeri, numeri e ancora numeri

Sono davvero moltissimi gli albi che parlano in vario modo di numeri, conquistati dal loro fascino senza tempo: pensando alla storia, alle funzionalità, alla grande quantità di posti, supporti, occasioni in cui si possono trovare, alle sfide e alle difficoltà con cui devono confrontarsi i giovani apprendenti... questo interesse non stupisce. Dal punto di vista matematico sono davvero tante le competenze che un allievo deve acquisire in continuità dalla scuola dell'infanzia alla scuola elementare per riuscire a padroneggiare e gestire i primi passi verso l'apprendimento numerico: conta orale, corrispondenza biunivoca, enumerazione, conteggio, rappresentazione delle cifre ecc. Per poter acquisire e rafforzare tali competenze (utilissime, fra l'altro, anche per lo sviluppo di altre competenze, come quella ritmica o quella di discriminare le sillabe delle parole), gli allievi devono essere confrontati con diverse esperienze percettivo-motorie legate al reale, che possono essere accompagnate e favorite da albi che propongono storie e situazioni coinvolgenti. Potremmo elencarne moltissimi, ma ne scegliamo solo alcuni rappresentativi di quattro possibili ambiti tematici nei quali è possibile realizzare significativi percorsi didattici italiani: le diverse componenti del conteggio, che è utile esercitare in vari contesti; i numeri personali per conoscersi e favorire l'analisi delle differenze e delle analogie con gli altri; i numeri in un particolare contesto reale, il mercato, per scoprire che il mondo è pieno di numeri; i numeri "grandi", dove il "grande" dipende ovviamente da chi si approccia, e rappresenta un mondo pieno di fascino per i bambini. Non dimentichiamo che l'appropriazione dei numeri – insieme a quella dell'alfabeto – partendo dalla scoperta, dall'uso e dalle funzionalità, è una competenza fondamentale per lo sviluppo del bambino, in quanto genera un'autentica trasformazione cognitiva, che incide ampiamente sul modo di interpretare e vivere la realtà.

Le diverse componenti del conteggio

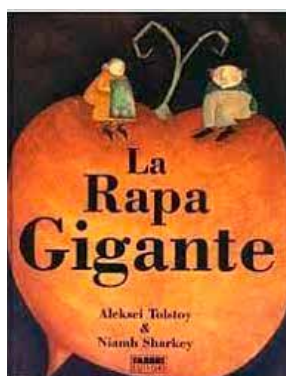
Acquisire competenze da parte dei bambini sul conteggio risulta assai complesso, dato che coinvolge diverse componenti che devono essere gestite e coordinate tra loro: la conta orale, ossia conoscere le parole-numero specifiche (nomi dei numeri: uno, due, tre ecc.) della filastrocca o cantilena del numero; la corrispondenza biunivoca, ossia collegare ogni parola-numero con ciascun oggetto da contare; l'enumerazione, l'azione di organizzazione spaziale di una collezione che permette di percorrerla in maniera controllata e ordinata, ossia di passare una e una sola volta da ogni elemento della collezione; la cardinalità dell'insieme, che consiste nel comprendere che l'ultima parola-numero pronunciata nel conteggio corrisponde alla numerosità dell'insieme contato. Il bambino dovrà essere in grado di coordinare contemporaneamente dal punto di vista fisico, mentale e linguistico tutti questi aspetti: la parola, l'elemento della raccolta e il gesto (visivo o manuale). Tutti gli elementi dovranno essere considerati una e una sola volta secondo una strategia visuo-spaziale efficace, considerando la parola-numero giusta al posto giusto e, infine, sapendosi fermare quando si sono considerati tutti gli elementi. Gli albi illustrati possono favorire l'acquisizione di tali componenti in quanto offrono situazioni ideali (anche grazie al loro formato e alla grafica) per allenare le abilità visuo-spaziali tramite personaggi accattivanti rappresentati in contesti ricchi. Al di là degli specifici racconti presenti negli albi, il docente può arricchire le letture chiedendo di ripetere i numeri citati nella storia e di quantificarli, di dare un nome ai numeri rappresentati, di creare corrispondenze biunivoche, di stimare gli elementi di una pagina per poi contarli ecc. Sta al docente rendere la lettura il più possibile agita, vissuta, drammatizzata, giocata con la voce; ciò sia sfruttando il fascino del libro cartaceo da sfogliare e ri-sfogliare (magari in un apposito spazio-biblioteca sin dalla scuola dell'infanzia, anche prima di saper leggere in modo convenzionale), sia anche, eventualmente (qualche volta), presentandola in formati e modi che vanno al di là dell'albo stesso (dimensioni più grandi, realizzazioni nel reale, creazioni di albi/e-book interattivi...).

Tullet, H. (2010). *Un libro*. Franco Cosimo Panini.



Quasi sempre le opere di Tullet si caratterizzano per l'attivazione e la partecipazione che richiedono al lettore; in questo caso, *Un libro* non è solo "un libro" nel senso classico del termine: è un'occasione che richiama il lettore all'azione e all'attività costanti, perché, proponendo diverse sequenze di cerchi colorati abbinati a diverse istruzioni linguistiche (ottime per allenare la comprensione e, poi, anche la produzione del testo regolativo), quest'albo allena in modo ludico il conteggio, il ritmo e la percezione di sequenze da replicare, competenza utilissima per la matematica come per la costruzione di abilità linguistiche basate sulla discriminazione e la segmentazione. Varie indicazioni, come "scuotere il libro" o "inclinare verso sinistra", con annesse conseguenze sulla disposizione dei cerchi fra una pagina e la successiva, stimolano anche la comprensione di verbi e indicatori spaziali, mentre l'oggetto-libro si fa gioco da manipolare, ma anche registra delle attività (in quanto le indicazioni le dà il libro stesso all'imperativo). Questo libro poteva dunque rientrare anche nelle sezioni *Di punti, linee, superfici e... ragnatele* o *Storie di figure e con figure*. Dello stesso autore, per abbinare anche l'aspetto sonoro, si segnala *Oh! Un libro che fa dei suoni* (2017), sempre di Franco Cosimo Panini e diversi altri incentrati sulle forme; a percorsi che partono da questi albi è possibile integrare anche eventuali elementi di danza (ripetere, ma anche ideare e annotare sequenze).

Tolstoj, A. (1999). *La rapa gigante*. Fabbri.



Una fiaba russa tradizionale diventa un albo illustrato che si presta bene a stimolare il conteggio, in particolare la conta orale, l'enumerazione e, grazie alle immagini, anche le abilità visuo-spaziali: infatti, gli animali dei due anziani personaggi della storia vengono presentati con particolare attenzione a quanti sono (una grande mucca marrone, due panciuti porcellini, tre gatti neri ecc.); questo perché accorreranno poi a gruppi, finché non saranno tutti presenti, ad aiutare i due protagonisti in un'operazione complicatissima: estrarre dal terreno un'enorme, gigantesca rapa! Quanti animali compaiono

pagina per pagina? Quanti saranno alla fine? Comunque, a fare la differenza nell'estrazione dell'ortaggio sarà... un minuscolo topino. Ecco un ottimo esempio di letteratura popolare che diventa albo e che aiuta a riflettere sulla matematica (per chi volesse una bella versione in rima, si segnala anche la recente edizione di Roberto Piumini del 2020, pubblicata dall'editore Interlinea).

Cerasoli, A. (2019). *Le sorelle cinque dita*. Editoriale scienza.



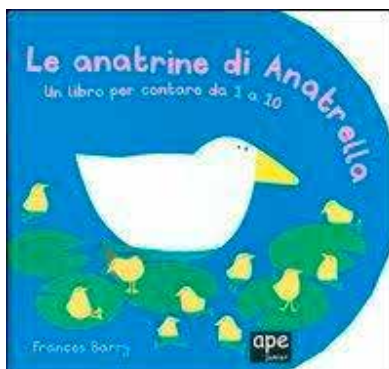
Con le mani si possono fare tantissime azioni: afferrare, salutare, applaudire... ma si può fare anche un'altra cosa utilissima e cioè contare, come con una calcolatrice naturale. Ogni dito ha un suo nome (fondamentale da sapere) e collabora alla riuscita del conteggio. Il libro presenta i numeri cardinali e ordinali, sia in ordine crescente sia in ordine decrescente, ed è diviso in due parti: la prima narrativa e la seconda contenente semplici attività di matematica, oltre a filastrocche in rima per iniziare a memorizzare le prime sequenze numeriche.

Mansfield, A., & Flintham, T. (2016). *Un pesciolino... Un libro per... GNAM!... contare*. La coccinella.



Quest'albo, pensato proprio per i più piccoli, gioca non solo su grafica e parole, ma anche sulle possibilità concrete dell'oggetto "libro": sono infatti le pagine stesse a far sbucare uno dietro l'altro i pesciolini protagonisti di questo testo in rima, che inizia con "Nelle acque profonde/di un mare cristallino/cullato dalle onde/chi nuota? 1 pesciolino". Uno a uno compaiono tutti, uno dopo l'altro, e man mano quello che arriva apre la bocca per provare a mangiarsi il precedente! Fino a che... dell'ultimo non si vede che una bocca enorme: è un grande pesce che se li mangia tutti! Rimane a quel punto lui l'unico pesce a nuotare nel mare, e la storia può ricominciare dall'inizio o a ritroso, ripercorrendo i numeri da 9 a 1 in ordine decrescente.

Barry, F. (2005). *Le anatre di Anatrella. Un libro per contare da 1 a 10.* Ape.



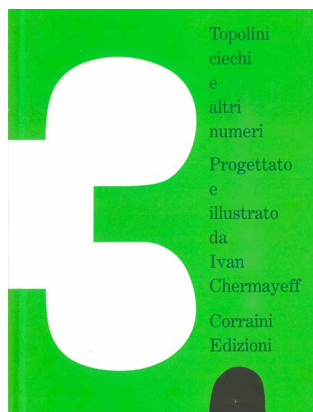
Per Mamma Anatrella è ora di andare allo stagno a nuotare con le sue anatre, ma non le trova! Dove saranno finite? Procedendo, come per magia, le pagine del libro le faranno comparire una alla volta, in un modo davvero divertente: le pagine si accorciano all'allungarsi della coda delle anatre che seguono la loro mamma. Un albo per i più piccoli, alle prese con la sfida di imparare a contare, per i quali sarà più divertente farlo con le anatre curiosone, che sono andate un po' dappertutto, in tutti i luoghi che, pagina per pagina, mamma anatra farà scoprire andandole a cercare. Il testo, accompagnato da immagini efficaci, è pieno di rime e di numeri, e: "nel capanno dentro e fuori, ma trova solo un vaso di fiori; le cerca tra le mele zuccherine ma vede due lente chioccioline; forse saranno sotto il pergolato o con le tre farfalle che volano sul prato...".

Urberuaga, E. (2015). *Una cosa nera.* Lapis.



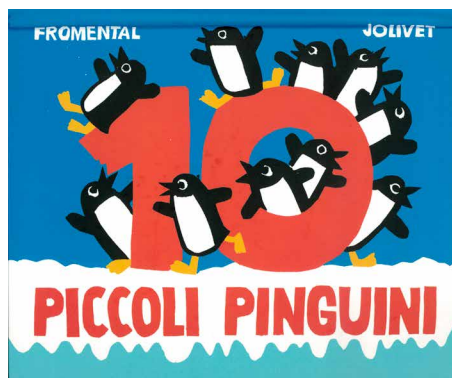
Bruno è "una cosa nera" molto annoiata, che decide di andare in cerca di amici per giocare a nascondino. Prova, dunque, a trasformarsi nelle varie cose che incontra: 1 dromedario, 2 cammelli, 3 pecore, 4 gabbiani e così fino a 10 cacche ma nessuno vuole avere a che fare con "una cosa nera"! Finché, quando quasi non ci sperava più, incontra "una cosa bianca", che non aspettava altri che lui per trovare un amico con cui giocare a nascondino. Un albo di trasformazione che fa riflettere, in cui gli incontri sono rappresentati in modo da facilitare il conteggio degli elementi (che si presentano in gruppi via via sempre più numerosi), e riportano anche la rappresentazione della cifra, così che il giovane lettore – oltre a seguire una vicenda che parla della diversità e della difficoltà a trovare degli amici – possano anche lavorare sulla matematica.

Chermayeff, I. (2014). *Topolini ciechi e altri numeri*. Corraini.



Publicato per la prima volta nel 1961, quest'albo è opera del designer americano Ivan Chermayeff, che, con gusto per le situazioni surreali e i giochi linguistici in rima, accompagna il lettore nel conteggio da 0 a 10. Contemplando così anche lo 0, che non sempre viene considerato! "In origine non c'era nessuno/Poi arrivò 1...", inizia l'albo, per poi passare da un'immagine all'altra alla scoperta dei numeri, rappresentati sia iconicamente sia con la rappresentazione indo-araba. Un albo per liberare la fantasia, perché a ciascun numero si può accostare un'immagine, un evento, un ricordo: cosa che ai bambini riesce benissimo.

Fromental, J. L., & Jolivet, J. (2010). *10 piccoli pinguini*. Il Castoro.



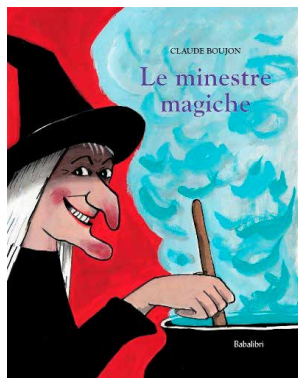
10, 9, 8, 7... decrescenti fino a 0. Non solo! Anche 1, 2, 3, 4... crescenti fino a 10, se si legge al contrario. Un divertente libro pop-up per imparare a contare nei due versi, ma in particolare "alla rovescia" osservando, pagina dopo pagina, i pinguini che, tirando apposite linguette, se ne vanno uno per uno. Il numero dei pinguini presenti in ogni pagina è scritto in grande e in rosso, così da rimanere ben impresso, e i piccoli pinguini si possono contare concretamente. "10 piccoli pinguini, in fila sul ghiaccio, giocano al bowling, uno fa il pagliaccio. Poi rotola via gridando: «Per Giove!». E di pinguini ne restano 9". E così via: la storia procede fra giochi e buffi incontri con elementi tipici del posto in cui i pinguini vivono (la nave rompighiaccio, l'igloo, la tormenta, il ghiaccio sottile...), accompagnata dal testo in rima, in cui una parola-rima è sempre il nome del numero, per rimanere bene impressa. Quando resteranno 0 pinguini, la storia, però, non sarà finita: era tutto uno scherzo e, provando a contare fino a 10, nell'ultima pagina li si vedrà ricomparire tutti.

D'Angelo, S. (2008). *Mai contare sui topi*. Topipittori.



“C'erano una volta dieci topini...”. Ma che storia! Che strano inizio! Eppure, come dice il titolo stesso dell'albo, i topi sono inaffidabili: a uno a uno, non si presentano, con le scuse più varie (chi si è iscritto a un corso di danza, chi ha fatto baldoria la sera prima e ora sta nel letto a riposare, chi è offeso, chi si è innamorato...). Vengono proposti i numeri partendo da 10 in ordine decrescente fino a 1, in un continuo gioco tra numeri utilizzati in senso ordinale (“il decimo topo”) e in senso cardinale (“Ne rimangono nove”), dove i numeri nelle pagine oltre a essere rappresentati a parole vengono rappresentati anche con la rappresentazione indo-araba. Alla fine, ne rimarrebbe 1, ma forse non vale più nemmeno la pena di aspettarlo! Invece... eccolo arrivare, a bordo della sua auto; la storia, quindi, si potrà fare coi soli personaggi rimasti: la protagonista e 1 topolino. L'albo finisce così, ma la narrazione può cominciare.

Boujon, C. (2001). *Le minestre magiche*. Babalibri.



E se qualcuno volesse giocare con i numeri e le misure preparando pozioni magiche e allenando così il conteggio (le quantità devono essere precise!), ma anche la scrittura del testo regolativo (anche questa deve essere precisa e comprensibile)? Un bell'albo-stimolo potrebbe essere questo, che narra la storia di Domitilla, una strega bruttina che decide di inventarsi una nuova pozione magica per diventare bellissima. L'inventario degli ingredienti che ha in casa è spassoso: insetti, vermi, vischiose marmellate, strani vegetali, cacche... un vero patrimonio lessicale cui ispirarsi per chi volesse provare a produrre davvero le pozioni, sulle orme della strega. Tra formule magiche e quantità generiche (un pizzico, una goccia, un po' di questo, un po' di quello..., e infine una cipolla) gli intrugli funzioneranno? No, e il finale sarà inatteso. Un albo da riscrivere “matematizzandolo”, e anche un albo che, fra le righe, offre anche un'occasione per mettere in discussione la discutibilità dei canoni di bellezza proposti e accettati dai più.

Cerasoli, A. (2012). *La grande invenzione di Bubal*. Emme Edizioni.



Di tipo piuttosto diverso rispetto ai precedenti, la storia di Bubal è un racconto più articolato come trama e complessità linguistica, che ci porta, tramite la vicenda della protagonista, alle origini dell'umanità, quando i nostri antenati (che chiamiamo "primitivi") ancora non sapevano far di conto. Il papà di Bubal, un giorno, affidò alla figlia un compito delicatissimo: accudire le pecore stando attenta che nessuna scappasse mentre lui e il fratello andavano a caccia. Facile. Almeno così pensava Bubal, finché non fece uscire le sue pecore dal recinto per mangiare l'erba fresca e poi si rese conto che... qualcuna non era rientrata! Come fare per permettere alle pecore di brucare fuori dal recinto e poi essere certa che rientrassero tutte? Non sapeva neppure quante fossero, dato che i numeri non li avevano ancora inventati. Provò a dare a tutte un nome associato a una caratteristica facilmente individuabile, ma erano troppe; poi provò a farle uscire una per volta, ma avevano troppo poco tempo per mangiare, così optò per gruppi di quattro o di cinque (una quantità ancora facilmente memorizzabile). Ma poteva fare di meglio: una pecora in corrispondenza di un dito della mano! Non si sarebbe di certo sbagliata, soprattutto aiutandosi anche con dei segni promemoria sul muro; da lì a usare le dieci dita, sempre tenendo traccia con dei segni, il passo fu breve: sulla parete di una grotta apparvero i primi numeri della storia (per esempio in questa forma: una mano e due dita, V II). Questo affascinante tuffo nel passato più remoto permette di avvicinarsi alla corrispondenza biunivoca, la prima strategia utilizzata dall'uomo per tenere la contabilità ed è anche ciò che spontaneamente adottano i bambini fin da molto piccoli. Questo albo permette quindi di avviare un bel percorso sulla storia della matematica, rivivendo e sperimentando in prima persona una delle grandiose invenzioni dell'uomo, che prende vita in Bubal.

Bagley, J. (2018). *Un pomeriggio... super!* Terre di Mezzo.



Tic e Tac sono due tassi che vivono nella foresta con la propria famiglia. Le giornate sono lunghe e spesso corrono il rischio di annoiarsi e di non trovare un modo interessante e divertente per trascorrere il tempo. Mamma tasso allora ha un'idea originale e propone loro di aiutarla a stendere il bucato. I due fratelli sono un po' scettici, ma una volta cominciato si rendono conto che è piuttosto divertente utilizzare le mollette per appendere lenzuola e vestiti ai fili. Tic e Tac si mettono al lavoro mentre mamma tasso è al mercato e si divertono un mondo, talmente tanto che una volta finito di stendere i vestiti bagnati passano a quelli invernali, poi alle cianfrusaglie che recuperano in casa, come per esempio padelle, elettrodomestici, lampade. A fine giornata i due osservano il proprio lavoro soddisfatti, ma mamma tasso, di ritorno dal mercato, non è così felice di vedere tutta quella confusione e decide di punire i figli... facendo fare loro la fine di tutti gli oggetti che sono stati appesi al filo! A partire dalla lettura di questo racconto, dopo un'attenta osservazione delle illustrazioni, è possibile proporre delle attività legate alla corrispondenza biunivoca o alle operazioni. L'insegnante può portare in classe degli indumenti da stendere, precisando quante mollette occorrono per ognuno (per esempio 1 molletta per ogni calzino, 2 mollette per le magliette, 5 mollette per le lenzuola ecc.). Si gioca poi a stendere il bucato come Tic e Tac, prevedendo il numero di mollette necessarie per appendere gli indumenti assegnati: quante mollette servono per stendere 10 paia di calzini? E per due lenzuoli e una maglietta?

Bellei, M. (2020). *Città di numeri*. Fatatrac.



Che cosa può succedere se un bambino, Tim, fa tanta fatica con i numeri, mentre invece un topino, Geo, è invece bravissimo? Può accadere una storia del tutto originale, ambientata nella città svizzera di Solothurn, la magica città del numero 11. Proprio in questa città, Tim sta cercando di imparare i numeri con l'aiuto di sua nonna; Geo, che si è infilato nella casa dei due, ascolta le difficoltà di Tim e vede un magnifico regalo della nonna: una scatola piena di numeri colorati. Per aiutare Tim, Geo entra in azione nottetempo: su ogni cifra di cartone disegna anche il numero di elementi corrispondente: 1 delfino, 2 cammelli, 3 gatti... (e nelle pagine del libro compaiono anche le corrispondenti dita della mano). Il giorno dopo Tim è felice: con questo espediente riesce a ordinare i numeri con facilità fino a 9 e poi a riflettere sul numero 10. E non solo, poiché nella scatola della nonna ci sono dei numeri gemelli, si può proseguire combinandoli: 11, 100, migliaia, milioni e così via. All'albo, di piccolo formato, si accompagna una scatola che contiene tutti i numeri di cartone, che possono anche essere assemblati agganciandoli l'uno con l'altro, per costruire un'autentica scultura di numeri.

Ohmura, T. (2011). *Tutti in coda!* Babalibri.



A tutti sarà senz'altro capitato di fare la coda, magari anche ai più piccoli... che noia! Per esempio, non si può salire tutti subito su una giostra, se è occupata; né si può passare davanti a tutti per mangiare lo zucchero filato. Ecco, anche gli animali di questa storia sono in coda, tenuti a bada da un gabbiano, ma per fare cosa? Lo si scoprirà solo alla fine. Dal più piccolo (la rana, col numero 50) al più grande (l'elefante, col numero 1), il libro mostra tutti in fila 50 animali diversi disposti in ordine decrescente e con il numero rappresentato per ciascun personaggio, consentendo così al docente di poter fare domande del tipo: chi si trova nel posto numero 13? Quanti animali ci sono dal numero 38 al numero 42? E così via. Il libro offre anche una bella occasione di arricchimento lessicale: i dialoghi e i passatempi degli animali per ingannare l'attesa sono spassosi (fanno anche un gioco con le sillabe, da replicare coi bambini!), e si scoprono solo osservando le immagini e leggendo il testo con attenzione. Ah, volete sapere per che cosa erano in fila gli animali? Per un'attrazione estremamente divertente e spericolata: andare in groppa al più grande di tutti i cetacei: la balena!

Abedi, I. (2002). *Una, due, tre... 99 pecore!* La Margherita edizioni.



Giulia non riesce a proprio a prendere sonno! Dopo averci provato e riprovato, chiede consiglio alla mamma, che, dopo averle preparato una tazza di latte, le dà l'intramontabile consiglio di contare le pecore. Una a una, con tanto di numero sul manto, le pecore saltano una staccionata nell'immaginazione di Giulia: fino alla numero 25, nessun problema, mentre la 26, che è anziana, fatica un po'; si nota anche la numero 30, la più elegante, ma dopo questo numero c'è un po' di confusione e nascono i litigi tra le pecore. Il conteggio si fa sempre più difficile, però prosegue, e Giulia inizia a

Valente, A., & Tessaro, J. (2018). *Dalla testa ai piedi. Sopra sotto dentro fuori il corpo umano*. Editoriale scienza.



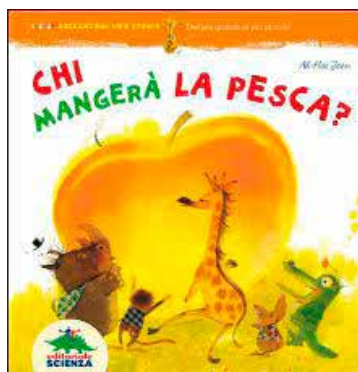
Questo testo è perfetto per chi volesse cogliere l'occasione di lavorare, in modo già abbastanza complesso, sul testo espositivo (vicino al genere enciclopedia). Il lavoro su di sé e sui propri numeri, infatti, può essere l'occasione per approfondire tutte, ma proprio tutte, le parti del corpo, quelle che si vedono e quelle che non si vedono, per cui i bambini iniziano da presto a mostrare curiosità; scritto con precisione, ma anche con uno stile scorrevole e divertente, questo libro offre molte risposte e permette di approfondire il lavoro sul lessico e su un particolare tipo di testo (dando, ovviamente, ulteriori spunti per enumerare, contare...).

Farkas, M. (2020). *Nel mio corpo... Fatatrac*.



Un albo con grandi e fantasiose illustrazioni che giocano sulle sensazioni che si provano, sulle azioni che si compiono e sugli stravolgimenti che esse procurano nel corpo: bere, mangiare, dormire, ballare, arrabbiarsi, avere paura... tutto ciò si "sente" nel corpo, che ci dà dei segnali. Le illustrazioni li rappresentano efficacemente (per la rabbia, ad esempio, si vede un corpo pieno di animali feroci), sollecitando il lettore a esprimere le proprie sensazioni o a dare a esse forma di immagini; perché il corpo non è solo ciò che si vede e che gli altri vedono di noi, ma è un miscuglio variabile di sensazioni diverse fra loro, con cui conviviamo ogni giorno.

Yoon, A.-H. (2008). *Chi mangerà la pesca?* Editoriale Scienza.



Questo albo può rientrare in diverse sezioni: in *Cambiamo punto di vista e discutiamone!*, in *Non tutto si misura!* o in questa, potendo essere utilizzato dal docente per diversi fini didattici. Al cuore della trama narrativa di quest'albo c'è una questione di fondamentale importanza: una grossa, succulenta pesca da mangiare. Il problema è che la pesca è una, ma gli animali che se la contendono sono molti e con caratteristiche assai diverse l'uno dall'altro: ciascuno si propone come quello cui spetta il frutto, perché *ha* o è qualcosa "più" degli altri; la giraffa sostiene che la pesca spetta al più alto, il rinoceronte al più pesante, il coccodrillo a chi ha la bocca più grande e così via, in un susseguirsi di confronti di proprietà e di metrica che l'albo permette anche di visualizzare.⁸ In ogni confronto compare anche un minuscolo bruco, che risulta sempre ultimo: lui non *ha* e non è "più" di nessuno, qualsiasi cosa si osservi! Però è più astuto e invita il gruppo a cambiare prospettiva (ovviamente a suo vantaggio): "Facciamo che tutti i più sono meno", dice. In questo modo, ogni classifica è ribaltata e lui risulta sempre il primo: il primo disponendosi in ordine d'altezza dal meno alto, il primo se si parte dal meno pesante e via dicendo. Ormai è l'indiscusso vincitore della pesca, che si mangerà beatamente infilandosi dentro. È facile cogliere come un albo come questo stimoli l'attivazione di strategie, la scoperta di sé, il cambio di prospettiva, ma anche la capacità di discutere; se si vuole, per allenarsi a discutere, si può affiancare a quest'albo anche la lettura di altri testi che stimolino l'argomentazione orale, come ad esempio, fra i vari, Abbatiello, A. (1998). *La cosa più importante*. Fatatrac, in cui vari animali del bosco sostengono quale sia per loro la caratteristica più importante da possedere (chi dice la proboscide, chi le orecchie lunghe ecc.): alla fine, si arriverà a capire che non ne esiste una sola, ma che lo sono tutte, e che ciascuno è unico proprio per la sua particolarità.

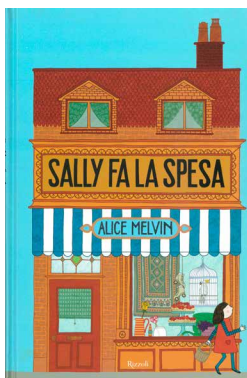
Un esempio di contesto di realtà: il mercato

Tramite la caccia ai numeri dentro l'aula, la scuola, a casa o per le strade della propria città i bambini scoprono che il mondo che ci circonda è pieno di numeri, che servono per diverse funzioni in vari contesti reali. Un analogo lavoro può essere fatto con le lettere e con le parole che esse compongono, che si trovano davvero ovunque. Gli albi che si collegano a diversi contesti di realtà in cui sono presenti i numeri sono tanti; dal punto di vista matematico, il mercato o il supermercato sono ambienti ideali per approcciarsi al denaro o al numero in sé, in quanto i bambini amano simulare la compravendita gestendo i soldi imitando i grandi. Dopo aver ricreato l'ambientazione di un mercato, risulta interes-

8. La verifica del peso su una bilancia a bilico è data dal numero di sassi: a maggior numero corrisponde maggior peso. Va però considerato che ciò avviene solo a parità di grandezza dei sassi, assai rari da reperire in un mondo reale! Un implicito presente nel libro, quello di avere sassi tutti uguali, che può formare misconcezioni nella mente degli allievi, ma che può essere superato dai docenti mostrando che questa uguaglianza (maggior numero di sassi corrisponde a maggior peso), non sempre si verifica.

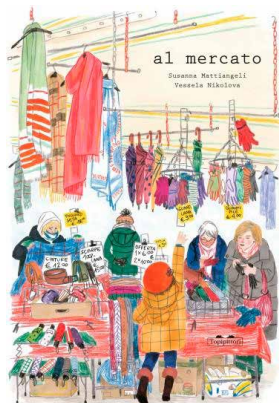
sante realizzare monete per acquistare prodotti, attivando così competenze matematiche come la lettura del numero, il conteggio, l'addizione, la scomposizione del numero ecc. È possibile prevedere anche il ruolo del cassiere che gestisce i soldi degli acquisti, fornisce i resti ed eventualmente crea anche gli scontrini, favorendo così anche la gestione della sottrazione. Queste situazioni, sempre molto stimolanti per i bambini, possono attivare una pluralità di competenze anche a livello linguistico, in quanto sollecitano la comunicazione e soprattutto la dimensione pragmatica della lingua, cioè il suo uso in contesto, cosa estremamente utile per l'esercizio dell'espressione orale anche per i bambini che stanno imparando l'italiano, e per i quali è fondamentale sperimentare in contesti vicini al reale.

Melvin, A. (2017). *Sally fa la spesa*. Rizzoli.



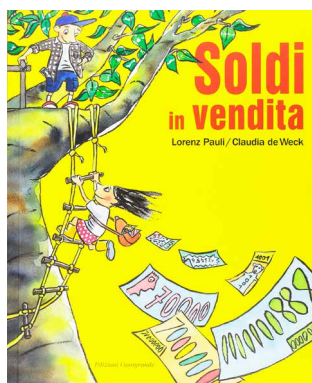
Un albo stretto e lungo (con impaginazione ad alette funzionale alla narrazione), questo, come le cassette che lo popolano e fra le quali la protagonista si muove andando da una bottega all'altra, cercando gli improbabili elementi della sua lista della spesa (lista della spesa che è un genere testuale molto utile da sperimentare fin da molto presto, in modo ludico, coi bambini). A ogni doppia pagina si vede Sally davanti a un negozio, posto a un numero civico progressivamente crescente: nella pagina di sinistra c'è sempre la strada, popolata da diversi personaggi, e in quella di destra la vetrina del negozio; poi, aprendo la finestrella grande come l'intera pagina, si entra in botteghe zeppe di oggetti, cibi, giocattoli, animali... Tutti da scoprire, osservare, nominare e contare. Con questo albo può avere inizio l'attività da realizzare e vivere con i bambini in sezione o in classe.

Mattiangeli, S., & Nikolova, V. (2019). *Al mercato*. Topipittori.



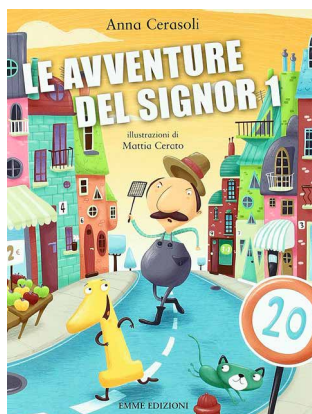
Che meraviglia andare al mercato con la nonna a comprare una lista di cose! Quest'albo descrive perfettamente, tramite le parole e le immagini, un autentico tuffo in una grande piazza, riprodotta in modo estremamente realistico, popolata da decine e decine di bancarelle stracolme di frutta, verdura, vestiti, bottoni, scarpe, cinture, collane, cibi dolci e salati, oggetti vari... ciascuna con nomi e prezzi indicati: un ambiente coloratissimo, perfetto per aguzzare la vista, trovare le cose, scoprire molte nuove parole e far di conto.

Pauli, L., & de Weck, C. (2017). *Soldi in vendita*. Casagrande.



Alma e Milan, i due bambini protagonisti dell'albo, sono molto creativi e un giorno decidono di costruire una casa sull'albero assemblando assi, teli e materiale di ogni tipo. A un certo punto del lavoro, però, si rendono conto di aver bisogno delle corde e decidono di andare in un centro bricolage ad acquistarne. Sorge però un problema: nessuno dei due ha soldi! La mente ingegnosa dei due piccoli inventori li porta a trovare una soluzione decisamente originale. Alma e Milan realizzano autonomamente i soldi necessari scrivendo numeri e aggiungendo decorazioni su dei cartoncini colorati. Con tanta fantasia e qualche altro stratagemma, infine, i due amici riescono a comprare il materiale necessario per terminare la casa sull'albero, risparmiando persino qualche spicciolo da investire per nuove avventure. È possibile prendere spunto dalla lettura di questo albo per proporre l'attività di creazione di banconote e monete da utilizzare poi per svolgere giochi e attività in classe, come per esempio la simulazione di un mercatino.

Cerasoli, A. (2011). *Le avventure del signor 1*. Emme edizioni.

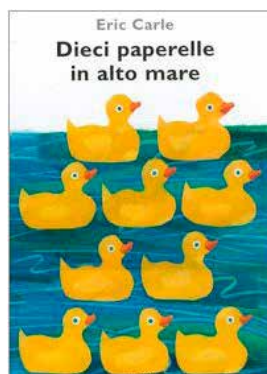


Questo testo offre uno sfondo narrativo perfetto per la caccia al numero e, in particolare, per introdurre il contesto del mercato. Il Signor 1 un giorno decide di lasciare la sua casa, una pagina di un calendario, per esplorare la città; si imbatte, così, in tantissimi altri numeri presenti su targhe, scontrini, numeri civici, sui banchi del mercato, su orologi e bilance, sotto le suole delle scarpe e persino fra i banchi di una scuola. In seguito alla lettura del racconto, agli allievi si può chiedere dove pensano che ci siano numeri e a che cosa servono in quel contesto. I bambini faranno così emergere le loro numerose conoscenze spontaneamente acquisite. Si potrà anche chiedere loro dove si trovano i numeri nella propria aula o nella scuola, e, se possibile, di andare a cercare loro stessi dei numeri in questi ambienti. Ha così inizio una vera e propria caccia ai numeri (a scuola ma anche in giro per le strade)! Nel caso fosse impossibile allontanarsi dal banco, è possibile consegnare volantini, riviste, albi illustrati contenenti numeri (si pensi ad esempio al testo Guéry, A. & Dussutour, O., 2012, *123 d'arte*. Franco Cosimo Panini, nel quale è possibile cacciare i numeri nelle opere d'arte; esiste anche una pubblicazione analoga per scovare le lettere: *ABC d'arte*).

Alla ricerca dei “grandi” numeri

I bambini sono affascinati dai numeri “grandi”, dove “grande” dipende dal contesto della classe e del singolo allievo. Fin dalla scuola dell'infanzia, infatti, i bambini amano sfidare sé stessi o gli altri a individuare numeri sempre più grandi, giocando alla cantilena dei numeri senza fine. Nel ricercare numeri sempre più grandi, i bambini incappano in nuovi e stimolanti conflitti cognitivi, per cui scoprono, ad esempio, che non sempre la parola più lunga rappresenta il numero più grande: il *mille*, pur essendo molto più facile e veloce da dire, essendo formato da due sillabe, quattro suoni (sì: la doppia è rafforzata, ma vale 1) e sole cinque lettere è un numero più grande di *settecento*, che ha il doppio delle sillabe e delle lettere di *mille*, e ben nove suoni (simili confronti sono utili per fare matematica e per allenare la competenza fonologia e fonografica!). Seguendo la cosiddetta “ipotesi del referente”, infatti, il bambino, nelle prime fasi che lo porteranno poi all'astrazione, tende ancora a pensare che “a referente grande si associ una parola grande” e “a referente piccolo una parola piccola” (cosa che vale per *elefante* e per *ape*, ma non per *formica* o *gnu*); in questo senso, a volte, anche la grandezza dei numeri viene spontaneamente associata dai bambini alla complessità linguistica della scrittura e della pronuncia di una parola-numero, come ad esempio *settecentottantatré*. La curiosità dei bambini nello scoprire i numeri si riscontra anche nell'approcciarsi con la loro scrittura. Per quanto concerne la rappresentazione indo-araba dei numeri i bambini intuiscono abbastanza precocemente che un numero formato da più cifre è più grande di uno formato da meno cifre (pur non sapendolo a volte neppure leggere!), e addirittura che a parità di cifre di due numeri occorre guardare la cifra più a sinistra per capire qual è il numero più grande. Ciò che è importante ricordare nel seguire questo approccio senza paura è che per i bambini è arricchente, motivante e formativo approcciarsi a “numeri grandi”, sia nelle diverse forme scritte sia in forma orale, anche se non dominano ancora completamente tutti gli aspetti del numero (come la loro lettura o la loro quantificazione). È dunque significativo prevedere percorsi didattici che mettono il bambino nella condizione di vivere e confrontarsi con la scoperta del variegato universo numerico giocando in modo laboratoriale con essi, e gli albi illustrati possono sicuramente originare una scintilla di curiosità, offrendo spunti e contesti per avviare o affiancare un percorso di scoperta.

Carle, E. (2006). *Dieci paperelle in alto mare*. Mondadori.



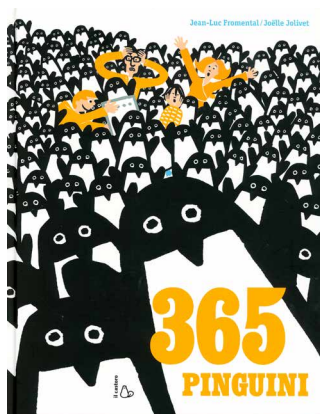
Questo albo, pur trattando i numeri fino a dieci, può essere utilizzato come punto di partenza per appropiati grandi numeri grazie al contesto nel quale è inserito. Il libro parte infatti da una storia vera, che fa pensare all'ambiente e ai danni che l'uomo gli può procurare: in una tempesta nel Pacifico, nel 1992, una nave cargo che trasportava giocattoli di gomma perse molte casse; circa 30'000 paperelle di gomma e altri piccoli animali giocattolo. Un "grande" numero che si può cercare di visualizzare e modellizzare con i bambini, partendo dalla lettura dell'albo. Moltissimi anni dopo, seguendo le correnti oceaniche, parte della flotta di paperelle, è sbarcata sulle coste dell'Inghilterra mentre altre si sono spinte in altre direzioni (Russia, Alaska, Irlanda...), diventando oggetti rari preziosi per chi le avesse trovate in spiaggia. L'albo di Carle segue 10 paperelle, dal momento della loro produzione a quando vengono messe in 10 in una scatola, fino all'imbarco e alla tempesta, e alla conseguente dispersione dei 10 giocattoli nel mare. Ciascuna paperella verrà trasportata in una direzione diversa e farà vari incontri (il delfino, l'orso polare, il fenicottero rosa, la tartaruga... mentre una si unirà a un vero gruppo di anatre con la mamma), resi attraverso grandi immagini incisive, che permettono sia di apprezzare la varietà dei viaggi, sia di fare pratica coi primi 10 numeri e con le parole che li identificano, ma anche con i raggruppamenti per 10, spingendosi a immaginare, se il contesto lo consente, 10 scatole da 10 paperelle o 100 scatole da 10 paperelle e così via, fino alle 30'000 paperelle disperse. Un albo ideale per un percorso multidisciplinare tra lo studio dell'ambiente, la geografia, la matematica e l'italiano.

Tessaro, G. (2012). *Tanti tanti tanti*. Carthusia.



Indubbiamente i pinguini di questo albo sono tanti, tanti, tanti: come tante sono le situazioni che vengono proposte, in rima, al giovane ascoltatore-lettore, buffe e a volte un po' assurde. Sì, perché la quotidianità di cento cuccioli di pinguino e della loro (stanchissima ma amorevole) mamma può essere davvero avventurosa, soprattutto se sono così tanti e fanno tante domande. Che sono tanti si vede in tutto il libro, affollatissimo di pinguini indaffarati (complice anche il formato a fisarmonica, che permette la visione di tutte le pagine assieme), ma anche punteggiato di brevi e "leggere" osservazioni matematiche ("la risposta qui davanti al perché son così tanti/non mi pare troppo nuova: avrà fatto cento uova/che se ne avesse fatte mille sai contarli che scintille/che se ne avesse fatte tre eran meno, questo è"). Un albo dall'impatto visivo assai efficace adatto per lavorare sull'aspetto visuo-spaziale legato al conteggio.

Fromental, J. L., & Jolivet, J. (2017). *365 pinguini*. Il Castoro.



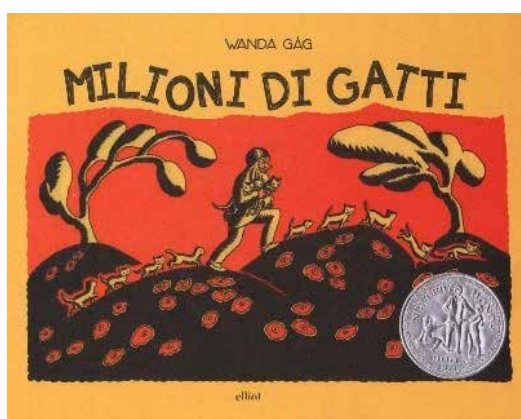
Che cosa succederebbe se in una famiglia, dal primo giorno dell'anno e per un intero anno, venisse recapitato ogni giorno un pacco regalo contenente un pinguino? Che alla fine ci sarebbero... 365 pinguini! Per arrivare a questo numero, l'albo procede proponendo svariati conteggi e problemi matematici via via più complessi (legati per esempio a come e quanto nutrirli, o a come farli stare in ordine), fino all'arrivo finale dello zio Giovanni, l'ecologista: è stato proprio lui, per mettere in salvo molti pinguini dal surriscaldamento del loro habitat, a spedirli uno a uno alla sua famiglia, con tanto di lettere un po' misteriose d'accompagnamento. Un albo *italmatico*, con un occhio all'ambiente, che può essere utilizzato per approcciarsi ai giorni dell'anno, collegandolo ad un percorso sul calendario.

Milbourne, A., & Riglietti, S. (2013). *Quant'è grande un milione?* Usborne.



Piumino era un piccolo pinguino che faceva grandi domande: dove finisce il mare? Quanto è alto il cielo? E soprattutto... quanto è grande un milione? Prova a chiederlo alla mamma, ma non ottiene una risposta soddisfacente, se non che è molto, moltissimo di più dei dieci pesci, pescati per la colazione, che ha appena contato. Così Piumino parte alla ricerca del milione: si imbatte in cento pinguini e conta mille fiocchi di neve, ma... del milione non trova traccia. Finché, tornato a casa, la mamma gli mostra in silenzio il cielo stellato. Finisce così una breve storia molto delicata, che si presta bene per fare ipotesi e considerazioni rispetto a quelle che i bambini avvertono come grandi quantità e che favoriscono con l'esperienza l'appropriazione del senso dei numeri.

Gàg, W. (2016). *Milioni di gatti*. Elliot.



“Gatti qui, gatti lì,
gatti e gattini ovunque,
centinaia di gatti,
migliaia di milioni e milioni di gatti”.

Così recita quest'albo che, pubblicato in Italia solo nel 2016, arriva da lontano: edito per la prima volta nel 1928 negli Stati Uniti, è considerato il primo vero picture book americano (conserva lo stile e il tratto grafico dell'epoca e le immagini in bianco e nero). La situazione narrata è la seguente: in una bella casetta vivono un uomo e una donna molto anziani; a un certo punto lei esprime il desiderio di avere un gatto e lui parte alla ricerca del micio giusto, percorrendo ambienti finemente disegnati, finché non trova un gatto, anzi, moltissimi gatti, un'intera collina coperta di gatti! Quale scegliere? Sono tutti così carini... l'uomo si trova sommerso e circondato da centinaia, migliaia, milioni di gatti, e torna a casa seguito da una folla di felini di cui non si intravede la fine. Per scegliere il più bello, la coppia deciderà di far fare a loro: e poiché tutti si ritengono i più belli, i gatti iniziano ad azzuffarsi; non ne resterà che uno solo, spelacchiato e brutto, che, non sentendosi per nulla bello, si era nascosto. I due anziani signori terranno proprio questo gatto, che, grazie al loro amore, diventerà un micio meraviglioso.

Roskifte, K. (2019). *Tutti quanti contano*. Edizioni EL.



L'albo parte da zero perché non c'è nessuno, poi compare un bambino, prima solo (sta pensando), poi con suo papà, ma subito le pagine iniziano a popolarsi coinvolgendo e osservando gruppi sempre più numerosi di persone, che fanno attività diverse in ambienti diversi. I numeri diventano sempre più grandi, fino ai... 7.500.000.000 di persone che abitano la Terra: dove tutti siamo importanti, ma lo siamo anche in funzione degli altri, di cui dobbiamo saper apprezzare le diversità variamente mostrate da quest'opera. Una sequenza di vicende con numeri (assoluti protagonisti), parole (in forma di didascalia) e immagini, in cui l'occhio del lettore si allarga all'intera umanità.

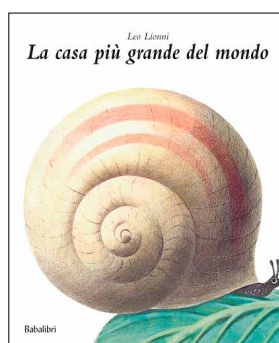
4. Misuriamo tutto!

La misura rappresenta un importante tema da trattare in continuità tra la scuola dell'infanzia e la scuola elementare, dato che permette di interpretare il mondo reale e le grandezze che lo descrivono. Inizialmente il bambino si avvicina alla misura degli oggetti reali in modo percettivo e sensoriale tramite la descrizione linguistica di proprietà. Per esempio, per descrivere la statura di una persona si possono usare termini quali alto, basso, di statura media... Il vocabolario fornisce alcune parole, che, spesso, sono approssimative, relative e soggettive. Per rendere assolute queste considerazioni si può procedere con dei confronti tra l'elemento considerato e altri presi a paragone, riuscendo così a fare affermazioni del tipo: «Questa persona è più alta di questa, è più bassa di quella...». Nel confronto si analizzano diverse proprietà degli oggetti, ma a un certo punto può nascere l'esigenza di quantificarle, per renderle più precise e oggettive, e ciò avviene tramite le misurazioni. Si scoprirà così che non tutte le proprietà sono misurabili aritmeticamente, come ad esempio l'amore e la felicità. Per le proprietà che invece lo sono, inizialmente viene stabilita una prima corrispondenza fra oggetti e numeri, usando unità di misura arbitrarie come i passi, i palmi delle mani, delle asticcioline, delle piastrelle ecc.; in questo passaggio, gli albi possono essere un prezioso aiuto per avviare le attività, favorendo discussioni e dibattiti tra i bambini. Solo successivamente si potrà passare dai sistemi di misura arbitrari ai sistemi di misura convenzionali, accompagnati dall'uso di vari strumenti di misura come la riga, la bilancia, il metro e l'orologio. In questa sezione risultano particolarmente importanti per questa fascia d'età gli albi che riguardano il tempo, al quale abbiamo dedicato maggiore spazio, poiché è una grandezza fondamentale che permette ai bambini di acquisire una crescente consapevolezza del mondo e di loro stessi, partendo dalle *routine* del quotidiano fino a toccare grandi questioni come l'attesa o il passare degli eventi.

Non tutto si misura!

In questa sezione abbiamo inserito alcuni albi che si prestano per analizzare con i bambini varie proprietà del mondo che ci circonda e per favorire in loro l'insorgere dell'esigenza di volerle quantificare, dando l'avvio alle prime misurazioni non convenzionali. Possono rientrare in essa diversi albi già recensiti in precedenza e ai quali rimandiamo: quelli della sezione *Questioni di punti di vista!*, inerenti l'osservazione di proprietà; quelli proposti nella sezione *Tasselliamo con le figure* che possono essere utilizzati per un primo approccio all'area; il poliedrico albo *Chi mangerà la pesca?* presente nella sezione *Contare... su di sé: scoprirsi attraverso i numeri*, che si presta per essere utilizzato in modo efficace anche in questa sezione. Ne presentiamo qui alcuni altri per offrire ulteriori spunti.

Lionni, L. (2008). *La casa più grande del mondo*. Babalibri.



Un giorno, una lumachina disse a suo papà di desiderare di avere la casa più grande del mondo. Il papà, però, le narrò una storia in grado di farle cambiare idea: la storia di una lumaca che aveva avuto lo stesso desiderio e che alla fine riuscì a ottenere un guscio gigantesco, colorato, con addirittura delle cupole sopra. Era davvero la casa più grande del mondo, ma era anche esageratamente pesante: quando fu necessario muoversi, la lumaca non ci riuscì e di lei non restò che la sua bellissima casa. La lumachina decise allora che da grande avrebbe preferito una piccolissima, comoda e leggera casetta, da portare ovunque sarebbe andata.

McBratney, S. (2015). *Indovina quanto bene ti voglio*. Nord-Sud.



In quest'albo, uscito in edizione originale nel 1994 e poi tradotto anche in italiano, Leprottino e Papà Leprotto cercano di quantificare... quanto bene si vogliono! Ma come fare? Con quali parole? Con quali unità di misura? Allargando le braccia? "Fin lassù?", "Fino alle nuvole?", "Più di tutti i miei salti?", "Come il mio salto più alto?", "Fino alla Luna?", anzi: "Fino alla luna e ritorno"! Un albo che aiuta a capire che non tutto si può quantificare oggettivamente, ma che ci sono molte parole ed espressioni figurate, spesso iperboliche, per dire a chi ci sta vicino l'intensità dell'affetto che proviamo.

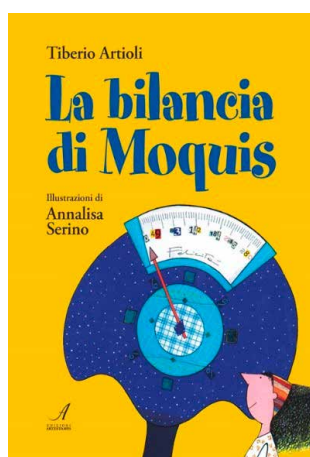
Carle, E. (1986). *Papà, mi prendi la luna, per favore?* La Margherita edizioni.



Una sera, prima di andare a letto, Monica, decise che le sarebbe molto piaciuto prendere la luna per poter giocare con lei. Poiché non ci riuscì, chiese al suo papà, il quale si procurò un'altissima scala, che collocò su una smisurata montagna dalla quale, gradino dopo gradino, raggiunse la luna (le pagine del libro, che si aprono in varie modalità, rendono l'idea della grande distanza). La luna, però,

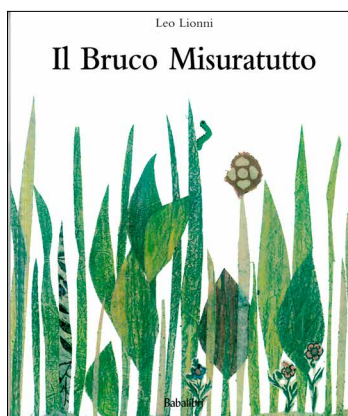
era troppo grande e il papà dovette aspettare che si rimpicciolisse; quando fu piccola abbastanza, salì a prenderla e la diede a Monica, che ci giocò finché non scomparve... per ricomparire, però, in cielo la sera successiva, con la forma di una minuscola falce. Un albo sognante che approccia termini legati ad aspetti qualitativi inerenti alla misura (vicino, lontano, grande, piccoli, distante ecc.), in cui i super-poteri dei papà aprono la strada a grandi domande, come, ad esempio, quanto dista la luna dalla terra? Come si può misurare questa distanza? Si muove la luna? E la terra? Senza trascurare la possibilità, per chi volesse aprire a ulteriori spunti scientifici, di esplorare le caratteristiche della luna e delle fasi lunari (cicliche: cosa che potrebbe fare rientrare quest'albo anche fra quelli, mostrati in seguito, sul tempo ciclico) e altri aspetti legati alle orbite percorse dalla luna.

Artioli, T., & Serino, A. (2010). *La bilancia di Moquis*. Edizioni Artestampa.



La protagonista del racconto è una bambina di nome Moquis che decide di lasciare il suo regno, dove ogni cosa sembra governata da un equilibrio perfetto, e di mettersi in viaggio per scoprire se anche nel resto del mondo si vive così felici. Ma come si misura la felicità? È possibile? Come? Forse ci vorrebbe una bilancia apposita... Attraverso vari tentativi, Moquis intraprende un percorso di crescita che la aiuterà, pian piano, a diventare grande. Una storia per riflettere sul fatto che non tutto si può misurare, e che ispira a sperimentare vari strumenti di misura.

Lionni, L. (2010). *Il Bruco Misuratutto*. Babalibri.



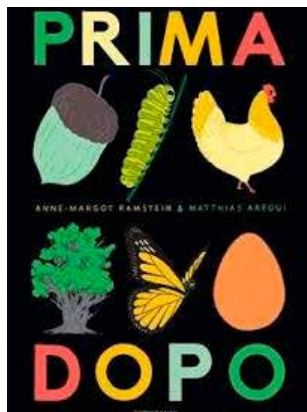
Questo albo di Leo Lionni è ormai quasi un classico del genere. La storia è quella di un bruco verde, che, per non essere mangiato da un pettirosso, si propone come strumento di misura, cioè un Bruco Misuratutto. Il bruco misurò la coda del pettirosso (uno, due, tre, quattro... cinque centimetri) e così l'uccello non lo mangiò: dopo questa prima misurazione, il successo del bruco aumentò e molti uccelli andarono da lui per farsi prendere le misure (il collo del fenicottero, il becco del tucano e persino... tutto il colibrì). Rischiò grosso il bruco quando l'usignolo avrebbe voluto che misurasse la sua canzone: come fare? Non era certamente lo strumento adatto! Ma il bruco, molto astuto, gli disse di iniziare pure a cantare, mentre lui avrebbe misurato. Misurò, misurò, misurò... e strisciando se ne scappò via.

“Il” tempo, “i” tempi

Sin dall'antichità, il problema del “tempo” è stato avvertito e dibattuto da scienziati, pensatori, filosofi delle più diverse scuole e correnti, con i più diversi fini; ha anche affascinato poeti e narratori, costantemente a confronto col dilemma di ciò che passa, ma anche di ciò che ritorna, uguale eppure diverso. È dunque facile rendersi conto che si tratta di un grande tema, in cui tutti noi, piccoli e grandi, viviamo immersi, che porta a grandi interrogativi (È assoluto o relativo? Ci sarebbe ancora se non ci fosse la vita? È qualcosa che esiste o è un'invenzione umana, frutto del bisogno di organizzare e scandire gli eventi? È infinito? ecc.) sin da molto presto: sin da quando si inizia a cogliere, in modo tutt'altro che semplice e immediato, di vivere immersi in una temporalità caratterizzata da diverse dimensioni che la mente deve distinguere e gestire. Tralasciando, qui, la discussione lunga e complessa che il tema meriterebbe, in prospettiva educativa ci limitiamo ad accennare – per il fascino che suscita – il pensiero del filosofo latino Seneca, così lontano eppure così vicino al nostro sentire: nella sua visione, comune ad alcune scuole di pensiero dell'antichità, il primo passo per assumere il dominio di sé avviene proprio tramite il controllo del proprio tempo, con le conseguenze che ne derivano. Queste possono essere varie, se si considera che con “tempo” si individuano, in realtà, aspetti molto diversi: è *tempo* la dimensione in cui si concepisce e si misura lo scorrere degli eventi, distinguendoli in quelli ciclici e in quelli che, invece, non ritornano (da ciò deriva la distinzione tra un prima e un dopo, ossia tra passato, presente e futuro), individuando così un tempo di tipo *lineare*; ma è *tempo* anche il sentire *soggettivo* interiore, a volte lento, a volte velocissimo, legato dunque alle sensazioni e alle percezioni di ciascuno. Questo *tempo*, insomma, è più vicino alla visione che ne ha dato Sant'Agostino, per cui il passato coincide con la memoria, il futuro con l'aspettativa e il presente con la percezione: tutte sensazioni umane.

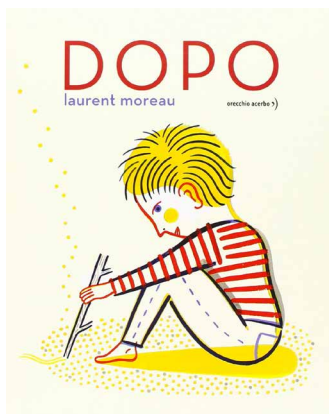
Al di là delle dissertazioni filosofiche, è chiaro quanto lavorare sul tema del tempo (dei tempi) con i bambini sia fondamentale per permettere loro di acquisire una crescente consapevolezza di loro stessi, e più in generale del mondo. Proponiamo, quindi, fra le varie “cose da misurare”, intese in senso lato, tre *tempi* in cui il bambino è immerso: il *tempo ciclico*, nel quale rientrano i primi 7 albi; il *tempo lineare*, a cui sono dedicati i successivi 5 albi; e il *tempo soggettivo* nel quale rientrano gli ultimi 4 testi. Anche in questo campo, anzi, forse soprattutto per questa grandezza, gli albi illustrati possono dare un importante contributo ad avviare attività e percorsi significativi di lettura della realtà e di riflessione su sé stessi. Da questo punto di vista consigliamo la lettura del libretto Martinelli, S., & Martinetti, P. (2021). *Prendiamoci il tempo*. Collana Praticamente, scaricabile gratuitamente dal link <https://www.matematicando.supsi.ch/iniziative/quaderni-didattici/>, nel quale sono citati e commentati diversi albi riferiti al tempo.

Ramstein, A. M., & Aregui, M. (2014). *Prima e dopo*. L'ippocampo.



Dal cantiere alle case, dal bruco alla farfalla, dalla pecora al gomitolo di lana, da un'alta candela accesa a un mucchietto di cera... Le molte immagini di questo *silent book* mostrano numerosissime trasformazioni o evoluzioni di situazioni: qualcosa che è successo prima (nella pagina di sinistra) e ciò che succederà poi (nella pagina di destra), per lo più secondo un cambiamento irreversibile, ma con qualche sporadico caso di ciclicità (ci sono ad esempio immagini di uno stesso luogo in stagioni diverse); talvolta, le pagine sono collegate le une alle altre per raccontare una sorta di brevissima storia. Le sole immagini permettono l'aggiunta di parole per capire e denominare i fenomeni, ma anche per lasciare andare la fantasia al racconto di ciò che accade.

Moreau, L. (2014). *Dopo*. Orecchio Acerbo editore.



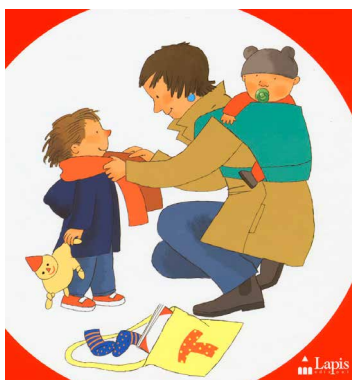
In quest'albo l'autore, attraverso le parole del protagonista e illustrazioni particolarmente evocative, mostra i pensieri di un bambino in relazione agli avvenimenti e alle sensazioni che lo coinvolgono quotidianamente, tutte introdotte da *dopo*, a segnalare anche linguisticamente un passaggio a qualcosa di ricorsivo o, più spesso, di irreversibile; ad esempio, "dopo l'inverno, la primavera restituisce i colori", "dopo il fiore c'è il frutto", "dopo quest'attimo non ci sarà mai più quest'attimo", "dopo il mio compleanno sono diventato ancora un po' più grande", aprendo anche, qualche volta, a usi diversi dell'avverbio, come in "dopo l'orizzonte molto lontano mi chiedo cosa ci sia" (in cui *dopo* è da intendersi questa volta in senso spaziale). Un albo che offre moltissimi spunti di riflessione e di lavoro sul piano degli eventi, delle percezioni e delle parole per esprimerle.

Pep, B., & Cabassa, M. (2008). *Il libro per contare*. Logos.



Questo albo, inserito in questa sezione, essendo costruito sul ciclo giorno-notte, poteva in realtà entrare anche nella sezione *Le diverse componenti del conteggio*, essendo incentrato sui numeri da 1 a 12. Può quindi essere utilizzato dai docenti enfatizzando entrambi gli aspetti. Le vicende di quest'albo in rima abbinano i numeri ai personaggi colti nella vita di tutti i giorni in una grande casa: l'1, che è Manuele, che di corsa va in cortile e mangia pane e miele; il 2 è lo zio Gastone, che cammina col bastone guardando come gira il girasole... La storia è un susseguirsi di azioni in una quotidianità movimentata (utilissima anche per ampliare il repertorio lessicale legato ai verbi), in cui compaiono le galline, il cavallo, il gatto e numerosi personaggi pittoreschi... sempre accompagnati dai numeri, fino ad arrivare al 12. Il 12 è la luna, l'ultima ad arrivare, che invita tutti quanti a riposare. Da qui parte il conto alla rovescia e tutti i personaggi ricompaiono compiendo un'attività non più diurna ma notturna (la gatta guarda le stelle, il cavallo riposa...) fino ad arrivare nuovamente a 1: a questo punto il cancello del cortile si chiude perché ormai tutti dormono. La narrazione può ricominciare, nel ripetersi del ciclo notte-di; quest'albo quindi è perfetto anche per un lavoro sul tempo ciclico.

Bussolati, E. (2015). *Una giornata speciale*. Lapis.



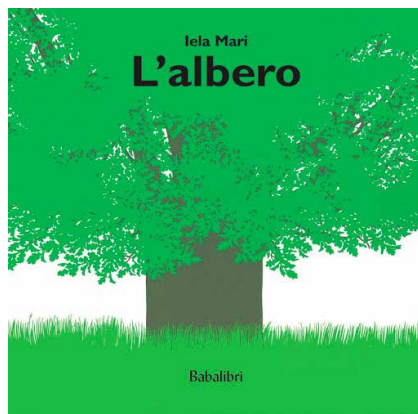
Questo *silent book* racconta con semplicità le ore piacevoli e divertenti trascorse da un bimbo in compagnia di sua nonna: una compagna di avventure straordinarie, con cui la giornata scorre in fretta. Il libro comincia al mattino, con l'arrivo a casa sua, e prosegue tra varie attività: un bello stimolo per incentivare il bambino a parlare e descrivere la propria giornata (magari scegliendo di distinguere una giornata di scuola, una giornata particolare...) individuandone le routine, gli elementi importanti, la ciclicità di alcuni avvenimenti. E anche un'ottima occasione per arricchire il vocabolario.

Carle, E. (2009). *Il piccolo bruco Maisazio*. Mondadori.



«Lunedì mangiò una mela, ma non riuscì a saziarsi. Martedì mangiò due pere, ma non riuscì a saziarsi...», e così via, per 7 giorni, il piccolo bruco mangiò sempre di più, fino a che non fu nuovamente domenica. In questo giorno mangiò una bella foglia verde, che lo saziò completamente: il bruco era pronto per farsi bozzolo e poi farfalla. Questo piccolo albo, notissimo nel genere albi illustrati, propone immagini ben distinte dei vari cibi (per provare a contarli, imparando i nomi degli alimenti, ma anche la cantilena dei numeri) e un'implicita riflessione sulla ricorsività dei giorni della settimana, da scoprire e memorizzare.

Mari, I. (2007). *L'albero*. Babalibri.



Questo *silent book* ripercorre il ciclo delle stagioni unicamente attraverso diverse immagini di uno stesso albero, assoluto protagonista tramite il suo ciclico cambiamento: colori, foglie, eventi atmosferici e animali accompagnano quest'opera, davvero silenziosa, come silenziosi ma inarrestabili sono i cambiamenti della natura; un ghiro, prima in letargo sotto terra, poi sull'albero, e una coppia di uccelli, uno dei quali cova fino alla schiusa delle uova e alla nascita dei piccoli, mettono in scena diversi tipi di ciclicità nella macro-ciclicità delle stagioni che scorrono. Non resta che dare parole – e potrebbero essere molte (nomi per i personaggi, aggettivi per descriverli nei loro cambiamenti, verbi per le azioni) – a una storia da osservare e da ripercorrere più volte, perfetta anche da rappresentare sul nastro di Möbius.⁹

9. Per un approfondimento sull'uso del nastro di Möbius per il tempo ciclico si veda Demartini et al. (2017).

Giordano, P. (2017). *La rondine che voleva vedere l'inverno*. Lapis.



Quest'albo fa scoprire il ciclo delle stagioni attraverso la storia di Marta, una rondinella che desiderava vedere che cosa accadeva nel "suo" bosco durante l'inverno e perciò non ha seguito gli altri uccelli migratori a fine estate. La salverà dal freddo e dalla neve Sam, uno scoiattolo che diventò suo grande amico. Marta ha resistito, così, fino alla primavera e al ritorno delle altre rondini: la sua curiosità era ormai soddisfatta e decise che in futuro avrebbe seguito gli altri uccelli perché il freddo non faceva proprio per lei! L'amicizia con Sam, però, sarebbe rimasta: i due si sarebbero rivisti a ogni primavera, ciclicamente, come cicliche sono le stagioni che questo libretto fa scoprire attraverso una storia coinvolgente e stimolante.

Kraus, R., & Oxenbury, H. (2017). *Una storia che cresce*. Il Castoro.



Una storia che cresce, percorrendo la crescita del bambino in parallelo con la natura. In una fattoria il protagonista cresce e gioca insieme ai cuccioli, ma il mondo animale va più veloce di quello dei bambini e i cuccioli crescono a vista d'occhio! Il bambino chiede alla mamma se anche lui crescerà come sono cresciuti i cuccioli; la mamma lo tranquillizza che questo accadrà, ma lui si vede sempre uguale. Finché... Passano le stagioni e si torna alla stagione in cui è iniziato il libro. Il bambino rimette i vestiti pesanti dell'anno prima e si accorge che... gli vanno stretti e corti!

Alemagna, B. (2019). *Le cose che passano*. Topipittori.



“Nella vita, sono molte le cose che passano. Si trasformano, se ne vanno”. Quest’albo inizia così, a ricordarci che i nostri giorni sono ricolmi di cose che passano e non tornano più: è inevitabile. A volte le cose che passano fanno male, lasciano un vuoto, mentre altre volte il loro passare cura le ferite e i dolori. Tramite suggestive illustrazioni, l’albo mostra al lettore varie situazioni in cui lo scorrere lineare del tempo fa il suo corso: grazie al potere scenico della carta semitrasparente, alcuni elementi disegnati si spostano da una raffigurazione a un’altra, trasformando l’immagine successiva e la precedente: una ferita guarisce, per esempio, mentre una musica passa e scivola via, così come se ne vanno i denti da latte e, spesso, i pensieri cupi. Sono efficaci, poi, anche gli accostamenti fra eventi simili, uno ricorsivo e l’altro no: le foglie cadono, ma poi ne ritornano di nuove sull’albero (anche se non saranno le stesse), mentre se a un uomo di mezz’età cadono i capelli, la cosa porterà a un cambiamento pressoché definitivo. Ad ogni modo, c’è una cosa che, se è autentica, non passerà mai: l’autrice la riassume in un abbraccio finale. È il bene che ci si vuole.

Fromental, J. (2019). *Ma l’orso ce l’ha l’orologio?* Franco Cosimo Panini.



Nella prima parte dell’albo il lettore segue l’orso protagonista del racconto in una sua giornata tipo. Presto ci si rende conto che il povero animale è sempre in ritardo e non riesce a gestire il tempo nella maniera corretta: alle 07:00 suona la sveglia ma lui continua a dormire, alle 08:00 è pronta la colazione ma lui non si è ancora lavato, alle 08:15 perde l’autobus per andare a scuola, e tanto altro. Il problema dell’orso è quello di non possedere un orologio, così i genitori decidono di regalargliene

uno e di investire del tempo per insegnargli a leggere l'ora. Nella parte centrale dell'albo il piccolo lettore assiste alle lezioni di lettura dell'orologio impartite dai genitori dell'orso, imparando a sua volta a destreggiarsi fra lancette, scadenze e termini. L'orso alla fine diventa talmente bravo da riuscire a costruire una sorta di mini agenda della giornata, elencando per ogni orario le attività in programma. Oltre a questo, impara anche a non riempire eccessivamente le proprie giornate, ma a prendersi il tempo giusto per godere di ogni momento... senza stress da orso! Un bell'albo in rima, adattissimo per approcciarsi a questo fondamentale strumento di misura. Sempre sull'orologio, si può segnalare anche Aliaga, F., & Fiedler, A. (2015). *Solo un orologio*. Fragatina. È la storia di Marmotta: per i suoi cinque anni, il nonno le regala un bellissimo orologio, grazie al quale lei potrà sempre sapere qual è il momento per fare certe azioni durante la giornata.

Degli'Innocenti, F., & Carabelli, F. (2013). *Che ora è? Lapis*.



Sulla pagina di sinistra c'è lo strumento convenzionale: l'orologio a lancette per leggere le diverse ore della giornata; sulla pagina di destra il tempo vissuto dall'orso protagonista dell'albo: un'attività diversa per ogni ora, dalle 7.30 del mattino (l'ora del risveglio) alle 9 di sera (l'ora delle stelle e di andare a letto). Un piccolo albo cartonato per riflettere con i bambini sul ripetersi delle giornate e delle azioni che si vivono in esse; un albo da riscrivere con loro, che possono disegnare e dettare all'adulto ciò che popola i loro giorni, per scoprire le giornate di ognuno e confrontarle, scoprendo che cosa c'è di uguale e che cosa cambia.

Carle, E. (1990). *La coccinella prepotente*. Edizioni Mondadori.



Quest'albo unisce la possibilità di lavorare sulle ore che passano durante il giorno, dalle 5 di mattina alle 6 di sera (citate in parole, e mostrate sia attraverso le diverse posizioni in cui si vede il sole, sia

tramite un orologio a lancette) a una storia sulla brutta figura che fa una coccinella prepotente, che pensa di poter sfidare tutti, anche quelli molto più grossi di lei. Li incontra uno a uno, dal più piccolo (una vespa) al più grande (una balena che nemmeno si accorge di lei), ma, nei fatti, è solo una sbruffona che se ne tornerà da dov'è venuta: su una foglia, a condividere gli afidi con un'altra coccinella.

Dal Gobbo, L., & Fatus, S. (2014). *Vorrei un tempo lento lento*. Lapis.



Al tempo si possono abbinare vari aggettivi a seconda delle sensazioni che ci suscita: lento, lungo, ma anche allegro, zitto vuoto, antico... e molti altri, che i lettori potranno aggiungere. Le parole e le immagini poetiche di quest'albo evocano infatti le emozioni che il tempo ci può dare a seconda di ciò che in esso facciamo e, soprattutto, ci ricorda l'esigenza del bambino (e non solo) di appropriarsi di ogni tempo, vivendolo come meglio crede, nel rispetto dei suoi ritmi e del bisogno di, a volte, anche "perdere tempo", sognando a occhi aperti.

Lorenzoni, C., & Vignana, F. D. (2018). *La forma del tempo*. Lapis.



In questo libro non c'è una trama, ma un susseguirsi di immagini accompagnate da parole poetiche, ricche di allitterazioni e giocate su incisive similitudini con animali: c'è il tempo estivo del riposo sotto a un albero, un tempo immobile come una lucertola; il tempo lento come un bradipo, quando la mamma sveglia il figlio per andare a scuola, ma lui fa finta di non sentire; il tempo ingombrante come un elefante quando si devono fare i compiti, che sembrano non finire mai. Attraverso molte immagini evocative, i bambini saranno sensibilizzati al tempo e al suo valore in ogni occasione: con loro si potrà anche pensare a nuovi tempi (i loro tempi) da disegnare e da descrivere, per conoscersi un po' meglio.

Willems, M. (2016). *Uffa, quanto manca?* Il Castoro.



Tra le note vicende dei due amici Reginald e Tina, questa riguarda l'attesa, il suo significato, e soprattutto le sensazioni che suscita. Tina preannuncia all'amico di avere pronta una sorpresa per lui, ma prima di vederla dovrà per forza aspettare; da qui, la frase-titolo dell'albo: "Uffa, quanto manca?" perché il tempo che ci separa da qualcosa che pensiamo potrà piacerci è lentissimo, sembra non passare mai e la cosa ci fa innervosire. Eppure, per la sorpresa di Tina, Reginald deve proprio aspettare, pagina dopo pagina, perché la cosa non si può anticipare, ma quando la vedrà sarà estasiato dalla bellezza. La bellezza di un magnifico cielo stellato.

Gill, B. (2010). *Il regalo*. Corraini Edizioni.



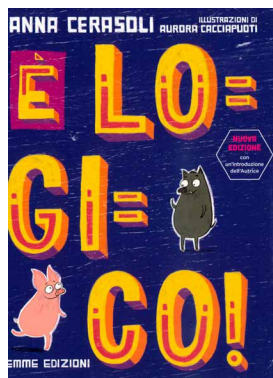
Quando si scova, nascosto, un regalo per noi, in prossimità del nostro compleanno, non possiamo fare a meno di voler sapere che cosa contiene. Così, le ipotesi affollano la nostra mente. Al compleanno di Arturo mancano solo due settimane, e il pacchetto che ha trovato ben confezionato nell'armadio non può essere che per lui. Quest'aspettativa stimola la mente del bambino a immaginare un lungo elenco di possibili regali avvolti in quella carta luccicante: un aquilone? Una torta? Una barca a vela? Quest'albo esplora la dimensione dell'attesa attraverso la lente della curiosità suscitata, e permette di stimolare nei lettori ipotesi e anticipazioni.

5. La logica della matematica

Tutto questo prezioso numero speciale della rivista è incentrato sulla forte relazione tra matematica e lingua, in particolare lingua italiana: sappiamo infatti quanto l'apprendimento disciplinare passi attraverso una buona gestione della lingua. In particolare, sono tante le ricerche in ambito didattico che hanno messo in evidenza come le difficoltà matematiche siano spesso attribuibili a difficoltà di tipo linguistico, soprattutto riguardanti la padronanza del lessico (specialistico e comune) o il sapere enciclopedico da esso veicolato, ma anche la gestione di parole importanti per la costruzione del testo quali sono le cosiddette *parole funzionali* (come le congiunzioni). In questa prospettiva, gli albi possono essere un grande aiuto per soffermarsi sul significato delle parole, essendo spesso accompagnati da immagini che evocano la situazione e possono favorire la comprensione.

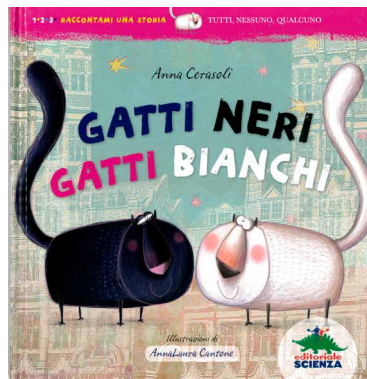
Gli albi di quest'ultima sezione sono incentrati sull'uso di parole e locuzioni come *tanti quanti*, *almeno*, *non più di...*, che quantificano ciò che ci circonda e spesso funzionano nel testo come congiunzioni (chiamate più propriamente *connettivi*), di interpretazione non sempre facile da parte dei bambini. Anzi! Allora perché non scoprirle ed esercitarle sin da molto piccoli tramite belle letture in cui alcune specifiche parole vengono utilizzate in senso logico, ma senza rinunciare ad accattivanti situazioni narrative con simpatici personaggi? Un uso integrato delle parole della logica in contesti linguistici ricchi di senso e di complessità (come gli albi narrativi che portiamo ad esempio) si dimostra una via efficace per avvicinare i giovani lettori alla logica passando attraverso la comprensione del testo, motivandoli grazie al fascino delle storie narrate. Ciò è un ulteriore tassello fondamentale per riuscire a gestire in modo sempre più integrato aspetti della matematica e aspetti dell'italiano, in un'unione dei due mondi che sembra ormai essere la via più redditizia per i nostri allievi.

Cerasoli, A. (2015). *È logico*. Emme edizioni.



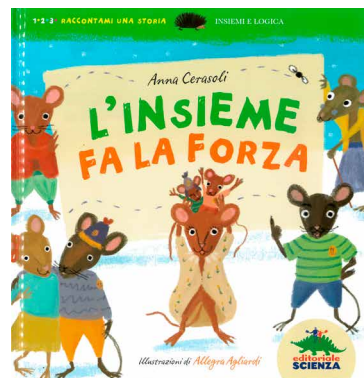
Non è mai troppo presto, verrebbe da dire, per avvicinare i bambini (anche di scuola dell'infanzia, ai quali si rivolge in primis quest'opera) ad aspetti anche complessi della logica e delle espressioni linguistiche che la veicolano. L'importante è farlo nel modo giusto, che sia per loro sfidante, ma anche piacevole e gestibile. Una narrazione come quella di quest'albo soddisfa appieno questi requisiti: le avventure del maialino Otto e del suo amico Ghigo, piccolo cinghiale, che rischiano di essere trasformati in salsicce, sono, infatti, simpatiche e avvincenti; in esse, però, non manca la presenza della logica, che, senza disturbare, punteggia la narrazione ed è parte essenziale per capirla (espressioni e parole come *l'uno e l'altro*, *se... allora...*, *ogni*, *tutti*, *qualche*). Alla fine del libro, i più grandi possono anche mettersi alla prova con alcune richieste giocose legate al racconto: si devono, ad esempio, distinguere proposizioni oggettive e soggettive, si esercita l'uso dei quantificatori e dei connettivi logici e così via, sempre in forma ludica e riprendendo la narrazione.

Cerasoli, A. (2011). *Gatti neri gatti bianchi*. Editoriale Scienza.



In una città, un quartiere aveva una peculiarità: vi abitavano tutti gatti neri. All'improvviso, però, comparve un cucciolo completamente bianco, coccolato da tutti i passanti: molte gattine si innamorarono di lui e nacquero così tanti gattini, tutti bianchi. I gatti bianchi aumentarono e i neri si trasferirono in periferia, così, nel vecchio quartiere, *ogni gatto era bianco e nessuno era nero*. I topi, però, presto si approfittarono dei viziosi gatti bianchi, troppo pigri per cacciare, e riempirono le strade. Agli abitanti non restò che richiamare i gatti neri, ottimi cacciatori: a quel punto tutti i gatti del quartiere erano *bianchi o neri*. Ma che cosa accadde quando giunsero dei felini rossi...? Un divertente racconto per aiutare i più piccoli a familiarizzare con vari connettivi ed espressioni della logica, e con quantificatori come "ogni, tutti, nessuno, qualcuno...", tramite espressioni simili a quelle qui riportate in corsivo.

Cerasoli, A. (2013). *L'insieme fa la forza*. Editoriale Scienza.



L'albo parla di una numerosa famiglia di nobili topi, i Topinis de Topinibus, che cercano di liberarsi dalle grinfie di un grande omone, che cerca di disfarsi di loro. Nelle prime pagine è presente il simpatico albo genealogico della famiglia dei topi, con tutti gli stravaganti nomi dei vari personaggi, che può dare spunto ai docenti per essere riprodotto in classe da ogni bambino. Un'intensa narrazione in cui i topi, per procacciarsi il cibo utile per l'inverno, vivranno legendarie avventure guidate dal giovane topo Tato. Sarà grazie all'unione, che sappiamo essere la forza, che i topi riusciranno a far capire all'omone che è possibile convivere felicemente tutti insieme. Una favola sull'amicizia e sul senso del gruppo pensata per avvicinare i più piccoli alla logica tramite l'uso dei connettivi *non*, *e*, *o* e all'insiemistica. Anche in questo albo, nelle ultime pagine, vi sono varie richieste divertenti che richiamano la narrazione del libro.

Bibliografia

- Capetti, A. (2018). *A scuola con gli albi. Insegnare con la bellezza delle parole e delle immagini*. Topipittori.
- Demartini, S., Fornara, S., & Sbaragli, S. (2017). *Numeri e parole*. Giunti.
- Demartini, S., & Sbaragli, S. (2015a). Geometria e narrazione alla scuola dell'infanzia: un binomio fantastico. In B. D'Amore & S. Sbaragli (A cura di), *La didattica della matematica, disciplina per l'apprendimento* (pp. 67–72). Pitagora.
- Demartini, S., & Sbaragli, S. (2015b). *Storie di figure. Scuola dell'infanzia*, 16(4), 17–18.
- Fornara, S. (2017). Viaggi di immagini e parole. *La didattica dell'italiano nella scuola primaria con gli albi illustrati e i silent books. Italica Wratislaviensia*, 8(1), 65–83.
- Grilli, G. (2018). Per un superamento delle 'due culture'. I nuovi albi illustrati di divulgazione per l'infanzia e l'intreccio possibile e fecondo tra scienza e arte. *Studi sulla Formazione*, 21(2), 217–230.
- Hamelin (2012). *Ad occhi aperti. Leggere l'albo illustrato*. Donzelli.
- Nikolajeva, M., & Scott, C. (2006). *How picturebooks work*. Routledge.
- Sbaragli, S. (2014). Una lettura didattica della metafora degli "occhiali della matematica". In B. D'Amore, & S. Sbaragli (A cura di), *Parliamo tanto e spesso di didattica della matematica* (pp. 49–56). Pitagora.
- Terrusi, M. (2012). *Albi illustrati. Leggere, guardare, nominare il mondo nei libri per l'infanzia*. Carocci.

Sei libri tra scienza e letteratura

Stefano Beccastrini e Maria Paola Nannicini

Gruppo di ricerca e sperimentazione in didattica e divulgazione della matematica dell'Università di Bologna

Introduzione: le due culture

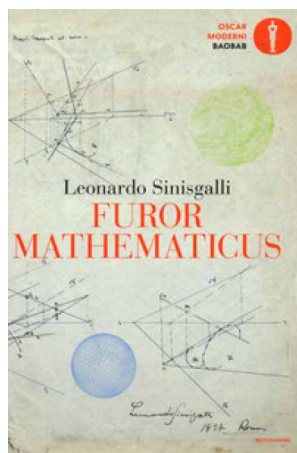
Nel pubblicare una propria raccolta di articoli, usciti su vari quotidiani e in gran parte dedicati agli stretti legami che si manifestano fin dall'Antichità tra la ricerca letteraria e quella scientifica, Carlo Rovelli – fisico teorico che si occupa di gravità quantistica – pone fin dalla sovraccoperta del volume questa affermazione: «Sentire una persona colta di oggi che scherza e quasi si vanta della sua ignoranza scientifica è altrettanto triste che sentire uno scienziato che si vanta di non avere mai letto una poesia» (Rovelli, 2018). Egli – che in gioventù fu studente sessantottino e pacifista finito anche in carcere, poi divenuto fisico e filosofo di fama internazionale, impegnato nel cercare la sintesi tra teoria della Relatività e teoria quantistica – è portatore, insieme a molti altri uomini di scienza, di un sapere che non oppone più le *due culture*, come furono chiamate sul finire degli anni Cinquanta per sottolinearne la mancanza di dialogo e persino la reciproca ostilità.

Questa definizione fu all'epoca creata e diffusa da Charles Percy Snow, prima nel corso di vari simposi e articoli su rivista e infine in un libro d'enorme successo che fu tradotto e pubblicato in italiano nel 1964 (Snow, 1964). Snow era uno scienziato – aveva studiato chimica a Cambridge – e romanziere britannico che lamentava di trovarsi a disagio, per la reciproca incomunicabilità e anzi contrapposizione, sia incontrandosi con i colleghi letterati che con i colleghi scienziati. I due gruppi, pur simili per appartenenza sociale e culturale, praticamente non comunicavano più tra loro, in genere si ignoravano quando non si facevano la guerra. Evidentemente si erano dimenticati, gli uni e gli altri, di tanti loro illustri predecessori, quali William Blake e Lewis Carroll, convinti di promuovere una sola cultura, seppur variegata e distinta in molte discipline. Snow era giustamente irritato dal fatto che, a causa di tale incomunicabilità, molta nociva sofferenza finiva con l'essere diffusa, nelle sedi formative, tra le giovani generazioni.

Samuel Taylor Coleridge, straordinario poeta romantico e anche lui studente a Cambridge, usava dire che lo scopo della scienza consisteva nella ricerca della verità, mentre quello dell'arte nella ricerca della bellezza. Già così, le due culture risulterebbero complementari ed entrambe necessarie per un'educazione completa, moderna, pienamente umanistica. Ma va detto che neppure tale distinzione pare ormai del tutto appropriata ai nostri inquieti tempi, avviati a convincersi che lo scopo delle tante culture (perché poi due solamente?) dell'umanità consista nel cercare di *dare un senso* a questo mondo sempre più unificato e disorientato.

In questo nostro testo cercheremo di offrire alcuni esempi – sei, per essere precisi – di libri definibili di argomento letterario, ma che, tuttavia, non sono stati scritti da "letterati di professione". Questi autori s'interessano alla conoscenza scientifica senza alcuna ostilità e chiusura, anzi con molta disponibilità alla comprensione e al dialogo, si fondano sulla convinzione che nel mondo attuale, complesso ma anche bisognoso e speranzoso di nuova progettualità e apertura mentale, un nuovo umanesimo sia fatto – come quello antico, del resto – di scienza e d'arte, di sapere così numerico come relazionale, di razionalità e di immaginazione, di calcolo e di fantasia. In questa occasione abbiamo scelto di occuparci di sei autori i quali – pur essendo tutti quanti "scrittori" – provengono da percorsi formativi e impegni professionali alquanto diversi tra loro: sono infatti un ingegnere, un maestro elementare, un chimico, un matematico, uno storico della letteratura e un fisico teorico. Anche i libri trattati, uno per ciascuno "scrittore", sono tra loro piuttosto diversi: un testo di ricerca poetica, un'inchiesta quasi poliziesca, un'ironica ma profonda riflessione sui tanti mestieri dell'uomo, una serie di racconti in bilico tra allucinata fantasia e sottile raziocinio, una riflessione storico-critica sulla forma romanzo, la narrazione assai commovente d'un amore destinato a non nascere mai. Tutti sono "letteratura", ma in maniera multiforme, così come la scienza, il sapere, la cultura, la conoscenza.

Sinigalli, L. (2019). *Furor mathematicus*. Mondadori. (Edizione originale pubblicata nel 1944).



Leonardo Sinigalli, nato a Montemurro (Lucania) nel 1908 e morto a Roma nel 1981, conseguì la maturità scientifica a Napoli, si iscrisse al corso di matematica e fisica dell'Università di Roma (intanto, aveva già pubblicato un libro di poesie, intitolato *Cuore*). Nonostante amasse molto la matematica – la geometria in particolare – e fosse così bravo in fisica da ricevere l'offerta di diventare uno di quei "ragazzi di via Panisperna" che lavoravano con Enrico Fermi sulla pila atomica, finì con il laurearsi nel 1931 in ingegneria industriale e poi con il fare l'ingegnere per tutta la sua esistenza (ma anche il poeta, il pubblicitario e il divulgatore scientifico attraverso il cinema e la televisione).

Le sue poesie – ne pubblicò varie raccolte, infine riunite in *Tutte le poesie* (Sinigalli, 2020) – sono caratterizzate da una concisa eleganza, una sobria severità, una laconicità estrema. Esse appaiono quasi disseccate come antichi, folgoranti haiku orientali. Si vedano per esempio questi due componimenti, entrambi dedicati all'adorata geometria: «Racine seguì per una stagione/il corso di geometria di Desargues./Aveva sentito parlare di linee/analoghe, l'ellisse, il cerchio l'iperbole/dove l'ordine di successione dei punti/è regolato dalla stessa legge./Volle saperne di più» (Sinigalli, 2020, p. 301) e «La geometria/colpisce/i puri di cuore» (Sinigalli, 2020, p. 411).

Fu anche prosatore e saggista, per esempio con il sorprendente e luminoso *Furor mathematicus*, la cui prima edizione è del 1944 (ma molte altre ne sono seguite negli anni successivi, fino a Sinigalli, 2019). Tale opera, in prosa e in versi, è un dialogo continuo, appassionato, instancabile con le due culture che egli sempre praticò, quella scientifica e quella letteraria. Ne emerge l'amore profondo di Sinigalli verso la matematica, il cui studio universitario aveva a suo tempo abbandonato ma che aveva continuato ad albergargli nell'animo, quale aspetto tra i più sublimi della molteplice e multiforme espressione dell'umano sapere.

Anche nei versi di Sinigalli – come già osservato – sono significative le tracce della sua passione matematica, e soprattutto geometrica (oltre a quelle per l'infanzia, per la Lucania, per la natura). Le sue poesie sono rapidi ricordi, lampi di memoria e di nostalgia, squarci luminosi provenienti da una concezione del sapere la quale, consapevole della molteplice e spesso caotica varietà dell'esistente, aspira a offrire un ordine razionale al mondo e lo cerca nel rigore di una formula matematica o d'un insieme di parole diventate poesia, nell'austerità d'una creazione geometrica o nella nitidezza d'un pensiero che nel farsi verso, e dunque verbo, rassomiglia a un teorema.

Sinigalli fu uomo di eccezionale vigore intellettuale e gestionale, meditativo e attivo, instancabile nell'una e nell'altra veste: oltre che poeta insigne e ingegnere presso alcune delle maggiori aziende italiane (Pirelli, Olivetti, ENI), fu fondatore e direttore della prestigiosa rivista *Civiltà delle macchine*, autore cinematografico e televisivo di vari documentari scientifici (nel 1948 vinse a Venezia il Leone d'Argento per *Lezione di geometria*). La vera questione, per lui, era quella di porre in sintonia l'uomo e la tecnologia, la cultura tradizionale e quella industriale, lo spirito e la macchina.

Sciascia, L. (2001). *La scomparsa di Majorana*. In C. Ambroise (A cura di), *Opere 1971-1983* (pp. 206-270). Bompiani. (Edizione originale pubblicata nel 1975).

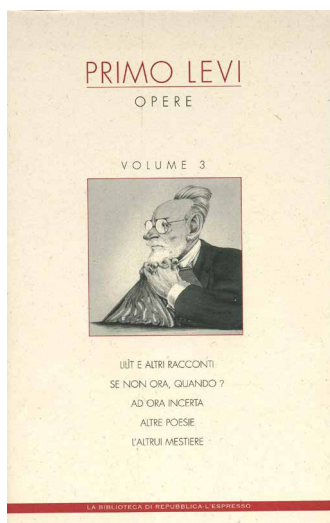


Leonardo Sciascia, siciliano, è stato uno degli scrittori più significativi del secondo Novecento italiano. Nato nell'agrigentino nel 1921, maestro di scuola elementare, esordì come narratore nel 1958 con *Gli zii di Sicilia*. Italo Calvino, che ne lesse il manoscritto nel 1954, commentò: «L'autore, maestro elementare, è un giovane letterato molto intelligente» (Calvino, 1991, p. 146). Quel giovane letterato scrisse poi, prima di morire a Palermo nel 1989, una gran mole di testi: giornalistici, saggistici, teatrali, poetici e soprattutto narrativi (i più noti furono: *Il giorno della civetta* del 1961, *Il consiglio d'Egitto* del 1963, *A ciascuno il suo* del 1966 e *Todo modo* del 1974).

Il libro di Sciascia di cui ci occupiamo qui fu pubblicato a puntate nel 1975, prima di uscire in volume alla fine del medesimo anno, sul quotidiano *La Stampa*. Si tratta di un'opera che, fin da quando la leggemmo per la prima volta, ci attrasse subito per la capacità di coniugare i metodi dell'inchiesta poliziesca, il piglio del romanzo storico e l'acume amaro del moralista cresciuto all'ombra di Luigi Pirandello e di Vitaliano Brancati. Il titolo è *La scomparsa di Majorana*: il tema riguarda la misteriosa sparizione, avvenuta una sera del 1938 (per suicidio? Omicidio? Intenzionale fuga dalla società e dal mondo?), di un genio matematico, trentenne, che insegnava da poco tempo all'università di Napoli, dopo aver fatto parte del gruppo di giovani scienziati che lavorò, coordinato da Enrico Fermi, presso l'istituto di Fisica di via Panisperna a Roma, ottenendo i magnifici risultati che meritavano a Fermi, nel 1938, il Premio Nobel per la fisica ("per l'identificazione di nuovi elementi della radioattività e la scoperta delle reazioni nucleari mediante neutroni lenti"). Quel gruppo è noto, anzi ormai leggendario, con il nome *I ragazzi di via Panisperna*, diventato anche il titolo di un film diretto da Gianni Amelio. Di Majorana, Fermi parlava come di una grande mente: «calcolatore espertissimo e matematico profondo [...] il tipico teorico di gran classe» (Sciascia, 2001, p. 219). Insomma, un vero genio, umbratile, scontroso, chiuso in sé stesso come sono, talora, i veri geni: non a caso, durante un viaggio di studio in Germania, aveva fraternizzato con Werner Heisenberg, altrettanto intelligente e introverso. La sera del 25 marzo 1938, Majorana si imbarcò a Napoli su un traghetto diretto a Palermo, lasciando due lettere preannuncianti la sua scomparsa (ma da Palermo ne smentì il contenuto, dicendo che sarebbe tornato a Napoli il giorno successivo). Invece, di lui si persero le tracce, sparì nel nulla e per sempre. Sciascia, decenni dopo, torna a leggere, analizzare, spulciare con appassionata minuziosità atti, articoli di stampa, testimonianze varie, epistolari e carteggi (che coinvolsero non soltanto familiari, amici e colleghi, ma persino il capo del governo Benito Mussolini, Enrico Fermi, il capo della polizia Arturo Bocchini e il potente senatore Giovanni Gentile, il cui figlio era stato un altro dei "ragazzi di via Panisperna"). Come farà anni dopo circa la misteriosa morte, in un hotel di Palermo, dello scrittore francese Raymond Roussel, da buon ammiratore del "metodo di Maigret" (Sciascia, 2018) egli indaga,

riflette, formula infine un'ipotesi: avendo previsto, anche conversando a lungo con Heisenberg, la spaventosa situazione a cui avrebbe condotto l'applicazione militare delle nuove conoscenze sull'atomo, Majorana avrebbe abbandonato la fisica e si sarebbe ritirato in convento. Nelle ultime pagine del libro, Sciascia racconta della propria visita all'abbazia calabrese di Serra San Bruno. Con quali risultati, sarà opportuno che il futuro lettore lo scopra da solo.

Levi, P. (2009). *L'altrui mestiere*. In M. Belpoliti (A cura di), *Opere, volume 3* (pp. 631-856). La Biblioteca di Repubblica-L'Espresso. (Edizione originale pubblicata nel 1985).



Primo Levi, di origini ebraiche, nacque a Torino nel 1919. Si laureò in chimica, lavorò presso una casa farmaceutica, nel 1943 entrò nella Resistenza armata, fu catturato dai nazifascisti, fu deportato ad Auschwitz; riuscì a sopravvivere e a tornare in Italia ove riprese il lavoro di chimico, ma si fece anche scrittore, diventando famoso nel mondo con una serie di libri, il primo dei quali fu *Se questo è un uomo*, pubblicato nel 1947, in cui raccontava la propria tragica odissea nel più terribile dei lager nazisti. Egli divenne così, con il suo stile asciutto e concreto nonché con la sua austerità morale e antiretorica, l'Omero della Shoah.

La poetica di Levi, peraltro, non si esaurisce in tale pur già grandiosa, appassionante e commovente tematica: la particolare cifra stilistica che caratterizza tutte le sue numerose opere consiste nell'interesse per il lavoro umano, per la materialità tecnica dei mestieri, per l'incessante trasformazione che questi producono nella natura. Egli ne è del tutto consapevole e attribuisce al fatto stesso di essere un chimico, uno scienziato della manipolazione della materia, la propria peculiarità di scrittore. Ciò emerge in maniera evidente nel breve racconto *Ex chimico*, facente parte del volume *L'altrui mestiere*, pubblicato nel 1985 e consistente nella raccolta dei tanti elzeviri usciti fra il 1976 e il 1984 su *La stampa*, il quotidiano torinese (ora in Levi, 2009).

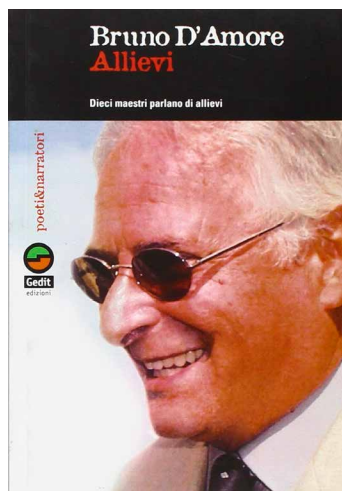
Una volta andato in pensione, riflettendo sulla propria storia di chimico fattosi scrittore, egli afferma che questo nuovo mestiere, il "mestiere di scrivere" per dirla pavesianamente, ha saputo ereditare dal precedente vari benefici. Prima di illustrarli, tuttavia, Levi ritiene importante fare una precisazione, ossia che «scrivere non è propriamente un mestiere, o almeno a mio parere, non lo dovrebbe essere: è un'attività creativa, e perciò sopporta male gli orari e le scadenze, gli impegni con i clienti e i superiori» (Levi, 2009, p. 641). Tuttavia, scrivere, egli aggiunge, «è un *produire*, anzi un trasformare: chi scrive trasforma le proprie esperienze in una forma tale da essere accessibile e gradita al *cliente* che leggerà» (Levi, 2009). Egli, dal mestiere di chimico, ha tratto il benefico dono del metodo con cui interpretare le esperienze della vita, con cui misurarsi con le materie prime, le cose da raccontare, gli errori da cui imparare e maturare. E poi la concretezza e la concisione, «l'arte di separare, pesare, distinguere: sono tre esercizi utili anche a chi si accinge a descrivere fatti o a dare corpo alla propria fantasia» (Levi, 2009). E poi, il «patrimonio immenso di metafore che lo scrittore può ricavare dalla chimica di oggi e di ieri, e che chi non abbia frequentato il laboratorio e la fabbrica conosce solo approssimativamente» (Levi, 2009). Per tutti questi motivi, insomma, «quando un lettore si stupisce del fatto che io chimico abbia scelto la via dello scrivere, mi sento autorizzato a rispondergli che scrivo proprio perché sono un chimico: il mio vecchio mestiere si è largamente trasfuso nel nuovo» (Levi, 2009).

Levi morì, cadendo o forse gettandosi volontariamente nella tromba delle scale, a Torino nel 1987. Rimase sempre, appassionatamente e coerentemente, uno scrittore vocato (citiamo ancora una volta le sue parole)

«a esplorare i legami trasversali che collegano il mondo della natura con quello della cultura; sovente ho messo piede sui ponti che uniscono (o dovrebbero unire) la cultura scientifica con quella letteraria scavalcando un crepaccio che mi è sempre parso assurdo».

(in Note ai testi, Levi, 2009, p. XXXVIII)

D'Amore, B. (2008). *Allievi. Dieci maestri parlano di allievi*. Gedit.



Bruno D'Amore, nato a Bologna nel 1946, è laureato oltre che in matematica anche in pedagogia e filosofia ed è ormai meritatamente considerato un'autorità di livello internazionale nel campo della didattica della matematica, argomento sul quale ha scritto numerose opere tradotte in buona parte del mondo. Una caratteristica particolarmente apprezzabile di D'Amore è, inoltre, la sua considerazione della matematica come una forma di umanesimo, di espressione a un tempo scientifica e poetica della creatività dell'essere umano. La sua mente polivalente spazia con piacere e competenza tra il linguaggio matematico, quello letterario (egli, ch'è appassionato studioso di Dante, era legato da profonda amicizia con il compianto Emilio Pasquini, dantista insigne) e quello delle arti (è stato suo maestro Filiberto Menna, indimenticabile cultore di estetica dello spazio e del colore).

Quale narratore, D'Amore è autore di romanzi, per esempio il dantesco *Più che 'l doppiar de li scacchi s'inmilla* (2008, ristampato con il titolo *Dante e la matematica* nel 2011), e di racconti. Per esempio quelli, che vanno a porsi tra la straniante fantascienza di Fredric Brown e il desolato irrealismo di Franz Kafka, di *Icosaedro. Venti racconti più uno* (l'icosaedro è un poliedro con venti facce), scritti tra il 1970 e il 1980, usciti una prima volta nel 2003 e infine, con tre nuovi testi, nel 2019 (D'Amore, 2019). Antonio Faeti – brillante esegeta d'ogni tipo di linguaggio – nel presentarli ha affermato che D'Amore è un matematico scrittore capace di mettere in gioco tra loro, non conflittualmente ma neppure banalmente appiattendolo l'una nell'altra, «due solitudini, due tenzoni, due consapevoli godimenti» (Faeti in D'Amore, 2019, p. 15).

In questa occasione, con doverosa concisione, tratteremo di un'altra, successiva silloge narrativa dell'autore, intitolata *Allievi. Dieci maestri parlano di allievi* (D'Amore, 2008). Qui egli immagina, con profonda e commossa fantasia nonché con magnifica padronanza storiografica, quanto dissero ai – e sui – propri scolari prediletti, nel lasciarli per sempre lasciando il mondo e la vita, dieci celebri personaggi (artisti, scienziati, profeti, condottieri, filosofi). Così il Verrocchio parla di Leonardo; Cimabue di Giotto; Parmenide di Zenone; Ticho Brahe di Johann Kepler; Michael Wolgemut di Albrecht Durer; Leopold Kronecker di Georg Cantor; Simon Rodriguez di Simon Bolivar; Domenico Maria Novara di Nicolaus Copernicus; John Wallis di Isaac Newton; un anonimo saggio indù (unico personaggio storicamente, ma efficacemente, inventato) di Gesù Cristo.

Affiorano certezze future, speranze consolatorie, invidie nascoste, rancori feroci. Tutti e dieci gli allievi sono poi diventati più bravi e più famosi dei loro maestri e questi ultimi reagiscono a tale prospettiva in vario modo. Proprio attraverso il complesso intrecciarsi di sapienza dottrinale, competenza comunicativa, sentimenti e ansie, consapevolezza e inconscio, attaccamento e distacco di cui è fatto il millenario e decisivo rapporto tra maestro e allievo, sullo svilupparsi della cultura umana riflette, e ci chiama a riflettere, Bruno D'Amore.

Moretti, F. (2005). *La letteratura vista da lontano*. Einaudi.



Ci sono molti esempi di narratori o poeti che, quanto a curriculum formativo e professionalità, non sono veri e propri “letterati” ma, anzi, ingegneri, chimici, matematici, fisici e così via. Ma anche tra gli storici e i critici della letteratura – che sono generalmente considerati ancor più “letterati” degli autori che amano analizzare e valutare – ci sono esempi luminosi di esperti in discipline scientifiche, matematica compresa: cultori di matematica, oltre che di letteratura, erano per esempio i due maggiori critici letterari del Novecento italiano, Giacomo Debenedetti (che studiò matematica al Politecnico di Torino) e Gianfranco Contini (filologo illustre che coltivò anche, per piacere personale, il sapere matematico).

Lo storico della letteratura che, in questi anni, sta più proficuamente utilizzando i metodi delle scienze e della matematica per rendere il proprio approccio ai testi letterari il più complesso e completo possibile è, a nostro avviso, Franco Moretti. Nato a Sondrio nel 1950, insegna negli Stati Uniti ed è principalmente studioso del genere romanzesco, della sua evoluzione storica e dei suoi problemi morfologici e morfogenetici.

In una delle sue opere più recenti, *La letteratura vista da lontano*, egli applica allo sviluppo storico della forma-romanzo tre tipologie di strumenti analitici, tutti di origine scientifica invece che letteraria: i *grafici*, di provenienza matematica, le *carte*, di provenienza geografica, e gli *alberi*, di provenienza biologica. Scrive Moretti:

«Qui si parla di letteratura [...] [ma essa] viene vista da lontano, nel senso che il metodo di studio qui proposto sostituisce la lettura ravvicinata del testo [...] con la riflessione su quegli oggetti artificiali cui si intitolano i tre capitoli che seguono: i grafici, le carte e gli alberi. Oggetti diversi ma che sono tutti il risultato di un processo di deliberata riduzione e astrazione – insomma di allontanamento – rispetto al testo nella sua concretezza [...]. La distanza fa vedere meno dettagli [...] ma fa capire meglio i rapporti, i pattern, le forme. Dal testo al modello, dunque, anzi ai modelli [...]. E se qui i metodi saranno astratti, le loro conseguenze sono però del tutto concrete: grafici, carte e alberi ci mettono letteralmente davanti agli occhi [...] quanto sia sterminato il campo letterario e quanto poco, in realtà, continuiamo a saperne. È una doppia lezione, di umiltà ed euforia a un tempo: umiltà per quello che abbiamo fatto fin qui (troppo poco) ed euforia per quanto resta ancora da fare (moltissimo)».

(Moretti, 2005, pp. 3-5)

Occorre, quindi, procedere verso «una storia letteraria più razionale», da ottenersi attraverso la «quantificazione dell’analisi letteraria» (Moretti, 2005, pp. 3-5).

Ne sarebbe stato felice Raymond Queneau, il fantasioso narratore francese che fu tra i fondatori dell'OULIPO (Ouvroir de Littérature Potentielle), un'associazione di letterati innamorati della matematica e di matematici innamorati della letteratura – fu invitato a farne parte anche il nostro Italo Calvino – i quali erano convinti che la matematica avrebbe sempre più contribuito non alla morte della letteratura, bensì a una sua miglior comprensione da una parte e a un suo arricchimento di forme e temi dall'altra.

Giordano, P. (2008). *La solitudine dei numeri primi*. Mondadori.



Stella Baruk – matematica francese, esperta di didattica della matematica – ha scritto alla voce *Numeri Primi* del suo *Dizionario di matematica elementare*: «Poiché qualsiasi intero n è divisibile per 1 e per n , si dirà che un numero n è primo se non ha altri divisori all'infuori di questi» (Baruk, 1998, p. 430). In tal senso, e uscendo dall'universo matematico per entrare in quello – meno preciso ma più emotivamente connotato – della vita quotidiana, verrebbe da notare che i numeri primi, collocati in questa particolare condizione di risultare divisibili – e dunque dialoganti, comunicanti, strettamente collegati – soltanto con l'1 (il quasi nulla) e con sé stessi (escludendo l'1 stesso), evocano alla fin fine la solitudine. Forse anche questo aspetto è motivo del loro fascino un po' misterioso.

L'autore del libro di cui stiamo parlando così descrive, umanizzandoli, tali numeri: «I numeri primi sono divisibili soltanto per 1 e per sé stessi. Se ne stanno al loro posto nell'infinita serie dei numeri naturali, schiacciati come tutti fra due, ma un passo in là rispetto agli altri. Sono numeri sospettosi e solitari» (Giordano, 2008, p. 109). Proprio *La solitudine dei numeri primi* è il titolo – in verità, scelto dall'editor della Mondadori Antonio Franchini: l'autore pensava, quale titolo, al meno suggestivo *Dentro e fuori dall'acqua* – del romanzo d'esordio del fisico teorico Paolo Giordano. Nato a Torino nel 1982, egli ha deciso, dopo aver frequentato un corso di scrittura tenuto da Alessandro Baricco presso la Scuola Holden, di affiancare al suo mestiere di scienziato anche quello di narratore di storie (con immediato successo: il suo primo romanzo ha avuto molti lettori, è stato tradotto in numerosi Paesi stranieri e ha ispirato nel 2010 un film con la regia di Saverio Costanzo).

Protagonisti sono Alice e Mattia, lei zoppa per un incidente infantile nonché anoressica, lui taciturno e oppresso da un antico rimorso. La vicenda – che si snoda dal 1983 al 2007 – li accompagna dall'infanzia alla piena età adulta, quando lui sarà diventato un matematico, che si occupa di Topologia Algebrica, e lei una fotografa. I due sono forse innamorati per sempre, ma destinati a non apparirsi mai. Sono loro i "numeri primi", anzi i *numeri primi gemelli*. In matematica vengono così definiti quei numeri primi che costituiscono, appunto, coppie di "gemelli", ovvero che sono separati soltanto da due unità – per esempio 3 e 5, 11 e 13, eccetera – e dunque, per così dire, evocano le rispettive solitudini pur formando una "coppia" per certi versi inseparabile. Di essi, scrive Paolo Giordano:

«In un corso del primo anno Mattia aveva studiato che tra i numeri primi ce ne sono alcuni ancora più speciali. I matematici li chiamano *primi gemelli*: sono coppie di numeri primi che se ne stanno vicini, anzi quasi vicini, perché fra di loro vi è sempre un numero pari che gli impedisce di toccarsi

per davvero [...] Mattia pensava che lui e Alice erano così, due primi gemelli, soli e perduti, vicini ma non abbastanza per sfiorarsi davvero».

(Giordano, 2008, pp. 109-110)

Ecco come la matematica può ispirare, trasformando in poetica una propria metafora (che altro è, se non questo, l'espressione "numeri primi gemelli"?), persino un bel romanzo sulla solitudine, l'alienazione, il dolore esistenziale di due giovani esseri umani.

Conclusioni: matematica e letteratura

Avviandoci a concludere, vogliamo, con la necessaria concisione, far cenno agli innovativi sviluppi che sta vivendo il sempre più profondo e proficuo dialogo tra matematica e letteratura. In particolare, ci preme sottolineare il fatto che due libri recenti, che abbiamo da poco letto con interesse e piacere e che rapidamente citeremo e commenteremo, trattano rispettivamente di due caratteristiche semantiche, la *narratività* e l'*ambiguità*, che sono state a lungo, anche dai matematici e dai letterati più aperti al reciproco dialogo, considerate proprie e tipiche della letteratura e del tutto aliene dalla matematica (portatrice, anziché di un pensiero narrativo e volutamente caratterizzato da ambiguità, di un pensiero raziocinante ed esatto). Autore di entrambi i libri di cui stiamo parlando è Gabriele Lolli, logico, matematico e filosofo della matematica ma anche serio studioso della letteratura (di Italo Calvino, per esempio).

In *Matematica come narrazione. Raccontare la matematica*, egli scrive per esempio:

«Lo scopo della riflessione qui proposta è quello di mostrare e convincere che il modo naturale di concepire una dimostrazione [matematica] è costruirla come un racconto, e quello di capirla, di ascoltarla come un racconto [...]. L'essere umano non è un animale razionale, ma essenzialmente un animale affabulatore, che si esprime raccontando storie [...]. Se si studia l'evoluzione della civiltà occidentale, si riconosce che tra la letteratura e la matematica non sussiste solo un'analogia, ma un'influenza diretta: dai miti cosmologici all'epica omerica, alla lirica, alla tragedia greca, alla retorica e alla storia, i greci hanno raffinato e perfezionato linguaggio e ragionamento, fino a codificare la logica; le tracce di questo percorso portano diritte alle dimostrazioni di Euclide, dove si vedono all'opera le prime regole logiche la cui ascendenza nella poesia e nella retorica è documentabile e trasparente».

(Lolli, 2018, p. 13)

Nel 1930 il giovane letterato inglese William Empson, proveniente da studi matematici, pubblicò un libro intitolato *Sette tipi di ambiguità*, che divenne ed è tuttora uno dei classici novecenteschi della critica letteraria. Esso si fondava sulla profonda convinzione del suo autore che «l'operare dell'ambiguità è alla radice stessa della poesia» (Empson, 1965, p. 40). Nel nostro *Matematica e letteratura. Oltre le due culture*, così commentavamo:

«La scoperta empsoniana [...] dell'ambiguità come caratteristica connotante il linguaggio poetico pone una questione a chi cerchi non divisioni bensì affinità tra esso e il linguaggio matematico: può quest'ultimo essere a sua volta ambiguo [...]? Vale la pena di rifletterci: potrebbe essere una di quelle differenze, tra i due domini del sapere, che sono destinate a permanere anche quando, finalmente, essi avessero imparato a collaborare proficuamente».

(Beccastrini & Nannicini, 2012, p. 84)

Gabriele Lolli, in *Ambiguità. Un viaggio tra letteratura e matematica*, smentisce autorevolmente questa nostra ipotesi. Egli scrive, infatti:

«La matematica è considerata da tutti il luogo per eccellenza della chiarezza, della precisione, della *manca di ambiguità*, nei concetti, nelle argomentazioni, nel linguaggio della ricerca e in quello del prodotto finito e consegnato alla storia. Nella matematica l'opinione corrente si aspetta il contrario di quello che capita di frequente in letteratura [...]. Potrebbe essere motivo di meraviglia, perciò, che recentemente si sia manifestato un vivace interesse per il tema dell'ambiguità in matematica, non da parte di filosofi postmoderni a caccia di decostruzioni ma di matematici e filosofi della matematica [...]. L'analisi dell'ambiguità di Empson [...] suggerisce importanti corrispondenze tra la produzione poetica e quella scientifica».

(Lolli, 2017, pp. 7, 8, 14)

Citando Gabriele Lolli – un matematico che leggiamo sempre volentieri e molto imparandone – siamo davvero giunti al termine di queste rapide considerazioni sui molteplici rapporti di affinità e di comunicazione tra la letteratura e la matematica, anzi la scienza in genere. Quanto al fatto che sulla questione dell'ambiguità Lolli ci abbia smentiti, che altro dire se non che ne siamo evidentemente assai rallegrati.

Bibliografia

- Baruk, S. (1998). *Dizionario di matematica elementare*. Zanichelli. (Titolo originale: *Dictionnaire de mathématiques élémentaires* pubblicato nel 1992).
- Beccastrini, S., & Nannicini, M. P. (2012). *Matematica e letteratura. Oltre le due culture*. Erickson.
- Calvino, I. (1991). *I libri degli altri. Lettere 1947–1981*. Einaudi.
- D'Amore, B. (2008). *Allievi. Dieci maestri parlano di allievi*. Gedit.
- D'Amore, B. (2019). *Icosaedro. 20 racconti più 3*. Diogene Multimedia.
- Empson, W. (1965). *Sette tipi di ambiguità*. Einaudi. (Titolo originale: *Seven Types of Ambiguity* pubblicato nel 1930).
- Giordano, P. (2008). *La solitudine dei numeri primi*. Mondadori.
- Levi, P. (2009). L'altrui mestiere. In M. Belpoliti (A cura di), *Opere, volume 3* (pp. 631–856). La Biblioteca di Repubblica-L'Espresso. (Edizione originale pubblicata nel 1985).
- Lolli, G. (2017). *Ambiguità. Un viaggio tra letteratura e matematica*. Il Mulino.
- Lolli, G. (2018). *Matematica come narrazione. Raccontare la matematica*. Il Mulino.
- Moretti, F. (2005). *La letteratura vista da lontano*. Einaudi.
- Rovelli, C. (2018). *Ci sono luoghi al mondo dove più che le regole è importante la gentilezza*. Articoli per i giornali. Edizioni de Il Corriere della sera.
- Sciascia, L. (2001). La scomparsa di Majorana. In C. Ambroise (A cura di), *Opere 1971–1983* (pp. 206–270). Bompiani. (Edizione originale pubblicata nel 1975).
- Sciascia, L. (2018). *Il metodo di Maigret e altri scritti sul giallo*. Adelphi.
- Sinisgalli, L. (2019). *Furor Mathematicus*. Mondadori. (Edizione originale pubblicata nel 1944).
- Sinisgalli, L. (2020). *Tutte le poesie*. Mondadori.
- Snow, C. P. (1964). *Le due culture*. Feltrinelli. (Titolo originale: *The Two Cultures and the Scientific Revolution* pubblicato nel 1959).